

High Quality Surface Generation and Efficient Multiresolution Editing Based on Triangle Meshes

Mario Botsch

Lehrstuhl für Informatik 8, RWTH Aachen
botsch@cs.rwth-aachen.de

1 Einleitung

Digitale Geometrieverarbeitung ist ein stetig wachsendes Forschungsgebiet, welches in den letzten Jahren erheblich an Bedeutung gewonnen hat. Dreidimensionale Flächen werden typischerweise mit Hilfe von Computer Aided Design (CAD) Programmen entworfen und modelliert, und ihre physikalische Eigenschaften mittels Finite Elemente (FEM) Simulationen untersucht. Ebenso können physikalische Prototypen mittlerweile kostengünstig und mit geringem Aufwand durch den Einsatz von 3D Laser-Scannern digitalisiert werden, was z.B. in der Unterhaltungsindustrie vermehrt eingesetzt wird. Gleichzeitig ermöglicht die steigende Leistungsfähigkeit aktueller PCs die interaktive Bearbeitung der resultierenden geometrischen Modelle.

Eines der Hauptprobleme ist hierbei die Vielzahl der in der Praxis eingesetzten Datenformate, welche in diesem Kontext unterschiedlichen Flächenrepräsentationen entsprechen. Häufig verwenden sogar kollaborierende Gruppen verschiedene Repräsentationen: Während Designer und CAD Ingenieure traditionell auf Basis von polynomialen Spline- oder NURBS-Flächen modellieren, benötigen nachfolgende FEM Simulationen oder Rapid Prototyping Applikationen stückweise lineare polygonale Netze als Eingabe.

Die daraus resultierenden häufigen Konversionen zwischen eben diesen Flächenrepräsentationen sind sowohl zeit- als auch Ressourcen-aufwändig. Darüber hinaus entspricht jede Konversion einem Resampling der Fläche und führt daher unvermeidlich zu geometrischen Fehlern. Konsequenterweise sollten Flächenkonversion daher auf ein Minimum reduziert werden, was impliziert, daß möglichst viele Geometrieverarbeitungsschritte auf einer einzigen Flächenrepräsentation durchgeführt werden sollten. Aufgrund ihrer Flexibilität und effizienten Verarbeitungsmöglichkeit werden in meiner Dissertation [Bot05] Dreiecksnetze als eben diese universelle Flächendarstellung vorgeschlagen.

Im Vergleich zu traditionellen Splineflächen stellen sich irreguläre Dreiecksnetze als die deutlich flexiblere Flächenrepräsentation heraus. Da ein Spline-Patch — als Abbildung eines rechteckigen Parametergebiets in den 3D Raum — ein gekrümmtes, aber ebenfalls rechteckiges Flächenstück darstellt, müssen geometrisch oder topologisch komplexe Modelle in eine Vielzahl rechteckiger Patches zerlegt werden. Hohe Flächenqualität ver-

langt zusätzlich tangential- oder krümmungstetige Übergänge zwischen diesen Patches. Das Berücksichtigen dieser topologischen und geometrischen Bedingungen während der Flächenerstellung sowie während aller weiteren Verarbeitungsschritte komplizieren den Umgang mit Splineflächen erheblich, und erfordern daher geschulte CAD Spezialisten.

Im Gegensatz dazu bieten Dreiecksnetze eine einfache Beschreibung von Flächen beliebiger Topologie, ohne diese in separate Patches zerlegen zu müssen. Ein Dreiecksnetz entspricht einem Graphen mit Knotenpunkten (*Vertices*) $\{v_1, \dots, v_V\}$, welche durch Dreiecke (*Faces*) $\{f_1, \dots, f_F\}$ miteinander verbunden sind. Die Zuweisung einer geometrischen Position $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3$ zum Vertex v_i bettet diesen Graphen in den dreidimensionalen Raum ein und ergibt so eine stückweise lineare Flächenapproximation.

Die resultierende quadratische Approximationsordnung garantiert bereits bei moderater Netzkomplexität eine hinreichende Approximationsgenauigkeit. Basierend auf der Generalisierung differential-geometrischer Konzepte und physikalisch-basierter Modelle auf irreguläre Dreiecksnetze, ermöglicht eine diskrete Flächenoptimierung eine zu Splines vergleichbare Flächenqualität.

Die konzeptuelle Einfachheit von Dreiecken als zugrunde liegende Flächenprimitive erlaubt zudem eine extrem effiziente Formulierung sowie Implementierung verschiedenster geometrischer Probleme [BSBK02]. Infolge dessen haben sich irreguläre Dreiecksnetze zu einer ernstzunehmenden Alternative zu Splineflächen entwickelt, und beginnen diese in mehr und mehr technischen Anwendungen zu komplementieren oder gar zu ersetzen.

In diesem Zusammenhang ist eine präzise und qualitativ hochwertige Flächenapproximation die Voraussetzung für erfolgreiche weiterführende Berechnungen. Der erste Teil meiner Dissertation, zusammengefaßt in Kapitel 2, befaßt sich daher mit der Erstellung und Optimierung von Dreiecksnetzen im Hinblick auf numerische Simulationen. Ein exakt kontrollierbarer geometrischer Fehler garantiert eine hinreichende Präzision und stellt damit die Aussagekraft einer nachfolgenden Simulation sicher. Wichtig ist auch die Approximation geometrischer Features, wie z.B. scharfer oder stark gekrümmter Kantenverläufe, da diese die Flächencharakteristik und Simulationsergebnisse wesentlich bestimmen. Zum Zwecke numerisch stabiler Berechnungen wird die Triangulierung zudem so optimiert, daß die Form der verwendeten Dreiecke möglichst gleichseitig ist.

Anschließend an die Generierung und Optimierung von Dreiecksnetzen beschäftigt sich der zweite Teil meiner Dissertation mit der interaktiven Deformation von Dreiecksnetzen. Der in Kapitel 3 vorgestellte Ansatz basiert auf der Minimierung eines physikalisch motivierten Energiefunktionals und liefert daher er beweisbar glatte und hochwertige Deformationen, vergleichbar mit denen komplexer CAD Systeme. Das sogenannte Multiresolution Modeling stellt zusätzlich sicher, daß geometrische Features und Flächendetails während der Deformation physikalisch plausibel erhalten werden. Dank der konsequenten Verwendung von Dreiecksnetzen ist das Verfahren intuitiv, flexibel und effizient genug, um sogar komplexe Modelle in Echtzeit zu verformen.

Die in meiner Dissertation entwickelten Verfahren konnten ihre Praxistauglichkeit in einer Kooperation mit der BMW AG unter Beweis stellen, bei der Dreiecksnetze erfolgreich für Strömungssimulationen aufbereitet sowie zur Optimierung der Strömungseigenschaften interaktiv verformt wurden.

2 Netzerzeugung und -optimierung

Die Erzeugung hochwertiger Dreiecksnetze erfordert zunächst geeignete Kriterien für die Bewertung ihrer Qualität, welche zumeist von der jeweiligen Zielanwendung abhängen. Diese Qualitätskriterien können dann während der Netzgenerierung berücksichtigt und in der darauf folgenden Netzoptimierung weiter verbessert werden.

Wenn immer Dreiecksnetze in numerischen Simulationen eingesetzt werden sollen, müssen sie eine hinreichend gute Approximation ihrer Zielgeometrie darstellen, welche z.B. ein "reales" physikalisches Objekt oder eine synthetische CAD Fläche sein kann. Insbesondere bei technische Modellen muß dabei der Approximation scharfer oder stark gekrümmter Kantenzüge besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden, da diese typischerweise einen starken Einfluß auf die Resultate der Simulation haben (z.B. Abrißkanten für Strömungen).

Scharfe Kanten in der Geometrie entsprechen unstetigen Tangenten- bzw. Normalenvektoren, was dann aufgrund der mangelnder Differenzierbarkeit die Approximation erschwert. Wie Abb. 1 verdeutlicht, ergibt auch ein Verfeinern des Netzes keine befriedigende Approximation scharfer Features. Stattdessen muß das Netz so an die Geometrie ausgerichtet werden, daß Vertices exakt auf dem Feature liegen und über Kanten entlang dessen verbunden werden. Dies wird bei der in Kapitel 2.1 vorgestellten Isoflächen-Extraktion berücksichtigt und in Kapitel 2.2 auf anisotrop gekrümmte Feature-Regionen erweitert.

Ein zweites Qualitätskriterium ist die Form der Dreiecke, welche besonders für numerische Simulationen von Bedeutung ist. Während gleichseitige Dreiecke numerisch stabile Berechnungen erlauben, können für degenerierte Dreiecke (drei nahezu kollineare Punkte) weder Ableitungen noch Normalenvektoren oder Flächeninhalte berechnet werden. Isotropes Remeshing (Kapitel 2.3) optimiert daher die Triangulierung einer Fläche im Hinblick auf Gleichseitigkeit .

Während aller Netzoptimierungs-Prozesse muß stets die geometrische Abweichung zur Originalfläche gemessen und kontrolliert werden, was z.B. durch die in [BBVK04] vorgestellten Toleranz-Volumen effizient implementiert werden kann.

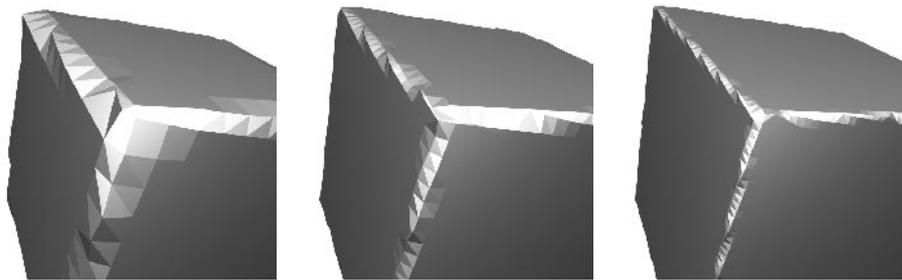


Abbildung 1: Alias- oder Sampling-Artefakte an scharfen Kanten lassen sich durch sukzessives Verfeinern des Netzes nicht entfernen. Obwohl das Netz punktweise gegen die exakte Geometrie konvergiert, divergieren die Normalenvektoren.

2.1 Feature-sensitive Isoflächen-Extraktion

Ein Großteil der aktuellen Verfahren zur Netzgenerierung erzeugt nicht direkt ein explizites Dreiecksnetz, sondern konstruiert zuerst eine implizite Funktion $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, welche die vorzeichenbehaftete Distanz zu der (noch unbekannt) Fläche \mathcal{S} mißt. Diese besteht daher aus allen Punkten mit Abstand 0, also $\mathcal{S} = \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3 \mid F(\mathbf{p}) = 0\}$, und kann durch Extraktion der Isofläche zum Isowert 0 gewonnen werden. Beispiele für derartige Ansätze sind 3D Laser-Scanning [CL96], Isoflächen-Extraktion aus volumetrischen medizinischen Datensätzen, oder sogenanntes *Constructive Solid Geometry* (CSG), das komplexe Objekte über Bool'sche Kombinationen einfacher Primitive konstruiert.

Das Standardverfahren zur Extraktion eines Dreiecksnetzes als Isofläche einer impliziten Funktion ist der *Marching Cubes* Algorithmus [LC87]. Dieser tastet die implizite Funktion auf einem regelmäßigen 3D Gitter ab und erzeugt dann für jede die Isofläche enthaltende Gitterzelle ein Flächenstück. Hierzu werden die Schnittpunkte der Würfelkanten mit der Isofläche berechnet und diese dann unter Verwendung einer vorberechneten Triangulationstabelle miteinander verbunden. Die Summe der resultierenden Flächenstücke ergibt schließlich die gesuchte Isofläche.

Das Erzeugen von Schnittpunkten ausschließlich auf den Kanten eines regulären Gitters führt bei technischen Datensätzen zu schwerwiegenden Alias-Problemen, da scharfe Kanten und Ecken analog zu Abb. 1 nicht rekonstruiert werden. Im Gegensatz dazu verwendet der in [KBSS01] vorgeschlagene *Extended Marching Cubes* zusätzlich den Gradienten ∇F , um Features innerhalb einer Gitterzelle zu detektieren und Abtastpunkte auf der Kanten/Ecke zu bestimmen. Dies ermöglicht selbst bei groben Gitterauflösungen eine exakte Rekonstruktion scharfer Features (s. Abb. 2).

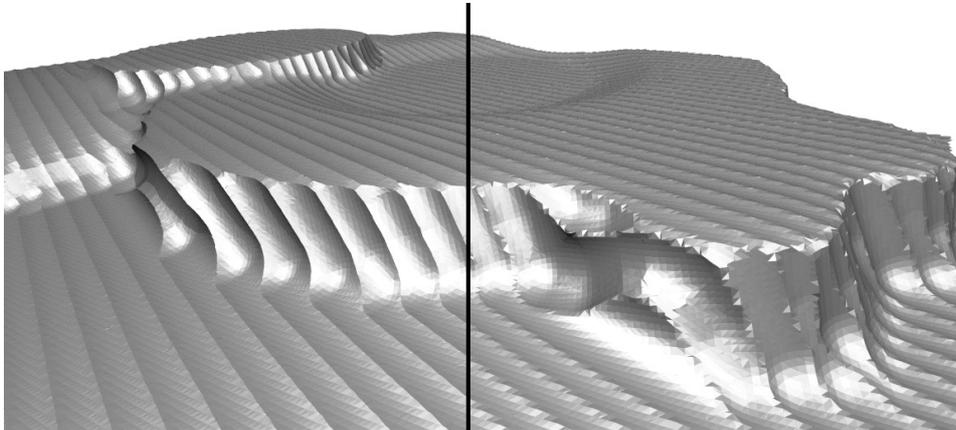


Abbildung 2: Für eine Frähsimulation wird mittels volumetrischer Differenzoperationen Material entfernt und anschließend ein Dreiecksnetz extrahiert. Die scharfen Kanten zwischen Frähbahnen, welche zur Bewertung des Fräßprogramms herangezogen werden, wurden im Gegensatz zum *Marching Cubes* (*rechts*) von unserem *Extended Marching Cubes* erfolgreich rekonstruiert (*links*).

2.2 Anisotropes Remeshing von Feature-Regionen

Wie im letzten Kapitel gezeigt wurde, muß für eine hochwertige Approximation scharfer Kanten die Triangulierung an diese Features ausgerichtet werden. Gleiches gilt ebenso für die in technischen Datensätzen häufig auftretenden stark anisotrop gekrümmten Featurelinien. Diese entstehen zum Beispiel, wenn zwei Flächenstücke durch Abrollen einer Kugel entlang ihres gemeinsamen Randes durch einen festen Krümmungsradius verbunden werden. Scharfe Kantenzüge sind daher ein Spezialfall, der einer Kugel mit verschwindendem Radius entspricht. Gekrümmte Featurelinien sind insbesondere für Strömungssimulationen interessant, da hier eine unzureichende Approximation zu einem ungewollten Abreißen der Strömung führen kann.

In nahezu allen Fällen ist vor der eigentlichen Simulation ein Simplifizierungsprozeß nötig, um die Komplexität des initialen Netzes auf ein von der Berechnung handhabbares Maß zu reduzieren. Diese Algorithmen haben keine Möglichkeit, die erforderliche Ausrichtung des Netzes an geometrische Features zu erzeugen oder auch nur zu erhalten. Obwohl die reduzierten Netze innerhalb einer vorgegebenen Fehlertoleranz liegen, sind ihre Normalenvektoren wegen der mangelnden Ausrichtung zufällig perturbiert, was den Begriff des *Normal Noise* geprägt hat [BK01a]. Dieses Rauschen im Normalenfeld gilt es zu reduzieren, um qualitativ hochwertige Featureapproximationen zu erhalten.

In [BK01a] wurde daher ein für Feature-Regionen optimales Sampling-Muster hergeleitet, welches einem tensorprodukt-artigen Gitter entspricht, dessen Hauptrichtungen sowohl an der minimalen Flächenkrümmung (entlang des Features), als auch an der maximalen Krümmung (quer zum Feature) ausgerichtet sind. Basierend darauf können gegebene Modelle verbessert werden, indem pro Featurelinie ein optimales Flächenstück mit vorgegebenem Krümmungsradius erzeugt und in das Zielnetz eingefügt wird (s. Abb. 3). Diese Tensorprodukt-Struktur ermöglicht zusätzlich zur Kontrolle des Profilradius auch ein allgemeineres Modellieren der Verbindungs-Profilkurve.

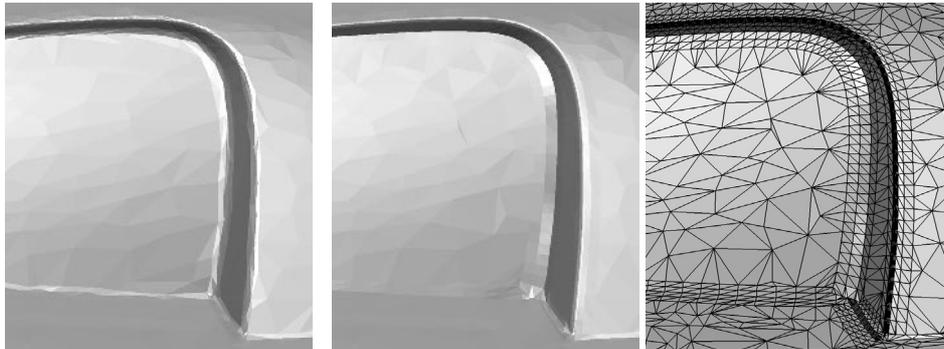


Abbildung 3: Anisotropes Resampling des Fahrerfensters eines BMW Z8 für anschließende Strömungssimulation. Das Normalenrauschen in Feature-Regionen des simplifizierten Modells (*links*) kann zu numerischen Instabilitäten und Turbulenzen führen. Für die optimierten Feature-Regionen (*mitte*, *links*) konnte das Normalenrauschen hingegen fast komplett eliminiert werden.

2.3 Isotropes Remeshing

Aufgrund ihrer Einfachheit und Flexibilität sind Dreiecksnetze die wohl häufigste Flächenrepräsentation für numerische Simulationen, werden jedoch auch für andere geometrische Probleme, wie z.B. Flächenglättung oder -deformation, zunehmend eingesetzt. Die meisten dieser Methoden erfordern das Lösen partieller Differentialgleichungen auf der durch das Dreiecksnetz repräsentierten Mannigfaltigkeit. Hierbei hängt die numerische Stabilität wesentlich von der Form der Dreiecke ab, da die benötigten Ableitungsinformationen für gleichseitige Dreiecke robust berechnet werden können, für nahezu kollineare Dreiecke aber degenerieren [BK01b].

Das sogenannte *isotrope Remeshing* optimiert daher die Tessellierung einer Fläche unter Beibehaltung ihrer Geometrie, mit dem Ziel eine regelmäßige Triangulierung mit gleichmäßiger Vertex-Verteilung und möglichst gleichseitigen Dreiecken zu erstellen. Bestehende Verfahren verwenden dazu eine Parametrisierung $f : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow S \subset \mathbb{R}^3$, indem sie das Parametergebiet Ω neu triangulieren und das resultierende Netz mittels der Funktion f auf die Fläche S abbilden. Das Erzeugen einer solchen Parametrisierung stellt aber im allgemeinen ein sehr schwieriges Problem dar, da die Fläche je nach Topologie bzw. Genus aufgeschnitten und danach möglichst verzerrungsfrei und bijektiv in den \mathbb{R}^2 abgebildet werden muß.

Im Gegensatz dazu benötigt der in [BK04b] vorgestellte Remeshing-Ansatz keinerlei *globale* Parametrisierung, sondern basiert auf einfachen *lokalen* topologischen und geometrischen Operatoren auf dem Netz. Infolge dessen ist diese Methode im Vergleich zu existierenden Verfahren sowohl einfacher zu implementieren, als auch deutlich effizienter in der Ausführung. Die lokalen Remeshing-Operatoren sind leicht um Detektion und Erhaltung scharfer Kanten erweiterbar, was dann die Optimierung komplexer technischer Datensätze ermöglicht. Die resultierenden Dreiecksnetze sind qualitativ hochwertig, da sie eine hohe Approximationsgenauigkeit und eine für numerische Berechnungen nahezu optimale Triangulierung aufweisen (s. Abb. 4).

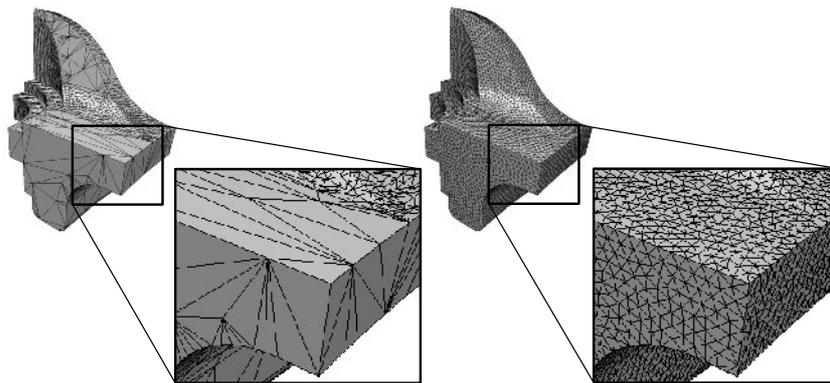


Abbildung 4: Feature-erhaltendes isotropes Remeshing eines technischen Datensatzes.

3 Interaktive Flächendeformation

Nach der Erzeugung qualitativ hochwertiger Dreiecksnetze beschäftigt sich der zweite Teil meiner Dissertation mit deren Deformation. Der Fokus liegt hierbei auf technischen Anwendungen, im Gegensatz zu eher künstlerischem Flächendesign. Strikte Voraussetzungen für einen praxisrelevanten Ansatz sind daher das exakte Einhalten vorgegebener Randbedingungen, sowie auch die physikalisch plausible Erhaltung von wichtigen geometrischen Features unter globalen Verformungen. Die in Kapitel 3.1 beschriebene Freiform-Modellierung berechnet flexible und physikalisch motivierte Formänderungen, welche dann in Verbindung mit detailerhaltenden Multiresolution Techniken (Kapitel 3.2) zu den gewünschten Ergebnissen führen.

3.1 Freiform-Deformation

Ein fundamentales Problem der Flächendeformation ist die zunehmende Komplexität der Flächen und der auf sie angewandten Deformationen. Infolge dessen nimmt das Maß an benötigter Benutzerinteraktion stetig zu. So ist z.B. die Deformation komplexer Splineflächen aufgrund der hohen Zahl von Flächenpatches und der geometrischen Übergangsbedingungen zwischen diesen oftmals unflexibel, kompliziert und zeitaufwändig.

Im Gegensatz dazu ist der in [BK04a] vorgestellte Ansatz intuitiv und flexibel. Diese Methode kontrolliert die Flächendeformation über die Randbedingungen eines Optimierungsprozesses. Nach Vorgabe von Zielpositionen $\mathbf{p}_i \mapsto \mathbf{p}'_i$ für eine beliebige Untermenge von Vertices \mathbf{p}_i wird eine Deformationsfunktion $\mathbf{d} : \mathcal{S} \rightarrow \mathbf{R}^3$ konstruiert, welche diese Bedingungen interpoliert ($\mathbf{d}(\mathbf{p}_i) = \mathbf{p}'_i$) und ansonsten ihre Biegeenergie minimiert. Die resultierende Funktion transformiert dann die Fläche \mathcal{S} zu $\mathcal{S}' := \{\mathbf{d}(\mathbf{p}) \mid \mathbf{p} \in \mathcal{S}\}$.

Da prinzipiell für jeden einzelnen Vertex eine Zielposition vorgeschrieben werden kann, ist dieser Ansatz maximal flexibel. Gleichzeitig ist er einfach und intuitiv, da die Energieminimierung schon bei Vorgabe weniger Bedingungen hochwertige und physikalisch plausible Deformationen liefert. Zudem garantiert die Minimierung von Biegeenergien eine zu Splineflächen äquivalente Flächen- bzw. Deformationsqualität und ermöglicht tangential- und krümmungstetige Verformungen.

Da die optimale Deformation auch über eine sog. Euler-Lagrange Differentialgleichung beschrieben wird, kann auch diese anstelle der Energieminimierung gelöst werden. Nach geeigneter Diskretisierung führt dies zu einem großen, dünn besetzten Gleichungssystem, welches mit den in [BBK05] beschriebenen Verfahren effizient gelöst werden kann. Eine zusätzliche Vorberechnung von Deformations-Basisfunktionen ermöglicht schließlich die Verformung selbst komplexer Flächen in Echtzeit.

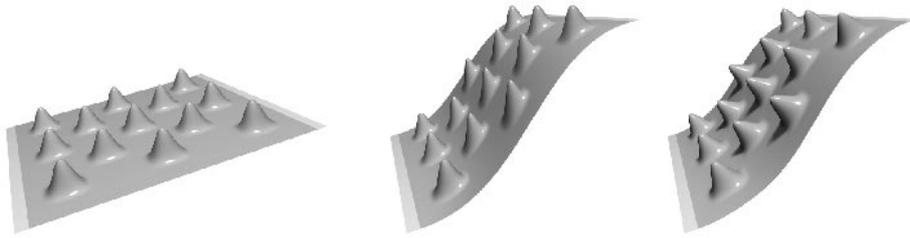


Abbildung 5: Geometrische Flächendetails werden von Freiform-Deformationen nicht korrekt erhalten (*mitte*). Die Frequenztrennung von Multiresolution Methoden bietet dagegen eine physikalisch plausible Detailerhaltung unter globalen Deformationen (*rechts*).

3.2 Multiresolution Deformation

Obwohl die beschriebene Freiform-Deformation qualitativ hochwertige Flächenverformungen erzielt, kann dieses lineare Verfahren geometrische Flächendetails nicht physikalisch korrekt erhalten (s. Abb. 5). Multiresolution Deformationen erzielen den gewünschten Effekt mit Hilfe einer Frequenztrennung: Die globale Form des Objektes kann als niederfrequenter Anteil \mathcal{B} des geometrischen “Signals” \mathcal{S} aufgefaßt werden, wohingegen die lokalen Flächendetails den hohen Frequenzen $\mathcal{D} = \mathcal{S} \ominus \mathcal{B}$ entsprechen. Eine globale Deformation verändert nun \mathcal{B} zu \mathcal{B}' und addiert danach die gespeicherten Details \mathcal{D} , was schließlich die Multiresolution Deformation $\mathcal{S}' = \mathcal{B}' \oplus \mathcal{D}$ ergibt (s. Abb. 6).

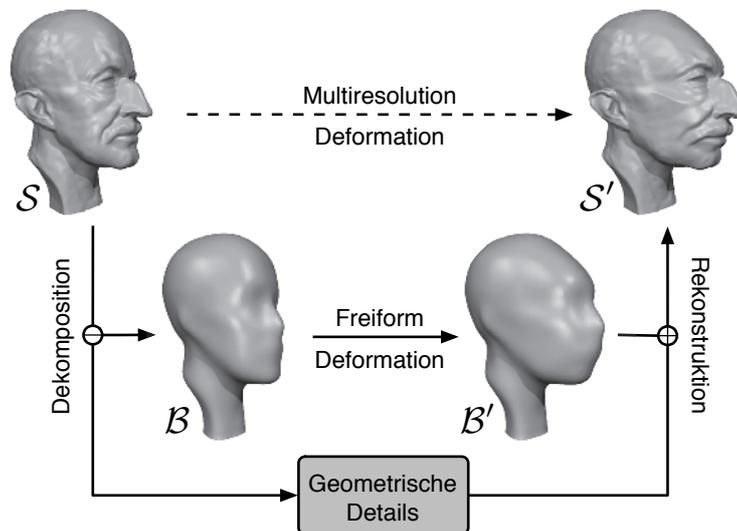


Abbildung 6: Schematische Darstellung einer Multiresolution Deformation.

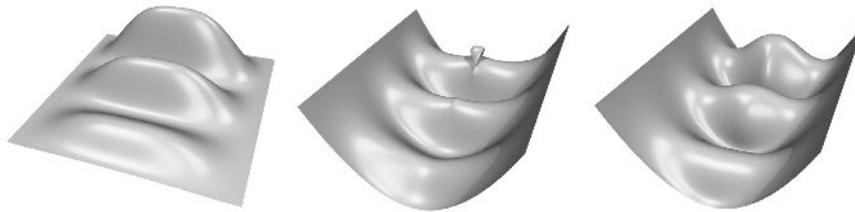


Abbildung 7: Eine Detailrepräsentation durch Displacement Vektoren kann zu Volumenänderungen bis hin zu Selbstdurchdringungen führen (*mitte*). Displacement Volumen rekonstruieren dagegen eine physikalisch plausible Fläche ohne Selbstdurchdringungen (*rechts*).

Ein Multiresolution Modeling Framework besteht daher aus den drei Operatoren für Frequenzdekomposition, Deformation der Basisfläche, und Detailrekonstruktion. Hierbei hängen Dekomposition und Rekonstruktion von einer geeigneten Darstellung der geometrischen Details \mathcal{D} , d.h., der Differenz zwischen der Fläche \mathcal{S} und ihrer Basisfläche \mathcal{B} , ab.

Die Standardrepräsentation sind sogenannte *Displacement Vektoren* [KCVS98], welche die Fläche \mathcal{S} als ein Höhenfeld über \mathcal{B} darstellen, also als eine Verschiebung von \mathcal{B} in Normalenrichtung. Da diese Vektoren untereinander nicht gekoppelt sind, können starke Deformationen zu einer Überkreuzung dieser Vektoren und damit zu Selbstdurchdringungen der Fläche führen (s. Abb. 7, mitte). Im Gegensatz dazu kodieren *Displacement Volumen* [BK03] die Differenz zwischen \mathcal{S} und \mathcal{B} durch dreieckige Prismen, die zwischen den beiden Flächen eingespannt sind. Ein Erhalten der Prismenvolumina während der Deformation ermöglicht natürliche und physikalisch plausible Ergebnisse, da die Details einer inkompressiblen volumetrischen Schicht entsprechen (s. Abb. 7, rechts).

Die Kombination der Freiform-Deformation mit einer Multiresolution Hierarchie ergibt schließlich ein intuitives, flexibles und effizientes Verfahren zur Deformation technischer Datensätze. Der Benutzer zeichnet die zu deformierende Region auf der Fläche ein und bestimmt einen oder mehrere Handle-Bereiche. Während der interaktiven Transformation der Handle-Bereiche wird der freie Teil der Fläche durch Minimierung von Biegeenergien ($\mathcal{B} \mapsto \mathcal{B}'$) und Detailrekonstruktion ($\mathcal{B}' \mapsto \mathcal{S}'$) in Echtzeit berechnet (s. Abb. 8).



Abbildung 8: Das Verwenden dreier unabhängiger Handle-Komponenten für den Kühler und die Radhäuser erlaubt das Strecken der Motorhaube bei Beibehaltung der Form der Radhäuser. Trotz der Komplexität von 250.000 Dreiecken kann diese Modellierung in Echtzeit durchgeführt werden.

Literatur

- [BBK05] M. Botsch, D. Bommes und L. Kobbelt. Efficient linear system solvers for geometry processing. *IMA conference on the Mathematics of Surfaces, LNCS*, 3605:62–83, 2005.
- [BBVK04] M. Botsch, D. Bommes, C. Vogel und L. Kobbelt. GPU-based tolerance volumes for mesh processing. In *Proc. of Pacific Graphics 04*, 2004.
- [BK01a] M. Botsch und L. Kobbelt. Resampling feature and blend regions in polygonal meshes for surface anti-aliasing. *Computer Graphics Forum (Proc. Eurographics)*, 20(3):402–410, 2001.
- [BK01b] M. Botsch und L. Kobbelt. A robust procedure to eliminate degenerate faces from triangle meshes. In *Proc. of Vision, Modeling, and Visualization 01*, Seiten 283–289, 2001.
- [BK03] M. Botsch und L. Kobbelt. Multiresolution surface representation based on displacement volumes. *Computer Graphics Forum (Proc. Eurographics)*, 22(3):483–491, 2003.
- [BK04a] M. Botsch und L. Kobbelt. An intuitive framework for real-time freeform modeling. *ACM Trans. on Graphics (Proc. SIGGRAPH)*, 23(3):630–634, 2004.
- [BK04b] M. Botsch und L. Kobbelt. A remeshing approach to multiresolution modeling. In *Proc. of Eurographics symposium on Geometry Processing 04*, Seiten 189–196, 2004.
- [Bot05] M. Botsch. *High Quality Surface Generation and Efficient Multiresolution Editing Based on Triangle Meshes*. Shaker Verlag Aachen, 2005.
- [BSBK02] M. Botsch, S. Steinberg, S. Bischoff und L. Kobbelt. OpenMesh — a generic and efficient polygon mesh data structure. In *Proc. of OpenSG symposium 02*, 2002.
- [CL96] B. Curless und M. Levoy. A volumetric method for building complex models from range images. In *Proc. of ACM SIGGRAPH 96*, Seiten 303–312, 1996.
- [KBSS01] L. Kobbelt, M. Botsch, U. Schwanecke und H.-P. Seidel. Feature sensitive surface extraction from volume data. In *Proc. of ACM SIGGRAPH 01*, Seiten 57–66, 2001.
- [KCVS98] L. Kobbelt, S. Campagna, J. Vorsatz und H.-P. Seidel. Interactive multi-resolution modeling on arbitrary meshes. In *Proc. of ACM SIGGRAPH 98*, Seiten 105–114, 1998.
- [LC87] W. E. Lorensen und H. E. Cline. Marching Cubes: a high resolution 3D surface construction algorithm. In *Proc. of ACM SIGGRAPH 87*, Seiten 163–170, 1987.



Mario Botsch wurde am 21.01.1974 in Bremen geboren. Nach Erhalten des Abiturs vom Melanchthon Gymnasium in Nürnberg begann er 1994 ein Mathematik-Studium an der Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, welches er 1999 mit Auszeichnung als Diplom-Mathematiker abschloß. Danach war er 1999 und 2000 wissenschaftlicher Mitarbeiter von Dr. Leif Kobbelt und Prof. Dr. Hans-Peter Seidel in der Computergraphik-Gruppe am Max-Planck Institut für Informatik, Saarbrücken. Anfang 2001 wechselte er dann als Doktorand von Prof. Dr. Leif Kobbelt an die RWTH Aachen und schloß dort im Juli 2005 seine Promotion mit Auszeichnung ab. Seit August 2005 arbeitet er als Postdoktorand in der Graphik-Gruppe von Prof. Dr. Markus Gross an der ETH Zürich.