Routenplanung für landwirtschaftliche Fahrzeuge

Sascha Wörz[1)], Valentin Heizinger[1)], Heinz Bernhardt[1)], Carl-Friedrich Gaese[2)], Ludwig Popp[2)], Thomas Damme[3)], Jan Eberhardt[3)], Andre Kluge[4)]

[1)]Technische Universität München
Lehrstuhl für Agrarsystemtechnik
Am Staudengarten 2
85354 Freising-Weihenstephan
{sascha.woerz;valentin.heizinger;heinz.bernhardt}@wzw.tum.de

[2)]Hochschule Neubrandenburg
gaese@hs-nb.de; lpo@hs-nb.de

[3)]Lacos Computerservice GmbH
td@lacos.de; je@lacos.de

[4)]CLAAS Agrosystems GmbH & Co KG
andre.kluge@claas.com

Abstract: Da das landwirtschaftliche Transportaufkommen mehr und mehr zunimmt, gewinnt die optimierte Routenplanung für landwirtschaftliche Fahrzeuge immer mehr an Bedeutung. Die wesentlichen Optimierungsparameter sind dabei die Zeit, der Kraftstoffverbrauch und die Abnutzungskosten. Für deren Minimierung bieten sich Methoden der mathematischen Optimierung an. Ein möglicher, adaptiver Optimierungsansatz, der auch aktuelle Gegebenheiten berücksichtigt, soll hier aufgezeigt werden.

1 Einleitung

Logistik gewinnt in der Landwirtschaft zunehmend an Bedeutung. Sei es durch das Wachsen der Betriebe, die verstärkte Integration von landwirtschaftlichen Dienstleistern oder den Biogasboom, es müssen immer mehr Fahrzeuge in logistischen Einheiten gemanagt werden. Die dabei zu bearbeitenden Datenmengen und die damit verbundenen Entscheidungsalternativen nehmen extrem zu. Eine Möglichkeit der mathematischen Bewältigung dieser Aufgabe soll hier aufgezeigt werden. An folgendem Beispiel soll die Problematik erläutert werden: Ein Fahrer eines landwirtschaftlichen Fahrzeugs will von einem Feld y zu einem anderen, weiter entfernten Feld z fahren. Welche Route (Fahrwege) muss der Fahrer wählen, damit er möglichst schnell und kostengünstig von y nach z gelangt?

2 Modell und Methoden

Um dieses Problem zu lösen, modelliert man das vorgegebene Szenario mit einem gerichteten Graphen D := (V, A). Dabei bezeichne V die Knotenmenge (Orte), A die Kantenmenge ((befahrbaren) Fahrwege), $V^+(i) := \{k \text{ aus } V: (i, k) \text{ aus } A\}$ die Nachfolgermenge (Nachfolgerorte) und $V^-(i) := \{k \text{ aus } V: (k, i) \text{ aus } A\}$ die Vorgängermenge (Vorgängerorte) des Knoten (Ortes) i. Danach weisen wir jeder Kante (i, j) von A einen Kostenbeitrag c_{ij} zu und betrachten das folgende lineare 0 - 1 Programm

$$z = \min \sum_{(i,\, j) \text{ aus } A} c_{ij} \cdot x_{ij}, \tag{1}$$

$$\text{u. d. N. } \sum_{k \text{ aus} V^+(i)} x_{ik} = 1 \text{ für } i = y, \tag{2}$$

$$\sum_{k \text{ aus} V^+(i)} x_{ik} - \sum_{k \text{ aus} V^-(i)} x_{ki} = 0 \text{ für } i \text{ aus } V \setminus \{y, z\}, \tag{3}$$

$$\sum_{k \text{ aus} V^-(i)} x_{ki} = 1 \text{ für } i = z, \tag{4}$$

$$x_{ij} \text{ aus } \{0, 1\} \text{ für alle } (i, j) \text{ aus } A. \tag{5}$$

Dabei bezeichne (1) die zu minimierende Kostenfunktion, (2) die Bedingung, dass der Fahrer in y startet, (3) die Bedingung, falls der Fahrer zum Knoten i aus V \ {y, z} fährt, ihn auch wieder verlässt bzw. falls nicht, ihn auch nicht verlässt, (4) die Bedingung, dass der Fahrer sein Ziel z erreicht und (5) die Auswahlvariablen[1].

Wir spezialisieren nun die Variable c_{ij} auf unser Ausgangsproblem. Dazu sei für zwei verschiedene Orte i und j bekannt:

- Die Wegstrecke s (oder Teilwegstrecken $s_1, ..., s_n$, $s = \sum s_k$) in [km] für die Fahrt von i nach j
- Die Durchschnittsgeschwindigkeit v (oder Teilgeschwindigkeiten $v_1, ..., v_n$) in [km/h] für die Fahrt von i nach j.

Aus diesen (beiden) Werten können wir nun mit der Formel Zeit = Weg / Geschwindigkeit die benötigte Fahrzeit t_{ij} für die Fahrt von i nach j berechnen.

Ferner können wir mittels s und v bzw. der s_k und der v_k die benötigte Kraftstoffmenge b_{ij} in [l] für die Fahrt von i nach j berechnen, wenn wir den Kraftstoffverbrauch in [l] auf 100 km des landwirtschaftlichen Fahrzeugs für verschiedene Betriebsstufen kennen.

Zuletzt geben wir die Abnutzungskosten a_{ij} in € für die Fahrt von i nach j an.

Wir skalieren nun, indem wir vereinbaren:

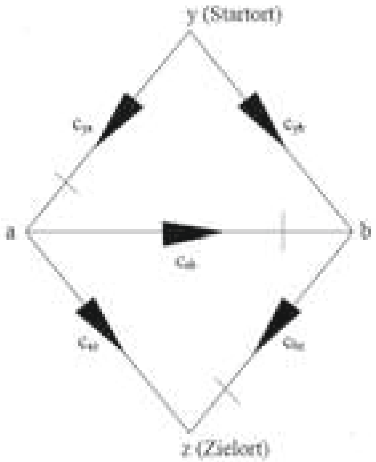
$$\max\{t_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \equiv 100$$
$$\max\{b_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \equiv 100$$
$$\max\{a_{ij} : (i, j) \text{ aus } A\} \equiv 100.$$

[1] genauer $x_{ij} = 1$, falls der Fahrweg (i, j) gewählt wird, ansonsten $x_{ij} = 0$

Damit können wir den Werten t_{ij}, b_{ij} und a_{ij} [1] dimensionslose Werte zwischen 0 und 100 zuordnen, bezeichnen wir sie mit T_{ij}, B_{ij} und A_{ij}. Setzen wir nun $c_{ij} = T_{ij} + B_{ij} + A_{ij}$.

3 Ergebnisse

Im Folgenden betrachten wir als Beispiel das Szenario mit den Orten (Knoten) y, a, b, z und den Fahrwegen (Kanten) (y, a), (y, b), (a, b), (a, z) und (b, z). Dabei sei (y, a) 1 km, (y, b) 2.5 km, (a, b) 1⅓ km, (a, z) 5 km und (b, z) 2.5 km lang. Die Durchschnittsgeschwindigkeit auf (y, a) betrage 20 km/h, die auf (y, b) 25 km/h, die auf (a, b) 20 km/h, die auf (a, z) 30 km/h und die auf (b, z) 30 km/h. Ferner verbrauche das landwirtschaftliche Fahrzeug bei einer Geschwindigkeit von 20 km/h auf 100 km 15 l und bei einer Geschwindigkeit von 30 km/h auf 100 km 18 l Kraftstoff. Des Weiteren haben wir auf (y, a) Abnutzungskosten in Höhe von 0.0167 €, auf (y, b) in Höhe von 0.0471 €, auf (a, b) in Höhe von 0.0239 €, auf (a, z) in Höhe von 0.05 € und auf (b, z) in Höhe von 0.02 €. Mit dem obigen Kalkül erhalten wir nach Datenauswertung die Kosten $c_{ya} = 80$, $c_{yb} = 200$, $c_{ab} = 110$, $c_{az} = 300$ und $c_{bz} = 140$.



$c_{ya} = 80$, $c_{yb} = 200$, $c_{ab} = 110$, $c_{az} = 300$ und $c_{bz} = 140$.

Mit (1), (2), (3), (4) und (5) erhalten wir sodann das folgende lineare 0 - 1 Problem:

$$z = \min 80 \cdot x_{ya} + 200 \cdot x_{yb} + 110 \cdot x_{ab} + 300 \cdot x_{az} + 140 \cdot x_{bz}$$
$$\text{u. d. N. } x_{ya} + x_{yb} = 1,$$
$$x_{ab} + x_{az} - x_{ya} = 0,$$
$$x_{bz} - x_{yb} - x_{ab} = 0,$$
$$x_{az} + x_{bz} = 1,$$

[1] mittels der Ausdrücke 100/max{tij : (i, j) aus A}·tij, 100/max{bij : (i, j) aus A}·bij und 100/max{aij : (i, j) aus A}·aij

$$x := (x_{ya}, x_{yb}, x_{ab}, x_{az}, x_{bz}) \text{ aus } \{0, 1\}^5.$$

Wir setzen nun

$$f = [80; 200; 110; 300; 140],$$
$$Aeq = [1\ 1\ 0\ 0\ 0;\ 1\ 0\ {-1}\ {-1}\ 0;\ 0\ 1\ 1\ 0\ {-1};\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1],$$
$$beq = [1; 0; 0; 1],$$

und verwenden den Matlabsolver [x, fval, exitflag, output] = bintprog(f, [], [], Aeq, beq). Als Lösung erhalten wir $x_{ya} = 1$, $x_{yb} = 0$, $x_{ab} = 1$, $x_{az} = 0$ und $x_{bz} = 1$ mit minimalem Kostenwert 330 bei einer Rechenzeit von 2.1216 Sekunden. Nähere Informationen zum Algorithmus des Matlabsolvers findet man in Matlab Help → Optimization Toolbox und in [HFL01], [NW88] und [Wo98]. Der Fahrer fährt also optimal, wenn er zuerst von y nach a, dann von a nach b und schließlich von b nach z fährt, siehe dazu den hellrot gekennzeichneten Weg in Abbildung 1. Wie man leicht nachrechnet, liefert der Fahrweg von y über a nach z einen Kostenwert von 380 und der Fahrweg von y über b nach z einen Kostenwert von 340. Außer diesen 3 Wegen existieren keine weiteren Fahrwege mehr, wie die Fahrwegmenge (Kantenmenge) zeigt, siehe dazu auch Abbildung 1.

4 Fazit

Insgesamt liegt also ein effizientes Verfahren zur Berechnung derjenigen Route vor, auf der der Fahrer möglichst schnell und kostengünstig von y nach z gelangt. Falls der Fahrer nur möglichst schnell von y nach z gelangen soll, setze man $c_{ij} = T_{ij}$, falls er nur möglichst kostengünstig unterwegs sein soll, verwende man $c_{ij} = B_{ij} + A_{ij}$. Die Frage nach der kürzesten Route macht in diesem Zusammenhang weniger Sinn, da die kürzeste Route nicht die Schnellste sein muss. Ferner ist zu bedenken, dass der Kraftstoffverbrauch auf der kürzesten Route nicht minimal sein muss.

5 Förderung

Die Förderung des Vorhabens erfolgte aus Mitteln des Bundesministeriums für Ernährung, Landwirtschaft und Verbraucherschutz (BMELV) über die Bundesanstalt für Landwirtschaft und Ernährung (BLE) im Rahmen des Programms zur Innovationsförderung.

Literaturverzeichnis

[HFL01] Hillier, Frederick S., Lieberman Gerald J., Introduction to Operations Research, McGraw-Hill, 2001.

[NW88] Nemhauser, George L., Laurence A. Wolsey, Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley & Sons, 1988.

[Wo98] Wolsey, Laurence A., Integer Programming, John Wiley & Sons, 1998.