

## Entwicklung eines einfachen Ansatzes zur Schätzung ökonomisch optimaler Stickstoffdüngemengen auf der Basis von Feldversuchsdaten

Andreas Meyer-Aurich <sup>1</sup>, Hans-Peter Piepho <sup>2</sup>, Yusuf Nadi Karatay <sup>1</sup> und Uwe Hunstock<sup>1</sup>

**Abstract:** Dieser Beitrag stellt einen einfachen Ansatz zur Schätzung des ökonomisch optimalen Einsatzes von Stickstoffdünger (N) auf der Basis von Feldversuchsdaten dar. Ökonomisch optimale Einsatzmengen von Betriebsmitteln werden in der Regel auf der Basis von Produktionsfunktionen geschätzt. Es hat sich allerdings gezeigt, dass verschiedene Produktionsfunktionen aufgrund inhärenter impliziter Annahmen zu sehr verschiedenen Schätzungen von ökonomisch optimalen N-Gaben führen können. Der dargestellte alternative Ansatz basiert auf der Berechnung des mittleren Grenzgewinns innerhalb eines zu definierenden Intervalls von N-Düngermengen. Die niedrigste N-Düngung, die einen mittleren Grenzgewinn  $\leq 0$  ergibt, wird als optimale Düngung ausgegeben. Der Ansatz wird an einem Beispieldatensatz angewendet und mit Regressionsansätzen verglichen und diskutiert.

**Keywords:** Stickstoffdüngung, Produktionsfunktion, ökonomisches Optimum

### 1 Einleitung

In der landwirtschaftlichen Betriebslehre werden optimale Einsatzmengen von Betriebsmitteln in der Regel mit Produktionsfunktionen bestimmt. Insbesondere bei der Stickstoffdüngung (N-Düngung) sind optimale Einsatzmengen von besonderer Bedeutung, da die Kosten der N-Düngung einen beträchtlichen Teil der direkten Kosten ausmachen und die Effektivität der Düngung sehr unterschiedlich sein kann. Auch wenn die *ex-post* Analyse von N-Steigerungsversuchen in der operativen Düngeplanung nur bedingt von Nutzen ist, kann sie doch helfen, bei der Reflexion von Düngeentscheidungen oder bei der Modellierung, etwa für die Kalkulation von Opportunitätskosten der Düngung bei reduzierter Düngung. Vielfach werden vereinfachend quadratische Produktionsfunktionen unterstellt, da sie sich auch bei begrenzten Datenmengen schätzen lassen und den abnehmenden Ertragszuwachs gut abbilden. Alternativ dazu wird auch ein linear-limitationaler Verlauf von

---

<sup>1</sup> Leibniz Institut für Agrartechnik und Bioökonomie, Max-Eyth Allee 100, 14469 Potsdam,

ameyeraurich@atb-potsdam.de,  <https://orcid.org/0000-0002-8235-0703>; ykaratay@atb-potsdam.de,  <https://orcid.org/0000-0001-8163-4950>; uhunstock@atb-potsdam.de

<sup>2</sup> Universität Hohenheim, Institut für Kulturpflanzenwissenschaften, Fruwirthstrasse 23, 70593 Stuttgart,

piepho@uni.hohenheim.de,  <https://orcid.org/0000-0001-7813-2992>

Produktionsfunktionen zur Diskussion gestellt, der sich am Gesetz des Minimums orientiert, das auf von Liebig zurückgeht [Wa95]. Bei diesen auch als linear-Plateau-Funktionen [SP02] bezeichneten Funktionen wird von einem linearen Funktionsverlauf bis zu einem Knickpunkt ausgegangen. Nach dem Knickpunkt wird der Ertrag innerhalb des relevanten Bereiches konstant auf einem Plateau angenommen. Darüber hinaus werden quadratisch-Plateau-Funktionen, exponentielle Funktionen und Wurzelfunktionen für die Ertragsschätzung aus der N-Düngung herangezogen [He07; FH17]. Die aus den unterschiedlichen Annahmen zu Produktionsfunktionen abzuleitenden optimalen Düngemengen unterscheiden sich vielfach in großem Maße, was die Relevanz der Wahl der Produktionsfunktion deutlich macht. Verschiedene Arbeiten haben gezeigt, dass sich der wahre Verlauf der Produktionsfunktion aus Versuchsdaten auch bei sehr guter Datenverfügbarkeit oft nicht aus den Daten ableiten lässt [BG14; He17]. Vor dem Hintergrund der Unsicherheiten um die richtige Produktionsfunktion orientieren sich in der landwirtschaftlichen Praxis Düngeempfehlungen daher vielfach an einfachen Heuristiken, die sich am Entzug der Pflanzen orientieren und Preise und Kosten unberücksichtigt lassen. Die zunehmende Regulierung des Einsatzes von Düngern bringt weitere Regelungen mit sich, die für Landwirte begrenzend wirken und letztlich die Düngeentscheidungen zu einem großen Teil bestimmen. Unabhängig davon bleibt die Frage des ökonomischen Optimums, die wichtig ist, um Nutzungskosten reduzierter Düngung zu bestimmen, und ggf. eine Erklärung liefern kann für das Düngeverhalten von Landwirten [MK19].

Dieser Beitrag untersucht die Möglichkeiten und Probleme des Einsatzes verschiedener Spezifikationen zur Schätzung von Produktionsfunktionen zur Bestimmung ökonomisch optimaler Inputmengen aus Daten, wie sie vielfach aus landwirtschaftlichen Feldversuchen zur Verfügung stehen. Es wird ein Algorithmus vorgestellt, wie auf der Basis begrenzter Daten mit einem Glättungsverfahren ökonomisch optimale N-Düngergaben abgeleitet werden können.

## **2 Material und Methoden**

### **2.1 Datengrundlage**

Diese Analyse basiert auf Ergebnissen aus einem N-Steigerungsversuch im Land Brandenburg [Mi16]. Exemplarisch wurden hier Daten eines Feldversuchs vom Landesamt für Ländliche Entwicklung, Landwirtschaft und Flurneuordnung des Landes Brandenburg zu Winterroggen verwendet. In den Versuchen wurde eine Düngemenge auf der Basis von mineralisiertem N im Boden und angestrebtem Ertragsziel ermittelt, die der Düngeempfehlung entsprach. Im Vergleich dazu wurden erhöhte und verminderte Düngemengen und eine Kontrolle ohne N als Faktorstufen in das Feldexperiment integriert. Jede Faktorstufe wurde mit vier randomisierten Wiederholungen durchgeführt.

## 2.2 Regressionsanalysen

Für die Auswertung wurden jeweils die Mittelwerte der Erträge der verschiedenen Faktorstufen berücksichtigt, um verschiedene Regressionen durch die Datenpunkte zu schätzen. Produktionsfunktionen wurden in der Form als quadratische (1) Produktionsfunktion, linear-limitationale (2) und quadratisch-limitationale (3) Produktionsfunktion mit dem R-Paket „easynls“ [Ar17] geschätzt.

$$\bar{y} = a + bx + cx^2 \quad (1)$$

$$\bar{y} = a + b(x - c)(x \leq c) \quad (2)$$

$$\bar{y} = a + bx + cx^2 \left(x \leq -\frac{b}{2c}\right) + \left(a - \frac{b^2}{4c}\right) \left(x > -\frac{b}{2c}\right) \quad (3)$$

Hierbei liefern die logischen Funktionen  $\{(x \leq c), (x \leq -\frac{b}{2c}), (x > -\frac{b}{2c})\}$  den Wert 1, wenn die Ungleichung in der Klammer wahr ist, und sonst den Wert 0. Die Buchstaben a, b und c bezeichnen jeweils die Parameter des Modells, während y die Zielvariable (hier der mittlere Ertrag) und x die Einflussvariable (N-Menge) sind.

## 2.3 Ansatz zur Schätzung eines ökonomischen Optimums

Der hier vorgeschlagene Ansatz zur Schätzung des ökonomischen Optimums basiert auf der Berechnung des Grenzgewinns auf der Basis ermittelter Ertrags- und Düngergaben, sowie der Faktor-Produktpreisrelation. Das ökonomische Optimum wird dort lokalisiert, wo eine zusätzliche Düngung keinen Gewinnbeitrag liefert. Hierzu wird zunächst der Ertrag  $E$  in Abhängigkeit von  $N$  als lineare Interpolation zweier Ertragsbeobachtungen ( $E(N_i)$  und  $E(N_{i+1})$ ) aufsteigender Stickstoffgaben geschätzt (4).

$$\hat{E}(N) = E(N_i) + (N - N_i) * \frac{E(N_{i+1})}{E(N_i)} \quad (4)$$

Aus der Relation der Erträge aufsteigender N-Gaben lässt sich der Grenzertrag und unter Hinzuziehung von Preisen für  $N$  ( $p_N$ ) und Produkt ( $p_P$ ) ein Grenzgewinn ( $dG$ ) ableiten (5).

$$dG = [\hat{E}(N) - \hat{E}(N - 1)] * p_P - p_N, \quad (5)$$

Der Grenzgewinn springt unstetig aufgrund der unterschiedlichen Steigung der Ertragsfunktion  $\hat{E}(N)$ . Unter Berücksichtigung eines durch den Nutzer bestimmten Intervalls  $I$  für den  $N$ -Input wird ein gleitender Mittelwert des Grenzgewinns ( $\bar{dG}$ ) aus dem Polygonzug aus Formel (4) berechnet (6). Die niedrigste  $N$ -Düngergabe, die einen Grenzgewinn  $\leq 0$  ergibt, wird bei diesem Ansatz als Optimum ausgewiesen. Die Einbeziehung des Intervalls berücksichtigt den Grenzgewinn in der Nähe der betrachteten  $N$ -Düngung und ist als Alternative zur Unterstellung bestimmter Kurvenverläufe der Ertragsfunktion zu sehen.

$$\overline{dG}(N, I) = \frac{\int_{N-I/2}^{N+I/2} dG(N)}{I} \quad (6)$$

Der Verlauf der durchschnittlichen Grenzgewinnfunktion wird visualisiert, sodass die Nutzerin interaktiv den Bereich anpassen kann, der bei der Bestimmung des Optimums berücksichtigt werden soll. Standardmäßig ist ein Fenster von 20 kg N/ha eingestellt, sodass sich der Grenzgewinn einer N-Düngergabe aus dem Mittelwert der Grenzgewinne der Düngung  $\pm 10$  kg N/ha ergibt. Das Intervall kann variiert werden, um die Sensitivität des Intervalls für das Ergebnis zu testen.

### 3 Ergebnisse

Auf Basis der Ertragsdaten des Feldversuchs zeigt sich, dass sich die drei Funktionen der Regressionsanalyse mit ähnlichen Bestimmtheitsmaßen schätzen lassen (Abb. 1, Tab. 1). Die daraus abzuleitenden ökonomischen Optima unterscheiden sich allerdings innerhalb einer Spanne von 16 kg N/ha. Bei den beiden Plateau-Funktionen wird im Vergleich zur quadratischen Funktion das Ertragspotenzial unterschätzt. Das ökonomisch optimale Einsatzniveau liegt unter dem Niveau bei quadratischer Schätzung des Ertrags. Das linear-Plateau-Modell liefert die niedrigste Düngemenge, die zu einem ökonomisch optimalen Ertrag führt. Aus den Datenpunkten lässt sich allerdings nicht ersehen, warum der Knickpunkt der Funktion genau an der Stelle liegen soll, der aufgrund der Minimierung der Abstände der Datenpunkte zur Regressionsfunktion berechnet wurde, oder ob die Funktion überhaupt einen Knickpunkt hat.

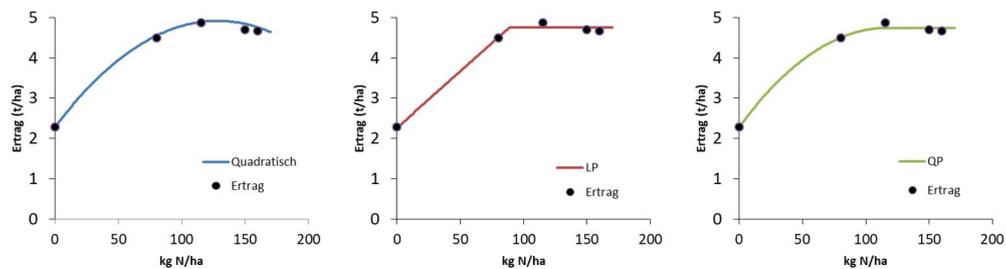


Abb. 1: Verlauf der quadratischen, linear-Plateau (LP) und quadratisch-Plateau (QP) Funktion auf der Basis der Ertragsdaten von Winterroggen im Jahr 2016 [Mi16]

Das Ergebnis der Schätzung optimaler N-Gaben nach dem eigenen Ansatz ist in Abb. 2 für zwei Fenster (0 und 20 kg N/ha) visualisiert. Die linke Grafik zeigt den partiellen Deckungsbeitrag des Anbaus von Winterroggen ohne Berücksichtigung einer Glättung an. Der Grenzgewinn zeigt einen unstetigen Verlauf entsprechend der jeweiligen Steigung zwischen den Düngegaben. Bei einer Düngung in Höhe von 110 kg N wurde der höchste Ertrag erzielt, der Grenzgewinn ist für Düngegaben  $> 110$  kg N negativ.

Daher wird die Düngung von 110 kg N/ha als Optimum ausgegeben. Unter Berücksichtigung der Ertragswirkungen innerhalb von  $\pm 10$  kg N/ha (Fenster 20 kg N), ergibt sich ein geglätteter Verlauf des Deckungsbeitrags und des Grenzgewinns. Bei der Düngung von 108 kg N/ha ist der mittlere Grenzgewinn „0“ und somit das Optimum unter Berücksichtigung des Fensters von 20 kg N. Mit einem größeren Fenster (50 kg N) wird die Grenzkostenkurve flacher und schneidet die x-Achse bei einem niedrigeren Wert (104 kg N/ha). Die optimale Düngung ist niedriger, aber in diesem Fall relativ robust.

Parameter	Quadratisch	Linear-Plateau	Quadratisch-Plateau
Koeff. A	2,29	4,75	2,29
Koeff. B	0,041	0,028	0,042
Koeff. C	-0,00016	88,93	-0,00018
r <sup>2</sup>	0,9991	0,995	0,995
AIC/ BIC	-13,08/ -14,6	-4,66/ -6,22	-4,64/-6,19
Nopt	105 kg N/ ha	89 kg N/ ha	99 kg N/ ha

Tab. 1: Schätzgrößen, Anpassungsstatistiken und ökonomisch optimale Einsatzmengen (Nopt) für Winterroggen 2016 (Preise für N und Winterroggen: 0,90 €/kg und 140,- €/t)

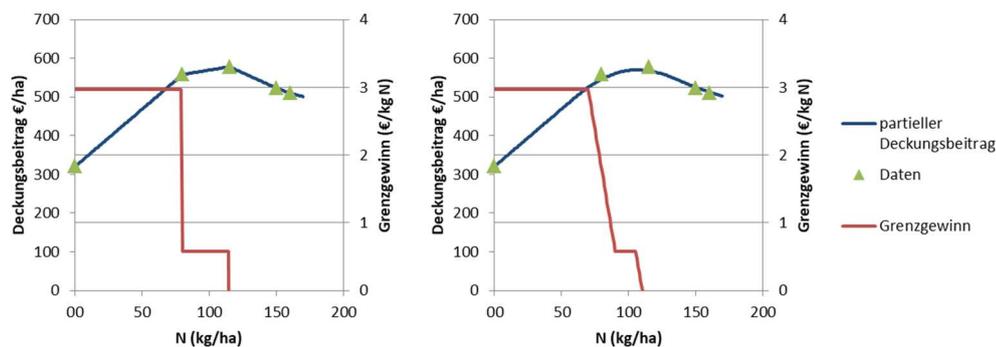


Abb.2 Partielle Deckungsbeitrag und Grenzgewinn bei einem Fenster für den gleitenden Durchschnitt von 0 (links) und 20 kg N/ha (rechts) auf der Basis der Ertragsdaten zu Winterroggen im Jahr 2016 (Preise für N und Winterroggen: 0,90 €/kg und 140,- €/t)

#### 4 Schlussfolgerungen und Ausblick

Der vorgestellte Ansatz liefert auf der Basis empirischer Versuchsdaten und berechneter gemittelter Grenzgewinne ökonomisch optimale N-Düngergaben ohne Annahmen über den Verlauf der Produktionsfunktion zu unterstellen, die vielfach verzerrte und widersprüchliche Ergebnisse liefern. Der vorgestellte Ansatz berücksichtigt den Ertragsverlauf in dem für Landwirte relevanten Bereich besser und ist deutlich einfacher

als etablierte lokale Regressionsverfahren, wie Splines o.ä. [RWC03, Wo17]. Der Ansatz kann insbesondere bei begrenzten Datensätzen in Ergänzung oder alternativ zu Schätzungen auf der Basis von Produktionsfunktionen verwendet werden. Die Wahl eines Intervalls von N-Düngern („Fenster“), das für die Berechnung berücksichtigt wird, bietet Flexibilität, könnte allerdings auch bei zu hohen oder zu niedrigen Werten zu verzerrten Ergebnissen führen. Wir denken dennoch, dass die Wahl eines Bereichs, der für die Berechnung der optimalen N-Düngung herangezogen werden soll, insbesondere für Praktiker leicht festzulegen ist. Durch weitere Auswertung ist noch zu prüfen, inwiefern das Verfahren weniger verzerrte Ergebnisse bildet als die Wahl bestimmter Produktionsfunktionen. Die Algorithmen sind in Excel und Python umgesetzt und in Github<sup>3</sup> und mybinder<sup>4</sup> veröffentlicht. Eine weitere Verwendung ist für die Bewertung von ökonomischen Potenzialen teilflächenspezifischer Düngung denkbar.

#### Literaturverzeichnis

- [Ar17] Arnold, E.: easynls: Easy Nonlinear Model. Version 5.0. <https://cran.r-project.org/web/packages/easynls/> Stand: 28.10.2020.
- [BG14] Bachmaier, M.; Gandorfer, M.: Estimating Uncertainty of Economically Optimum N Fertilizer Rates. *International Journal of Agronomy*, Article ID 580294, 2012.
- [FW17] Finger, R.; Werner, H.: The Application of Robust Regression to a Production Function Comparison – the Example of Swiss Corn. MPRA Paper No. 4740, 2017.
- [He07] Henke, J. et al.: Impact of uncertainty on the optimum nitrogen fertilization rate and agronomic, ecological and economic factors in an oilseed rape based crop rotation. *Journal of Agricultural Science* 145, 455–468, 2007.
- [Mi16] Ministerium für Ländliche Entwicklung, Umwelt und Landwirtschaft (MELF) des Landes Brandenburg. <https://lfl.brandenburg.de>, Stand 28.10.2020.
- [MK19] Meyer-Aurich, A. Karatay, Y.N.: Effects of uncertainty and farmers' risk aversion on optimal N fertilizer supply in wheat production in Germany, *Agricultural Systems* 173, 130-139, 2019.
- [RWC03] Ruppert, D.; Wand, M.P.; Carroll, R.J.: *Semiparametric regression*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [SP02] Schabenberger, O.; Pierce, F.J.: *Contemporary Statistical Models for the Plant and Soil Sciences*. CRC Press, Boca Raton, 2002.
- [Wa95] Wagner, P.: Überlegungen zur Modellierung von Produktionsfunktionen. In (Noell, C.; Pohlmann, J.M.): *Referate der 16. GIL - Jahrestagung in Kiel 1995*. S. 306-312.
- [Wo17] Wood, S.N.: *Generalized additive models: An introduction with R*. Second edition. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2017.

<sup>3</sup> [https://github.com/ATB-Potsdam/N\\_opt\\_economic](https://github.com/ATB-Potsdam/N_opt_economic)

<sup>4</sup> [https://mybinder.org/v2/gh/ATB-Potsdam/N\\_opt\\_economic/HEAD?filepath=Nopt\\_xlp.ipynb](https://mybinder.org/v2/gh/ATB-Potsdam/N_opt_economic/HEAD?filepath=Nopt_xlp.ipynb)