

# Impulsbasierte Dynamiksimulation von Mehrkörpersystemen in der virtuellen Realität

Jan Bender

Institut für Betriebs- und Dialogsysteme  
Universität Karlsruhe  
E-Mail: [jbender@ira.uka.de](mailto:jbender@ira.uka.de)  
<http://www.impulse-based.de>

**Abstract:** Die dynamische Simulation gewinnt im Bereich der virtuellen Realität immer mehr an Bedeutung. Sie ist ein wichtiges Hilfsmittel, um den Grad der Immersion des Benutzers in eine virtuelle Welt zu erhöhen. In diesem Anwendungsbereich ist die Geschwindigkeit des verwendeten Simulationsverfahrens entscheidend. Weitere Anforderungen an das Verfahren sind unter anderem Genauigkeit, Stabilität und eine einfache Implementierung. In dieser Arbeit wird ein neues impulsbasiertes Verfahren für die dynamische Simulation von Mehrkörpersystemen vorgestellt. Dieses erfüllt, im Gegensatz zu klassischen Verfahren, alle Anforderungen der virtuellen Realität. Das vorgestellte Verfahren arbeitet ausschließlich mit Impulsen, um mechanische Gelenke, Kollisionen und bleibende Kontakte mit Reibung zu simulieren.

## 1 Einführung

Die dynamische Simulation von Mehrkörpersystemen hat bereits viele Anwendungsbereiche, wie z. B. die technische Mechanik, die Robotik, die Erstellung von Animationsfilmen und Computerspiele. Die Anforderungen an ein Simulationsverfahren hängen von dem jeweiligen Anwendungsgebiet ab. Bei der Simulation eines Roboters ist es wichtig, dass die Ergebnisse möglichst genau sind. Genaue Simulationsergebnisse erlauben Rückschlüsse auf das Verhalten eines realen Roboters. Die dynamische Simulation bietet dann die Möglichkeit, das Verhalten und die Eigenschaften eines Roboters zu untersuchen, bevor dieser gebaut wird. Auf diese Weise können Kosten bei der Entwicklung eingespart werden. Im Bereich der Computeranimation reicht es meistens aus, wenn die Ergebnisse der dynamischen Simulation für den Betrachter plausibel sind. Die Geschwindigkeit des verwendeten Verfahrens ist in diesem Bereich wesentlich wichtiger als die Genauigkeit.

Die Dynamiksimulation gewinnt auch im Bereich der virtuellen Realität immer mehr an Bedeutung. Durch Simulation können physikalische Gesetze in die virtuelle Welt abgebildet werden. Dadurch kann ein Benutzer intuitiv mit der virtuellen Umgebung interagieren und der Grad der Immersion des Benutzers erhöht sich. Außerdem können komplexe Maschinen in dieser virtuellen Umgebung simuliert und ihr Verhalten untersucht werden. Der Anwendungsbereich der virtuellen Realität stellt besondere Anforderungen an ein Simulationsverfahren. Sowohl einfache als auch komplexe Modelle müssen in Echtzeit simuliert

werden können. Wenn das Verhalten eines realen Modells in der virtuellen Welt untersucht werden soll, müssen die Simulationsergebnisse sehr genau sein. Außerdem ist es wichtig, dass der Grad der Genauigkeit einer Simulation vorhersagbar ist. Das Simulationsverfahren soll verschiedene Arten von mechanischen Gelenken unterstützen, wie z. B. Motoren, Federn und Drehgelenke. Außerdem müssen Kollisionen zwischen Körpern sowohl erkannt als auch unter Berücksichtigung von Reibungskräften aufgelöst werden. Eine Anwendung soll nicht zwingend auf Ergebnisse warten müssen, sondern die dynamische Simulation jederzeit abbrechen können und ein vorläufiges Ergebnis erhalten. Einen Algorithmus, der diese Anforderung erfüllt, bezeichnet man auch als *Anytime-Algorithmus*. Die Stabilität der Simulation muss bei diesem vorzeitigem Abbruch der Simulationsschleife und auch bei der Einwirkung von äußeren Kräften, wie z. B. bei der Interaktion des Benutzers mit dem Modell, gewährleistet sein. Eine weitere Anforderung an das Verfahren ist, dass es möglichst einfach zu implementieren sein soll. Dadurch kann es problemlos in bestehende Anwendungen der virtuellen Realität integriert werden.

Bisher existiert kein Verfahren, das alle genannten Anforderungen erfüllt. Das Ziel dieser Arbeit ist es daher, ein solches Verfahren für die dynamische Simulation von Mehrkörpersystemen zu entwickeln. Um dies zu erreichen, wird ein neuer impulsbasierter Ansatz verwendet, der in dieser Arbeit vorgestellt wird.

## 2 Verwandte Arbeiten

**Simulation von Gelenken** Jedes Gelenk definiert eine Zwangsbedingung für die verbundenen Körper. Zwei wichtige Verfahren zur Behandlung dieser Zwangsbedingungen sind die Methode der reduzierten Koordinaten und die Lagrange-Faktoren-Methode.

Durch holonome Zwangsbedingungen<sup>1</sup> werden die Freiheitsgrade eines Mehrkörpersystems permanent reduziert. Der Zustand eines Systems mit  $n$  Freiheitsgraden und  $m$  voneinander unabhängigen Zwangsbedingungen ist durch  $n - m$  unabhängige Koordinaten bestimmt. Diese Koordinaten werden auch als reduzierte Koordinaten bezeichnet. Die Bewegungsgleichungen können mit dem Lagrange-Formalismus [GPS06] bezüglich dieser Koordinaten aufgestellt werden. Das daraus resultierende System von gewöhnlichen Differentialgleichungen wird mit Hilfe von numerischen Integrationsverfahren gelöst. Modelle ohne Zyklen können in linearer Zeit mit dem Verfahren von Roy Featherstone [Fea87] simuliert werden, das auf dem rekursiven Newton-Euler-Verfahren basiert. Die Methode der reduzierten Koordinaten ist sehr genau und schnell. Allerdings können nur holonome Bedingungen und damit keine Kollisionen simuliert werden, für Modelle mit Zyklen werden spezielle Verfahren benötigt und die Implementierung ist kompliziert [Mir96].

Die Lagrange-Faktoren-Methode simuliert Zwangsbedingungen mit Hilfe von internen Kräften, die die Bewegungsfreiheit der Körper einschränken. Durch das Ableiten der Gelenkbedingungen werden diese in eine allgemeine Form gebracht, die von den Beschleunigungen der Körper abhängt [Wag01]. Setzt man die Bewegungsgleichung von Newton

<sup>1</sup>Holonome Zwangsbedingungen sind als Gleichung formulierbar und hängen nur von der Lage des Körpers und der Zeit ab.

in die resultierende Gleichung ein, erhält man ein lineares Gleichungssystem für die sogenannten Lagrange-Faktoren, welches unter Berücksichtigung des Prinzips von d'Alembert [GPS06] gelöst werden kann. Die Richtung der internen Kräfte ist durch die Zwangsbedingungen vorgegeben und die Lagrange-Faktoren bestimmen ihre Stärke. Die Berechnung der Lagrange-Faktoren hat einen Zeit- und Speicheraufwand von  $O(m^3)$ , wobei  $m$  die Anzahl der Bedingungen ist. David Baraff beschreibt in [Bar96] ein Verfahren, das die Lagrange-Faktoren für Modelle mit Baumstruktur mit linearem Aufwand berechnet. Da die Bedingungen nur für die Beschleunigungen der Körper aufgelöst werden, wird bei der Lagrange-Faktoren-Methode ein zusätzliches Stabilisierungsverfahren benötigt, um einen numerischen Drift zu korrigieren.

**Kollisionen** Analytische Verfahren formulieren für Kollisionen und bleibende Kontakte Zwangsbedingungen, um eine Durchdringung der Körper zu verhindern [Bar89]. Kollisionen haben eine unendlich kleine Zeitdauer und werden daher oft mit Impulsen aufgelöst. Dagegen werden für bleibende Kontakte Kräfte berechnet, die eine Durchdringung während des Zeitintervalls des Kontakts verhindern. Das Problem der Bestimmung dieser Kräfte wird oft als lineares Komplementaritätsproblem (LCP) formuliert. Dies geht auf die Arbeiten von Per Lötstedt zurück [Löt84]. Für die Berechnung der Kräfte werden oft Optimierungsmethoden eingesetzt [KEP05]. In [Bar94] wird dagegen ein Verfahren vorgestellt, das ohne den Einsatz von Optimierungsmethoden auskommt und dadurch schneller und stabiler arbeitet.

Die impulsbasierte Kollisionsauflösung geht hauptsächlich auf die Arbeiten von Mirtich und Canny zurück [MC95, Mir96]. Bei ihrem Verfahren werden Kollisionen und bleibende Kontakte mit Hilfe von Impulsen aufgelöst. Wenn zwei Körper Kontakt miteinander haben, dann wird in genau einem Kontaktpunkt der beiden Körper ein Impuls angewendet, um die Kollision zu behandeln. Haben zwei Körper in mehreren Punkten Kontakt, dann werden diese Kollisionen zeitlich nacheinander aufgelöst. Dies führt zu einer unerwünschten Vibration der Körper. Guendelman [Gue06] löst dieses Problem durch eine Veränderung des Ablaufs eines Simulationsschrittes auf Kosten der Genauigkeit.

### 3 Dynamische Simulation eines Mehrkörpersystems

Die Bewegung dynamischer Körper wird durch Kräfte, wie z. B. Gravitation, beeinflusst. Ein Starrkörper hat sechs Freiheitsgrade: drei translatorische und drei rotatorische. Sein Zustand zu einem Zeitpunkt  $t$  ist definiert durch seine Masse, die Position seines Schwerpunktes, seine Geschwindigkeit, seinen Trägheitstensor, seine Rotationsmatrix und seine Winkelgeschwindigkeit. In einem Simulationsschritt der Länge  $h$  wird der neue Zustand des Körpers für den Zeitpunkt  $t + h$  abhängig von den externen Kräften und Drehmomenten durch Integration berechnet.

### 3.1 Simulation eines Gelenks

Jedes Gelenk verbindet zwei Körper und reduziert dadurch ihre Freiheitsgrade. Durch Gelenke werden Zwangsbedingungen für die Positionen und Geschwindigkeiten der Körper definiert. Am Ende jedes Simulationsschrittes müssen diese Bedingungen erfüllt sein. Im Folgenden wird ein Simulationsschritt des impulsbasierten Verfahrens anhand eines Kugelgelenks (siehe Abbildung 1(a)) beschrieben. Dieses Gelenk definiert die Positionsbe-

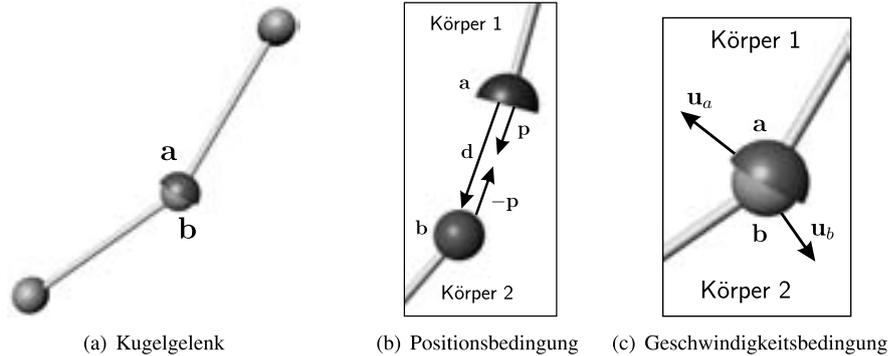


Abbildung 1: Ablauf der Simulation eines Kugelgelenks

dingung  $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 0$  und die Geschwindigkeitsbedingung<sup>2</sup>  $|\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b| = 0$ . Das bedeutet, dass der Punkt  $\mathbf{a}$  des ersten Körpers mit dem Punkt  $\mathbf{b}$  des zweiten verbunden ist und deshalb ihre Positionen und Geschwindigkeiten gleich sein müssen. Zunächst wird die Positionsbedingung erfüllt, indem der Zustand des Gelenks nach dem Simulationsschritt durch Integration bestimmt wird. Mit dieser Vorschau (siehe Abbildung 1(b)) kann überprüft werden, ob zum Zeitpunkt  $t + h$  die Bedingung erfüllt ist bzw. wie groß die Distanz der Gelenkpunkte  $d$  sein wird. Wenn die Bedingung nicht erfüllt ist, dann wird ein Impuls  $\mathbf{p}$  berechnet, der den Fehler korrigiert. Dazu wird mit Hilfe von  $\frac{1}{h}\mathbf{d}$  approximiert<sup>3</sup>, wie sich die Geschwindigkeiten der verbundenen Körper zum Zeitpunkt  $t$  ändern müssen, damit die Bedingung zum Zeitpunkt  $t + h$  erfüllt wird. Der Impuls, der diese Geschwindigkeitsänderung bewirkt, kann mit einer linearen Gleichung sehr effizient bestimmt werden [BS06b]. Da es sich bei dem berechneten Impuls um eine Approximation handelt, wird die Bedingung nach Anwenden des Impulses im Allgemeinen nicht exakt erfüllt, aber der Fehler erheblich reduziert. In einer iterativen Schleife werden dann weitere Impulse bestimmt, bis die Positionsbedingung mit einer vorgegebenen Genauigkeit erfüllt ist. Anschließend kann ein Simulationsschritt durchgeführt werden, bei dem die Zustände aller Körper für den Zeitpunkt  $t + h$  berechnet werden. Durch die berechneten Impulse ist nach dem Simulationsschritt die Positionsbedingung erfüllt, aber für die Geschwindigkeitsbedingung gilt

<sup>2</sup> $\mathbf{u}_a$  bezeichnet die Geschwindigkeit des Punktes  $\mathbf{a}$ .

<sup>3</sup>Wenn sich die Gelenkpunkte relativ zueinander auf einer linearen Bahn bewegen, dann beschreibt  $\frac{1}{h}\mathbf{d}$  die exakte Geschwindigkeitsänderung, die benötigt wird, um die Bedingung zu erfüllen. Andernfalls ist dieser Wert eine sehr gute Approximation, da sich die Nichtlinearität in dem sehr kleinen Zeitraum  $h$  nicht stark auswirkt.

dies u. U. nicht (siehe Abbildung 1(c)). Daher wird ein letzter Impuls berechnet, der exakt die Geschwindigkeitsänderung  $\mathbf{u}_b - \mathbf{u}_a$  bewirkt und damit sofort die Bedingung erfüllt.

Das Kugelgelenk ist ein *Grundgelenk* der impulsbasierten Simulation. Ein Grundgelenk entfernt entweder ausschließlich translatorische Freiheitsgrade oder rotatorische. Bei der Simulation von Starrkörpern gibt es daher sechs Grundgelenke [BS06b]. Jedes hat eine Positions- und eine Geschwindigkeitsbedingung. Die Positionsbedingung entfernt die entsprechenden Freiheitsgrade, während die Geschwindigkeitsbedingung dafür sorgt, dass die zu den entfernten Freiheitsgraden zugehörigen, relativen Geschwindigkeiten Null sind. Durch Kombination mehrerer dieser Grundgelenke können neue Gelenktypen realisiert werden. Ein solches kombiniertes Gelenk kann beliebige Translations- und Rotationsfreiheitsgrade entfernen. Dadurch ermöglicht die impulsbasierte Simulation die Realisierung aller denkbaren Gelenkarten.

### 3.2 Systeme von Gelenken

Wenn ein Körper durch mehrere Gelenke mit anderen Körpern verbunden ist, dann beeinflussen sich die berechneten Impulse der einzelnen Gelenke gegenseitig. Es wurden zwei Verfahren entwickelt, um dieses Problem zu lösen, welche im Folgenden vorgestellt werden. Das erste Verfahren arbeitet rein iterativ, während das zweite Verfahren lineare Gleichungssysteme verwendet, um die Struktur des simulierten Mehrkörpersystems zu beschreiben. Außerdem wurden Verfahren höherer Ordnung hergeleitet, mit denen ein höherer Grad an Genauigkeit erreicht werden kann [SBP05a].

**Iteratives Verfahren** Beim iterativen Verfahren werden die Gelenke in einem Mehrkörpersystem einzeln betrachtet. Die Abhängigkeiten im Modell, die dadurch entstehen, dass sich die Impulse von verschiedenen Gelenken gegenseitig beeinflussen, werden nicht explizit berücksichtigt. Bei der Gelenkkorrektur werden alle Gelenke, die im folgenden Simulationsschritt auseinander brechen würden, in einer iterativen Schleife korrigiert. In jeder Iteration wird für jedes Gelenk, das seine Zwangsbedingung nicht erfüllt, ein Impuls nach dem oben beschriebenen Verfahren bestimmt. Die Schleife endet, wenn alle Bedingungen mit einer vorgegebenen Toleranz erfüllt sind. Diese Vorgehensweise konvergiert zu der physikalisch korrekten Lösung, wenn die Zeitschrittweite gegen Null geht. Der Beweis dafür befindet sich in [SBP05b].

**LGS-Verfahren** Im Gegensatz zum iterativen Verfahren werden beim LGS-Verfahren die Abhängigkeiten zwischen den Gelenken berücksichtigt. Diese Abhängigkeiten können mit Hilfe des linearen Gleichungssystems  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{x} = \Delta \mathbf{v}$  beschrieben werden. Die Matrix  $\mathbf{M}$  ist eine Blockmatrix und spiegelt die Struktur des simulierten Mehrkörpersystems wider, der Vektor  $\mathbf{x}$  repräsentiert die zu berechnenden Impulse und der Vektor  $\Delta \mathbf{v}$  beinhaltet die Geschwindigkeitsänderungen, die erreicht werden sollen. Ein Block  $M_{i,j}$  der Matrix beschreibt, wie die Geschwindigkeiten des  $i$ -ten Gelenks von dem Korrekturimpuls des  $j$ -ten Gelenks abhängen. Da auf diese Weise alle Abhängigkeiten im Modell beschrieben

sind, können die Impulse aller Gelenke durch das Lösen des Gleichungssystems simultan bestimmt werden. Für Modelle, die keine Zyklen in der Gelenkstruktur haben, kann das Gleichungssystem durch eine Umformung sogar mit linearem Zeit- und Speicheraufwand gelöst werden [Ben07]. Dieses  $O(n)$ -Verfahren ist damit bezüglich Zeit- und Speicheraufwand optimal.

**Vergleich** Für einen Geschwindigkeitsvergleich der impulsbasierten Verfahren mit einem häufig eingesetzten Verfahren der klassischen Mechanik, wurde die Lagrange-Faktoren-Methode (LFM) implementiert. Die Messungen wurden mit vier Baummodellen (siehe Abbildung 2) mit 31, 63, 127 und 255 Gelenken auf einem PC mit einem 3,4 GHz Intel Pentium 4 Prozessor durchgeführt. Es wurde eine Zeitschrittweite von  $\frac{1}{30}$  s ver-

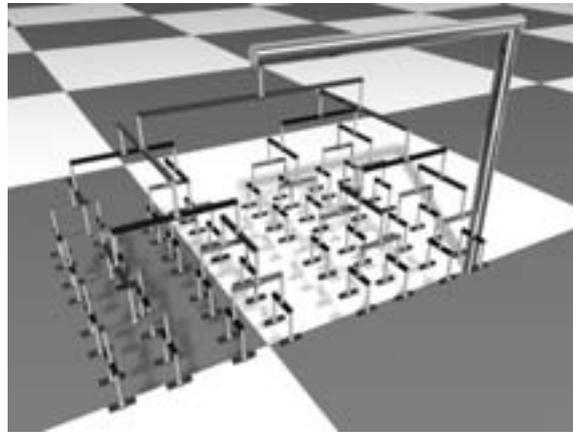


Abbildung 2: Ein Baum mit 127 Körpern, die durch 127 Kugelgelenke verbunden sind

wendet. Die Zeiten der impulsbasierten Verfahren wurden für verschiedene Toleranzwerte gemessen. Die durchschnittlichen Zeiten aller Verfahren sind in Tabelle 1 aufgelistet. Das Standard-Verfahren mit Lagrange-Faktoren eignet sich nur für kleine Modelle, da die

	Baum 31	Baum 63	Baum 127	Baum 255
iterativ ( $10^{-3}$ m, $10^{-3}$ m/s)	2,73 ms	7,86 ms	20,35 ms	51,47 ms
iterativ ( $10^{-6}$ m, $10^{-6}$ m/s)	15,87 ms	54,25 ms	169,07 ms	494,15 ms
LGS-Verfahren ( $10^{-6}$ m)	4,53 ms	7,89 ms	19,66 ms	59,48 ms
$O(n)$ -Verfahren ( $10^{-6}$ m)	1,26 ms	2,53 ms	6,26 ms	13,70 ms
LFM - Standard	212,12 ms	2,19 s	25,20 s	175,45 s
LFM - Baraff	7,72 ms	16,84 ms	35,29 ms	82,05 ms

Tabelle 1: Vergleich der Rechenzeiten pro Simulationsschritt. Das Baummodell wurde in verschiedenen Größen mit dem iterativen Verfahren, dem LGS-Verfahren, dem  $O(n)$ -Verfahren, dem Standard-Verfahren mit Lagrange-Faktoren und der optimierten Variante von David Baraff [Bar96] simuliert.

benötigte Rechenzeit bei vielen Gelenken sehr schnell ansteigt. Dagegen ist das optimierte Verfahren von Baraff schneller als die rein iterative, impulsbasierte Methode mit den

kleinsten Toleranzwerten. Das iterative Verfahren benötigt sehr viele Iterationen bei komplexen Modellen, wenn eine hohe Genauigkeit gefordert wird. Werden beide Toleranzen auf den Wert  $10^{-3}$  erhöht, dann ist das iterative Verfahren deutlich schneller als die Methode von Baraff. Durch Berücksichtigung der Gelenkstruktur arbeitet das LGS-Verfahren auch für komplexe Modelle mit hohen Genauigkeitsanforderungen sehr schnell. Das  $O(n)$ -Verfahren erreicht für Modelle ohne Zyklen sogar den optimalen Zeit- und Speicheraufwand und konnte damit den größten Baum mit 255 Gelenken fast dreimal schneller als Echtzeit und sechsmal schneller als mit dem Verfahren von Baraff simulieren. Das iterative Verfahren ist ein Anytime-Algorithmus, der zu jeder Zeit ein Ergebnis liefern kann. Es hat zusätzlich den Vorteil, dass es Schleifen, Kollisionen und Kontakte mit Reibung ohne Sonderbehandlung simuliert, da eine Kollision als Geschwindigkeitsbedingung und ein Kontakt als Positionsbedingung formuliert werden kann (vgl. Abschnitt 4). Die neu entwickelten impulsbasierten Verfahren steuern zulässige Gelenkzustände direkt an. Damit können selbst völlig zerfallene Modelle wieder zusammengesetzt werden. Aus diesem Grund sind diese Verfahren sehr stabil. Außerdem beherrschen sie alle denkbaren Gelenkarten, da sie die vorgestellten Grundgelenke unterstützen.

#### 4 Behandlung von Kollisionen und Kontakten

Bei der Behandlung von Situationen, in denen zwei Körper kollidieren oder permanent Kontakt miteinander haben, muss verhindert werden, dass sich die Körper durchdringen. In Abschnitt 2 wurden impulsbasierte Verfahren, die einem geringen Berechnungsaufwand haben, und analytische Verfahren, die sehr genaue Ergebnisse liefern, vorgestellt. In dieser Arbeit wird ein neues Verfahren präsentiert, das die Vorteile beider Ansätze kombiniert. Für alle Kontaktpunkte werden, wie bei den analytischen Verfahren, Zwangsbedingungen aufgestellt, um genaue Ergebnisse zu erhalten. Diese werden im Gegensatz zu den bisherigen Verfahren durch die iterative Berechnung von Impulsen erfüllt. Dadurch kann die hohe Geschwindigkeit der impulsbasierten Verfahren erreicht werden.

Eine Kollision findet in einem unendlich kleinen Zeitraum statt. Die Geschwindigkeiten der kollidierenden Körper müssen sich ohne eine Zeitverzögerung ändern, um einen Rückstoß zu simulieren. Eine Kollision definiert daher eine Geschwindigkeitsbedingung. Die dafür benötigte Geschwindigkeitsänderung kann mit Newtons Stoßgesetz in Abhängigkeit der Elastizität der Körper bestimmt werden. Bei einem bleibenden Kontakt muss eine Durchdringung der Körper für einen gewissen Zeitraum verhindert werden. Dadurch wird eine Positionsbedingung definiert. Da sich Kollisionen und bleibende Kontakte durch Geschwindigkeits- und Positionsbedingungen beschreiben lassen, können sie bei der Simulation wie Gelenke behandelt werden. Allerdings muss beachtet werden, dass der Gesamtimpuls, der auf ein Paar von Kontaktpunkten angewendet wird, die Körper in den Punkten voneinander abstößt. Der Impuls darf die Körper nicht festhalten. Dies kann mit dem iterativen Verfahren realisiert werden, indem in jeder Iteration der Gesamtimpuls überprüft wird. Außerdem wird in jeder Iteration ein Reibungsimpuls nach dem Gesetz von Coulomb berechnet, um Gleit- und Haftreibung zu simulieren.

**Ergebnisse** Abbildung 3 zeigt links ein Modell, bei dem 1000 Würfel durch einen Trichter fallen. Die Simulation des Modells wurde mit einer Zeitschrittweite von 0,001 s durchgeführt, um genaue Ergebnisse zu erhalten. Bei der Simulation traten maximal 332 Kol-

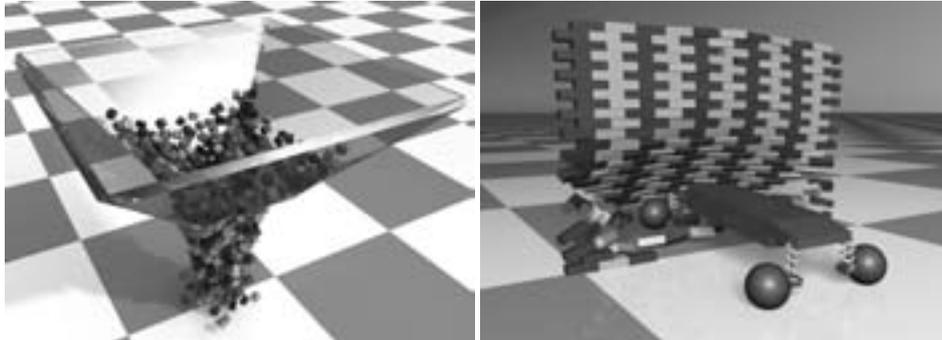


Abbildung 3: Kollisionsauflösung

lisionen gleichzeitig auf. Die benötigte Rechenzeit für die Kollisionsauflösung betrug zu diesem Zeitpunkt 61 ms. Am Ende der Simulation wurde ein Höchstwert von 2813 bleibenden Kontakten erreicht. Die maximale Zeit von 70 ms für die Kontaktbehandlung wurde allerdings zu einem Zeitpunkt gemessen, zu dem sich noch einige Würfel im Trichter befanden und die ersten Würfel bereits den Boden erreicht hatten. Durchschnittlich gab es 38 Kollisionen und 879 bleibende Kontakte pro Simulationsschritt. Die Kollisionen konnten im Schnitt in ungefähr 2 ms und die Kontakte in 10 ms aufgelöst werden. Die Simulation des Modells ist wegen der verwendeten Zeitschrittweite nicht echtzeitfähig, aber für die genaue Simulation eines solch komplexen Modells mit Reibung sind die Ergebnisse sehr gut. Dies zeigt ein Vergleich mit einem analytischen Verfahren, das Optimierungsmethoden verwendet. In [SM04] wird ein ähnliches Modell mit einem solchen Verfahren simuliert. Bei dem Modell fallen 1000 Würfel durch einen Trichter in einen Behälter. Da eine genaue Simulation fast 10 Tage gedauert hätte, wurden Körper, die sich nur sehr wenig bewegt haben, „eingefroren“. Dadurch konnte Rechenzeit auf Kosten der Genauigkeit eingespart werden und die Simulation benötigte 9,5 Stunden. Dagegen kann das Verfahren, das in dieser Arbeit vorgestellt wird, innerhalb weniger Minuten genaue Ergebnisse für ein vergleichbares Modell liefern. Auf Optimierungen, wie das „Einfrieren“ von Körpern, wird dabei zu Gunsten der Genauigkeit verzichtet.

Das rechte Modell in Abbildung 3 zeigt ein Auto, das in eine Mauer aus 252 Steinen fährt. Dieses Modell ist sehr komplex, da jeder Stein direkt oder indirekt von jedem anderen abhängt. Die Simulation mit analytischen Verfahren ist daher sehr langsam. Dagegen führt die Simulation mit den in Abschnitt 2 vorgestellten impulsbasierten Verfahren zu einer unerwünschten Vibration der Körper. Dadurch stürzt die Mauer schon vor dem Aufprall zusammen. Das in dieser Arbeit neu entwickelte Verfahren ermöglicht eine schnelle und stabile Simulation des Modells. Durch den Einsatz einer Methode der Schockfortpflanzung [BS06a] ist sogar eine Simulation in Echtzeit möglich.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Anwendungen der virtuellen Realität haben spezielle Anforderungen an die dynamische Simulation. In dieser Arbeit wurde eine impulsbasierte Simulationsmethode vorgestellt, die im Gegensatz zu anderen Verfahren alle diese Anforderungen erfüllt. In der Computergraphik kommt bisher oft die Methode der Lagrange-Faktoren zum Einsatz. Diese benötigt ein zusätzliches Stabilisierungsverfahren. Für eine genaue Behandlung von bleibenden Kontakten werden Kräfte berechnet, während Kollisionen meistens mit Impulsen aufgelöst werden. Das bedeutet, dass für eine solche Simulation vier verschiedene Verfahren implementiert werden müssen. Die neu entwickelte impulsbasierte Methode simuliert dagegen sowohl Gelenke als auch Kollisionen und bleibende Kontakte in einer einheitlichen Form und ist außerdem selbststabilisierend. Daher wird nur noch ein Verfahren benötigt.

Das impulsbasierte Verfahren ist nicht nur für die Starrkörpersimulation geeignet. Es können bereits zweidimensionale deformierbare Körper wie Textilien simuliert werden (siehe Abbildung 4). In Zukunft soll das Verfahren auch für dreidimensionale deformierbare Kör-



Abbildung 4: Simulation der Kollision von Starrkörpern mit einem Tuch

per erweitert werden. Außerdem ist eine Parallelisierung des Verfahrens für die Simulation auf Graphikprozessoren und auf Multikern-Rechnern geplant. Das iterative Verfahren wurde sogar bereits als ein Shader-Programm für die Graphikkarte umgesetzt.

## Literatur

- [Bar89] David Baraff. Analytical Methods for Dynamic Simulation of Non-penetrating Rigid Bodies. *Computer Graphics*, 23(3):223–232, 1989.
- [Bar94] David Baraff. Fast contact force computation for nonpenetrating rigid bodies. In *Computer graphics (SIGGRAPH)*, Seiten 23–34, New York, USA, 1994. ACM Press.
- [Bar96] David Baraff. Linear-time dynamics using Lagrange multipliers. In *Computer graphics (SIGGRAPH)*, Seiten 137–146, New York, USA, 1996. ACM Press.

- [Ben07] Jan Bender. Impulse-based dynamic simulation in linear time. *Computer Animation and Virtual Worlds*, 18(4-5):225–233, 2007.
- [BS06a] Jan Bender und Alfred Schmitt. Constraint-based collision and contact handling using impulses. In *Proc. of comp. anim. & soc. agents*, Seiten 3–11, Genf, Schweiz, Juli 2006.
- [BS06b] Jan Bender und Alfred Schmitt. Fast Dynamic Simulation of Multi-Body Systems Using Impulses. In *Proceedings of VRIPhys*, Seiten 81–90, Madrid, Spanien, November 2006.
- [Fea87] Roy Featherstone. *Robot Dynamics Algorithm*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, USA, 1987. Manufactured By-Kluwer Academic Publishers.
- [GPS06] Herbert Goldstein, Charles Poole und John Safko. *Klassische Mechanik*. Wiley-VCH, vollständig überarbeitete und erweiterte, 3. Auflage, 2006.
- [Gue06] Eran Guendelman. *Physically-based simulation of solids and solid-fluid coupling*. Dissertation, Dep. of Computer Science, Stanford University, Stanford, USA, Juni 2006.
- [KEP05] Danny Kaufman, Timothy Edmunds und Dinesh Pai. Fast frictional dynamics for rigid bodies. *ACM Trans. Graph.*, 24(3):946–956, 2005.
- [Löt84] Per Lötstedt. Numerical simulation of time-dependent contact and friction problems in rigid body mechanics. *SIAM Journal on Sci. Stat. Comp.*, 5(2):370–393, Juni 1984.
- [MC95] Brian Mirtich und John Canny. Impulse-based simulation of rigid bodies. In *Symposium on Interactive 3D Graphics*, Seiten 181–ff., New York, USA, 1995. ACM Press.
- [Mir96] Brian Mirtich. *Impulse-based dynamic simulation of rigid body systems*. Dissertation, University of California, Berkeley, 1996.
- [SBP05a] Alfred Schmitt, Jan Bender und Hartmut Prautzsch. Impulse-Based Dynamic Simulation of Higher Order and Numerical Results. Internal Report 21, IBDS, 2005.
- [SBP05b] Alfred Schmitt, Jan Bender und Hartmut Prautzsch. On the Convergence and Correctness of Impulse-Based Dynamic Simulation. Internal Report 17, IBDS, 2005.
- [SM04] Harald Schmidl und Victor Milenkovic. A Fast Impulsive Contact Suite for Rigid Body Simulation. *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, 10(2):189–197, 2004.
- [Wag01] Friedrich Wagner. *Konzepte und Methoden zu allgemeinen, physikalisch basierten Animationssystemen auf der Grundlage der LFM*. Dissertation, Universität Rostock, 2001.



**Jan Bender** wurde am 6. April 1976 in Karlsruhe geboren. Nach dem Abitur studierte er Informatik mit den Vertiefungsfächern Computergraphik und Softwaretechnik an der Universität Karlsruhe und schloss das Studium im Jahr 2002 unter den besten 10 Prozent seines Jahrgangs ab. Im Anschluss arbeitete er als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Betriebs- und Dialogsysteme der Universität Karlsruhe. Eines seiner Forschungsgebiete war die interaktive 3D-Visualisierung von Hochwassersimulationsdaten. Außerdem hat er am Projekt der impulsbasierten Dynamiksimulation mitgearbeitet, das im Rahmen des SFB 588 „Humanoide Roboter“ entstanden ist und dann von ihm als eigenständiges DFG-Projekt weitergeführt wurde. In diesem Projekt hat er im Februar 2007 seine Doktorarbeit über die dynamische Simulation von Mehrkörpersystemen in der virtuellen Realität mit Auszeichnung abgeschlossen.