Objektnetze: Definition und Eigenschaften

Michael Köhler

Universität Hamburg, Fachbereich Informatik
Vogt-Kölln-Str. 30, 22527 Hamburg
koehler@informatik.uni-hamburg.de

Abstract: Mobile Programme finden zunehmend Verbreitung, beispielsweise als eingebetteter Bestandteil von Mobiltelefonen oder in Form von applets im Web. Diesen Systemen ist gemeinsam, dass sie verteilt arbeiten, nebenläufig Aktionen ausführen und dynamisch ihren Kontext wechseln. Gerade diese Eigenschaften gehören jedoch nicht zu den primären Konzepten aktueller Programmiersprachen. Mit den *Objektnetzen* wird in dieser Arbeit ein Formalismus präsentiert, der diese elementaren Konzepte in einer einheitlichen Art und Weise ausdrückt.

Objektnetze sind eine Verallgemeinerung der Petrinetze, bei denen die Marken in Objektnetzen wiederum Objektnetze sind, wodurch Systemzustände eine rekursiv verschachtelte Struktur aufweisen. Es zeigt sich, dass die Ausdrucksmächtigkeit der Objektnetze größer als die einfacher Petrinetze ist, gleichzeitig aber die Analyse von Objektnetzen von der Klarheit eines Petrinetzformalismus profitiert.

1 Einleitung

Dynamisch eingebettete Systeme rücken zunehmend in den Fokus der Informatik – Mobiltelefone, per WLAN vernetzte Notebooks, „applets“ im Web oder mobile Softwareagenten sind prominente Beispiele hierfür. Kennzeichnend für diese Systeme ist, dass bei ihrer Entwicklung keine statische Umgebung mehr vorausgesetzt werden darf, sondern dass vielmehr mit einer sich ändernden Infrastruktur zu rechnen ist. Problematisch ist zudem, dass die Flexibilität offener Systeme mit einem erhöhten Sicherheitsrisiko einhergeht.

Wesentliche Kernkonzepte zur Modellierung solcher Systeme sind *Nebenläufigkeit*, *Verteilung* und *Kontext*. Gerade im Zusammenspiel erzeugen diese Eigenschaften ein komplexes Verhalten, dem mit formalen Ansätzen zu begegnen ist. Unser Anliegen ist es, mit dem hier vorgestellten Formalismus der *Objektnetze* diese Konzepte in möglichst reiner Form auszudrücken und so ein Fundament für die Spezifikation und Analyse mobiler Systeme zu schaffen. Objektnetze sind als Petrinetzformalismus gut geeignet, Nebenläufigkeit auszudrücken. Indem Objektnetze nicht nur einfache Werte als Marken erlauben, sondern sogar Objekte mit innerer Aktivität, kann auch das Verteilungs- und das Kontextkonzept abgebildet werden. Für Objektnetze werden diese Objekte wiederum durch Petrinetze beschrieben, so dass sich „Netze in Netzen“ befinden – eine rekursiv verschachtelte Struktur entsteht.

Den Ansatz, Netze als Marken zu betrachten, geht auf die „Auftragsverkehrsnetze“ zurück, in denen Kausalnetze als Marken den Abarbeitungszustand eines Auftrages modellieren [Va91]. Dieser Ansatz wurde zum zweistufigen Formalismus der „elementaren Objektsysteme“ erweitert (vgl. [Va03]). Die hier betrachteten Objektnetze erlauben eine beliebig tief verschachtelte Struktur.

Bevor Objektnetze in Kapitel 2 formal definiert und in Kapitel 3 ihre Eigenschaften untersucht werden, beginnen wir mit einer informellen Einführung, am Beispiel eines mobilen Agenten (vgl. [KR03] und in [KMR03]). Der mobile Agent bewegt sich in einer Umgebung und hat dort Aufgaben zu bewältigen. Letzteres geschieht, indem der Agent sich mit seiner Umwelt synchronisiert. Dieses System ist in Abbildung 1 a) dargestellt. Die Umgebung selbst ist durch ein Petrinetz modelliert, in dem sich ein weiteres Petrinetz, das den Agenten beschreibt, als Marke befindet. Der Agent hat den Anfangszustand $s_{11} + s_{12}$ und befindet sich initial auf der Stelle s_1.

In der dargestellten Markierung $s_1[s_{11} + s_{12}]$ ist die Transition t_1 aktiviert. (Aktivierte Transitionen sind in der Abbildung jeweils hervorgehoben.) Das Schalten erzeugt zwei neue Netzkopien, wobei die ursprüngliche Markierung auf die beiden Kopien verteilt wird. Es ergibt sich die in Abbildung 1 b) dargestellte Konfiguration.

Die hier realisierte Aufteilung aktiviert die Synchronisation von t_2 und t_{11} über den Kanal ch1. Die Anschrift on:ch1() der Transition t_2 spezifiziert, dass ein Schalten nur möglich ist, wenn in der Netzmarke eine Transition, die die Anschrift :ch1() trägt, synchron schaltet – in dem Beispiel also t_{11}. Analog ist die Synchronisation über den Kanal ch2 von t_3 mit t_{12} aktiviert. Schalten beide Synchronisationen, so entsteht die in Abbildung 1 c) dargestellte Markierung.

Da sich die beiden Kopien des mobilen Agenten an verschiedenen Orten befinden, können sie sich nicht gegenseitig beeinflussen. Der Effekt des Schaltens von $t_2[t_{11}]$ ist nur für die Kopie in s_2, nicht aber für die in s_3 sichtbar. Da sich die in der Netzmarke erzeugten Marken s_{13} und s_{14} in verschiedenen Kopien befinden, ist ein Schalten von t_{13} *nicht* möglich ist. Erst wenn die Transition t_4 beide Kopien vereinigt, entsteht eine Netzmarke mit der Markierung $s_{13} + s_{14}$, in der die Transition t_{13} aktiviert ist. Man erkennt hier die Behandlung von Verteilung und Kontext.

2 Definition der Objektnetze

Objektnetze verallgemeinern die Platz/Transitions-Netze (kurz: P/T Netze), die ihrerseits auf dem Formalismus der Multimengen basieren. Für eine detaillierte Einführung in Petrinetze sei auf [GV03] verwiesen.

Multimengen Eine Multimenge über einer Grundmenge D ist eine Abbildung $\mathbf{A} : D \to \mathbb{N}$. Multimengen sind generalisierte Mengen, für die Elemente mehrfach vorkommen dürfen. Eine Multimenge $\mathbf{A}$, die $\mathbf{A}(x) \leq 1$ für alle $x \in D$ erfüllt, kann als die charakteristische Funktion einer Menge interpretiert werden. Im Folgenden werden Mengen mit

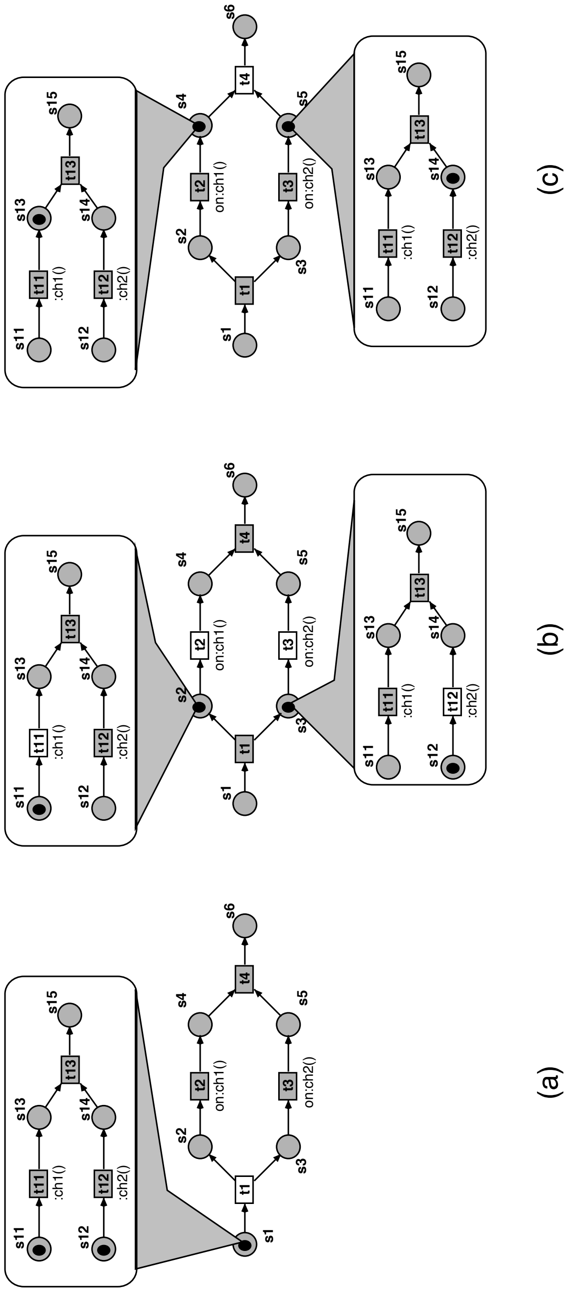

Abbildung 1: Schaltsequenz eines Objektnetzes

ihrer charakteristischen Funktion identifiziert und formal als Spezialfall von Multimengen betrachtet.

Die leere Multimenge $\mathbf{0}$ ist durch $\mathbf{0}(x) = 0$ für alle $x \in D$ definiert. Die Kardinalität ist $|\mathbf{A}| := \sum_{x \in D} \mathbf{A}(x)$. Eine Multimenge $\mathbf{A}$ ist *endlich*, wenn $|\mathbf{A}| < \infty$ gilt. Die Menge aller endlichen Multimengen über D wird mit $MS(D)$ bezeichnet.

Die Summe $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ ist durch $(\mathbf{A}+\mathbf{B})(x) := \mathbf{A}(x)+\mathbf{B}(x)$ definiert, die Differenz $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ durch $(\mathbf{A}-\mathbf{B})(x) := \max(\mathbf{A}(x)-\mathbf{B}(x), 0)$. Gleichheit $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ ist elementweise definiert: $\forall x \in D : \mathbf{A}(x) = \mathbf{B}(x)$. Multimengen werden durch $\mathbf{A} \leq \mathbf{B} \iff \forall x \in D : \mathbf{A}(x) \leq \mathbf{B}(x)$ partiell geordnet. Die strikte Beziehung $\mathbf{A} < \mathbf{B}$ gilt, falls $\mathbf{A} \leq \mathbf{B}$ und $\mathbf{A} \neq \mathbf{B}$.

Jede Abbildung $f : D \to D'$ kann durch $f\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right) = \sum_{i=1}^{n} f(a_i)$ linear zu einer Abbildung auf Multimengen erweitert werden. Dies enthält den Spezialfall $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$.

P/T Netze Ein *P/T Netz* ist ein Tupel $N = (P, T, \partial^-, \partial^+)$ P ist hierbei eine endliche Menge an Stellen, T ist eine endliche Menge an Transitionen mit $P \cap T = \emptyset$ und $\partial^-, \partial^+ : T \to MS(P)$ sind Multimengenabbildungen. Eine Markierung eines Netzes ist eine Multimengen $\mathbf{M} \in MS(P)$ von Stellen.

Eine Transition $t \in T$ eines P/T Netzes N ist in der Markierung $\mathbf{M}$ *aktiviert*, falls $\forall p \in P : \mathbf{M}(p) \geq \partial^-(t)(p)$ gilt. Eine aktivierte Transition kann in die Nachfolgemarkierung schalten, die durch $\mathbf{M}'(p) = \mathbf{M}(p) - \partial^-(t)(p) + \partial^+(t)(p)$ definiert ist. Die Aktivierung von t in $\mathbf{M}$ wird durch $\mathbf{M} \xrightarrow{t}$ notiert, das Schalten durch $\mathbf{M} \xrightarrow{t} \mathbf{M}'$.

Mit den Multimengenoperatoren ist $\mathbf{M} \xrightarrow{t}$ äquivalent zu $\mathbf{M} \geq \partial^-(t)$ und die Nachfolgemarkierung ist $\mathbf{M}' = \mathbf{M} - \partial^-(t) + \partial^+(t)$.

Objektnetze Ein Objektnetz besteht aus einer endlichen Menge an P/T Netzen $\mathcal{N}$, darunter das Netz $N_\bullet$ und das Systemnetz N_s. Jedes Netz $N \in \mathcal{N}$ ist in der Form $N = (P_N, T_N, \partial_N^-, \partial_N^+)$ gegeben. Das Netz $N_\bullet$ beschreibt die in P/T Netzen vorkommenden unstrukturierten Marken (engl. black tokens) und ist als ein Netz ohne Stellen und Transitionen definiert: $P_{N_\bullet} = T_{N_\bullet} = \emptyset$. Mit P bezeichnen wir die Gesamtheit aller Stellen, d.h. $P := \bigcup_{N \in \mathcal{N}} P_N$. Analog für T usw.

Eine Markierung eines Objektnetzes ist eine verschachtelte Multimenge. Wenn $\mathbf{M}$ die Markierung der Netzmarke auf der Stelle p ist, so wird dies durch $p[\mathbf{M}]$ notiert. Die Verschachtelungsstruktur wird durch die Abbildung ψ – durch $\psi(p[\mathbf{M}]) := p + \psi(\mathbf{M})$ definiert – wieder entfernt. Die Stellentypisierung $d : P \to \mathcal{N}$ schränkt die Menge der möglichen Markierungen einer Stelle syntaktisch ein: Eine Stelle p mit $d(p) = N_\bullet$ trägt nur anonyme Marken von der Form $p[\mathbf{0}]$, die im Folgenden durch p abgekürzt werden. Markierungen sind rekursiv definiert, beginnend bei den anonymen Marken. Die Menge aller Marken ist $\mathcal{P} := \bigcup_{N \in \mathcal{N}} \mathcal{P}(N)$, die Menge aller Marken des Netzes N ist $\mathcal{P}(N) := \bigcup_{i=0}^{\infty} \mathcal{P}_i(N)$ mit:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_0(N) &:= \{\mathbf{0}\} \\ \mathcal{P}_{k+1}(N) &:= \left\{ p[\mathbf{M}] \mid p \in P_N \wedge \mathbf{M} \in MS\left(\bigcup_{j=0}^{k} \mathcal{P}_j(d(p))\right) \right\} \end{aligned} \tag{1}$$

Eine Objektnetzmarkierung ist eine Multimenge des Systemnetzes: $\mathbf{M} \in MS(\mathcal{P}(N_s))$.

Synchronisationen koppeln die Aktivität auf verschiedenen Ebenen. Dies wird analog zu den Markierungen durch verschachtelte Transitionen ausgedrückt. Die Menge aller Synchronisationen ist $\mathcal{T} := \bigcup_{i=0}^{\infty} \mathcal{T}_i$ mit:

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{T}_0 & := & \{\mathbf{0}\} \\ \mathcal{T}_{k+1} & := & \left\{ t[\mathbf{C}] \mid t \in T \wedge \mathbf{C} \in MS\left(\bigcup_{j=0}^{k} \mathcal{T}_j\right)\right\} \end{array} \tag{2}$$

Die Abbildung ψ entfernt analog auch auf $\mathcal{T}$ die Verschachtelung. Jede Abbildung f auf P wird durch $f(p[\mathbf{M}]) = f(p)[f(\mathbf{M})]$ zu einer Abbildung auf verschachtelten Markierungen erweitert. Analog für Abbildungen auf Synchronisationen.

Eine Synchronisationsstruktur Θ ist eine endliche Teilmenge von $\mathcal{T}$. Die Multimenge aller in Θ enthaltenden Transitionen ist durch $\psi(\Theta)$ gegeben. Da minimale Synchronisationen $t[\mathbf{0}]$ erlaubt sind, können wir ohne Einschränkung annehmen, dass jede Transition in Θ enthalten ist, d.h. $\psi(\Theta) \geq T$. Um die Ausdrucksmächtigkeit der Objektnetze nicht durch die Struktur der Synchronisationen zu vergrößern, schränken wir uns auf solche Strukturen ein, die jede Transition höchstens einmal enthalten, d.h. $\psi(\Theta) = T$. Dies impliziert insbesondere, dass Θ endlich ist.[1]

Definition 1 *Ein* Objektnetz *ist ein Tupel* $OS = (\mathcal{N}, d, \Theta, \mathbf{M}_0)$, *wobei gilt:*

1. $\mathcal{N} = \{N_1, \dots N_n\}$ *ist eine Menge disjunkter P/T Netze, die das anonyme Netz* $N_\bullet$ *und das Systemnetz* N_s *enthalten.*
2. $d : P \to \mathcal{N}$ *ist die Stellentypisierung.*
3. $\Theta \subseteq \mathcal{T}$ *ist eine Synchronisationsstruktur mit* $\psi(\Theta) = T$.
4. $\mathbf{M}_0 \in MS(\mathcal{P}(N_s))$ *ist die initiale Markierung.*

Das triviale Objektnetz besteht nur aus $N_\bullet$. Das kleinstmögliche nichttriviale Objektnetz ist durch $\mathcal{N} = \{N_s, N_\bullet\}$ und $d(p) = N_\bullet$ für alle Stellen $p \in P_{N_s}$ gegeben und entspricht in Struktur und Verhalten dem P/T Netz N_s selbst.

Die Schaltregel ist rekursiv über den Aufbau der Synchronisationen $t[\mathbf{C}]$ definiert.

Definition 2 *Sei* $OS = (\mathcal{N}, d, \Theta, \mathbf{M}_0)$ *ein Objektnetz. Vor- und Nachbereich* $\partial^\pm : \Theta \to MS(\mathcal{P})$ *sind für eine Synchronisation* $t[\mathbf{C}] \in \Theta$ *definiert durch:*

$$\partial^\pm(t[\mathbf{C}]) = \sum_{p \in P} \sum_{i=1}^{\partial^\pm(t)(p)} p\left[\mathbf{X}^\pm_{p,t,i} + \mathbf{Y}^\pm_{p,t,i}\right],$$

[1]Eine eingehende Diskussion zu Synchronisationsstrukturen findet sich in [KF05].

wobei jede Variablenbindung für alle $N \in d({}^\bullet t \cup t^\bullet)$ die Bedingungen erfüllen muss:

$$\sum_{p \in d^{-1}(N)} \sum_{i=1}^{\partial^-(t)(p)} \mathbf{X}^-_{p,t,i} = \sum_{p \in d^{-1}(N)} \sum_{i=1}^{\partial^+(t)(p)} \mathbf{X}^+_{p,t,i} \tag{3}$$

$$\sum_{p \in d^{-1}(N)} \sum_{i=1}^{\partial^\pm(t)(p)} \mathbf{Y}^\pm_{p,t,i} = \sum_{\theta \in \mathcal{T}} \mathbf{C}(\theta) \cdot \partial^\pm(\theta) \tag{4}$$

Eine Markierung $\mathbf{M}$ aktiviert $t[\mathbf{C}]$, falls $\partial^-(t[\mathbf{C}])$ ein Subterm von $\mathbf{M}$ ist. Eine in $\mathbf{M}$ aktivierte Synchronisation $\partial^-(t[\mathbf{C}])$ kann in die Nachfolgemarkierung $\mathbf{M}'$ schalten, notiert $\mathbf{M} \xrightarrow{t[\mathbf{C}]} \mathbf{M}'$. Die Nachfolgemarkierung $\mathbf{M}'$ erhält man, indem man in $\mathbf{M}$ den Subterm $\partial^-(t[\mathbf{C}])$ durch $\partial^+(t[\mathbf{C}])$ ersetzt.

Die Multimengenvariablen $\mathbf{X}^\pm_{p,t,i}$ werden an die beim Schalten transportierten Marken gebunden, die wegen (3) in der Summe erhalten bleiben. Die Marken $\mathbf{Y}^\pm_{p,t,i}$ werden dagegen wegen (4) gemäß der Subsynchronisationen in $\mathbf{C}$ modifiziert. Im Falle der minimalen Synchronisationen $t[\mathbf{0}]$ folgt mit $\partial^\pm(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ und (4) auch stets $\mathbf{Y}^\pm_{p,t,i} = \mathbf{0}$, d.h. es werden nur Netzmarken transportiert.

3 Eigenschaften von Objektnetzen

Wir betrachten im Folgenden exemplarisch das Verhältnis von Objektnetzen zu P/T Netzen und einige Entscheidbarkeitsresultate.

Einbettung in P/T Netze Die Abbildung ψ induziert eine natürliche Abbildung eines Objektnetzes auf ein P/T Netz, indem man alle Netze aus $\mathcal{N}$ vereinigt und die Synchronisationsmenge Θ als Transitionsmenge verwendet.

Definition 3 *Für das Objektnetz $OS = (\mathcal{N}, d, \Theta, \mathbf{M}_0)$ definieren wir das P/T Netz:*

$$\psi(OS) := \left(P, \Theta, \partial^-_\psi, \partial^+_\psi, \psi(\mathbf{M}_0)\right)$$

Hierbei ist $\partial^-_\psi(\theta) := \partial^-(\psi(\theta))$ und $\partial^+_\psi(\theta) := \partial^+(\psi(\theta))$.

Das P/T Netz $\psi(OS)$ ignoriert die Verschachtelungsstruktur der Zustände, vergisst somit gänzlich den Kontext. Das Verhalten von $\psi(OS)$ bietet sich als Referenzsemantik an.[2] Das folgende Theorem zeigt, dass das Verhalten eines Objektnetzes OS in $\psi(OS)$ eingebettet werden kann. Der Beweis findet sich in [Kö04, KR04].

[2]Die Bezeichnung „Referenzsemantik“ deutet auch darauf hin, dass man das Verhalten von $\psi(OS)$ auch erhält, wenn man die Netzmarken nicht durch das Objektnetz selbst, sondern – wie in Programmiersprachen üblich – durch einen Verweis darauf formalisiert.

Theorem 1 *Für ein Objektnetz OS stellt die Abbildung ψ eine direkte Einbettung her:*

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{M} & \xrightarrow[OS]{\theta} & \mathbf{M}' \\ \psi \Big\downarrow & & \Big\downarrow \psi \\ \psi(\mathbf{M}) & \xrightarrow[\psi(OS)]{\theta} & \psi(\mathbf{M}') \end{array}$$

Die Umkehrung ist jedoch nicht richtig, wie man sich leicht am Beispiel der Einleitung klarmachen kann, denn für $\psi(OS)$ ist nach dem Schalten von t_1, $t_2[t_{11}]$ und $t_3[t_{12}]$ nicht nur (wie für OS) die Transition t_4, sondern auch noch t_{13} aktiviert. Im Allgemeinen ignoriert $\psi(OS)$ also zuviel Kontextinformation, indem es die Verschachtelung außer acht lässt.

Eine wechselseitige Simulation ist somit nicht möglich, was auch durch die nachfolgenden Entscheidbarkeitsresultate untermauert wird. Es existieren jedoch Spezialklassen von Objektnetzen, bei denen eine direkte Korrespondenz gilt. Diese Klassen besitzen somit die Ausdrucksstärke der Objektnetze, ohne die gute Analysierbarkeit der P/T Netze zu verlieren (siehe dazu [KR05]).

Entscheidbarkeitsresultate Mit Petrinetzen werden drei klassische Entscheidbarkeitsprobleme verbunden:

- Das *Erreichbarkeitsproblem* ist die Frage, ob für ein gegebenes P/T Netz N die Markierungen $\mathbf{M}_2$ durch eine Schaltfolge von $\mathbf{M}_1$ zu erreichen ist, d.h. ob $\mathbf{M}_1 \xrightarrow{*} \mathbf{M}_2$ gilt.
- Im Rahmen des *Beschränktheitsproblems* ist zu entscheiden, ob die Anzahl $\mathbf{M}(p)$ der Marken einer Stelle p für alle erreichbaren Markierungen $\mathbf{M}$ beschränkt ist, d.h. ob $\exists n \in \mathbb{N} : \forall p \in P : \forall \mathbf{M}_2 : \mathbf{M}_1 \xrightarrow{*} \mathbf{M}_2 \Longrightarrow \mathbf{M}_2(p) < n$ gilt.
- Für *das Überdeckungsproblem* ist zu entscheiden, ob für eine gegebene Markierung $\mathbf{M}_1$ eine erreichbare Markierung $\mathbf{M}_2'$ existiert, die ein gegebenes $\mathbf{M}_2$ überdeckt, d.h. ob $\exists \mathbf{M}_2' : \mathbf{M}_1 \xrightarrow{*} \mathbf{M}_2' \wedge \mathbf{M}_2 \leq \mathbf{M}_2'$ gilt.

Diese Probleme sind für P/T Netze entscheidbar,[3] nicht aber für Erweiterungen des Formalismus (vgl. [DFS98]): Petrinetze mit Transferkanten können die komplette Markierung einer Stelle auf eine andere verschieben, was zu einer Unentscheidbarkeit des Erreichbarkeitsproblems führt. Das Beschränktheits- und das Überdeckungsproblem bleibt entscheidbar, da Transferkanten die Petrinetz-Eigenschaft der strikten Monotonie erhalten (s.u.). Eine mächtigere Klasse sind die Netze mit Löschkanten (engl. reset arcs), die die komplette Markierung einer Stelle abziehen können. Dieser Kantentyp führt zur Unentscheidbarkeit des Erreichbarkeits- und des Beschränktheitsproblems, während das Überdeckungsproblem entscheidbar bleibt, da zumindest die schwache Form der Monotonie

[3] Das Erreichbarkeitsproblem ist für P/T Netze entscheidbar [Ma81], benötigt jedoch mindestens exponentiell viel Platz. Beschränktheit und Überdeckbarkeit sind mit Hilfe des Überdeckungsgraphen zu entscheiden [FS01].

gilt. Sebstmodifizierende Netze erlauben markierungsabhängige Kantengewichte, was – wie auch die Nulltestkanten (engl. inhibitor arcs) – die Monotonieeigenschaft von Petrinetzen zerstört und das Erreichbarkeits-, das Beschränktheits- und das Überdeckungsproblem unentscheidbar macht.

Die zunehmende Mächtigkeit der Erweiterungen ist in der Abbildung 2 illustriert. Das mit einer Netzklasse assoziierte Problem sowie alle umliegenden sind entscheidbar, während die eingeschlossenen unentscheidbar sind.

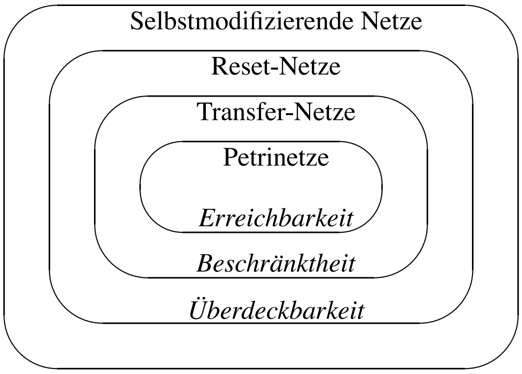

Abbildung 2: Die Entscheidbarkeitshierarchie

Für Objektnetze ist das Erreichbarkeitsproblem unentscheidbar, da ein Petrinetz mit Transferkanten durch ein Objektnetze simuliert werden kann, indem die Stellen des zu simulierenden Netzes eine Netzmarke erhalten, die als Behälter für die eigentliche Markierung dient. Wann immer eine Transition t des Orginalnetzes Marken auf die Stelle p hinzufügt, so wird dieselbe Anzahl auch in der Netzmarke erzeugt. Analog für das Entfernen von Marken. Eine Transferkante wird simuliert, indem die Netzmarke verschoben wird (für Details siehe [Kö04]).

Theorem 2 *Das Erreichbarkeitsproblem ist für Objektnetze unentscheidbar.*

P/T Netze besitzen die Eigenschaft der strikten Monotonizität, d.h. falls $\mathbf{M}_1 < \mathbf{M}_2$ und $\mathbf{M}_1 \to \mathbf{M}'_1$ gilt, existiert auch eine Schaltfolge $\mathbf{M}_2 \xrightarrow{*} \mathbf{M}'_2$ mit $\mathbf{M}'_1 < \mathbf{M}'_2$.[4] Existiert eine Schaltsequenz $\mathbf{M}_0 \xrightarrow{*} \mathbf{M} \xrightarrow{w} \mathbf{M}'$ mit $\mathbf{M} < \mathbf{M}'$, dann kann aufgrund der Monotonizität die Sequenz $w \in T^*$ beliebig häufig wiederholt werden, so dass die Markierung einer Stelle p mit $\mathbf{M}(p) < \mathbf{M}'(p)$ über jede Schranke wachsen kann – mit anderen Worten: Die Stelle p ist unbeschränkt.

In [FS01] ist gezeigt, dass das Beschränktheitsproblem allgemein entscheidbar ist, wenn die Menge der Nachfolgermarkierungen berechenbar und die Ordnung $\leq$ entscheidbar sowie strikt monoton ist. Um diese Technik für Objektnetze anzuwenden, muss die partielle

[4] Für Petrinetze gilt dies sogar in strengerer Form: Wenn $\mathbf{M}_1 < \mathbf{M}_2$ und $\mathbf{M}_1 \xrightarrow{w} \mathbf{M}'_1$ gilt, dann auch $\mathbf{M}_2 \xrightarrow{w} \mathbf{M}'_2$ mit $\mathbf{M}'_2 = \mathbf{M}'_1 + (\mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_1)$, wobei letzteres $\mathbf{M}'_2 > \mathbf{M}'_1$ impliziert.

Ordnung $\leq$ auf Multimengen zu einer Ordnung $\preceq$ auf verschachtelten Multimengen erweitert werden: Seien $\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{n} p_i[\mathbf{M}_i]$ und $\mathbf{M}' = \sum_{j=1}^{n'} p'_j[\mathbf{M}'_j]$ zwei Markierungen. Definiere $\mathbf{M} \preceq \mathbf{M}'$, gdw. eine totale und injektive Abbildung f von $\mathbf{M}$ auf $\mathbf{M}'$ existiert, so dass $f(p_i[\mathbf{M}_i]) = p'_j[\mathbf{M}'_j]$ sowohl $p_i = p'_j$ als auch $\mathbf{M}_i \preceq \mathbf{M}'_i$ impliziert. Hieraus folgt das folgende Theorem.

Theorem 3 *Das Beschränktheitsproblem ist für Objektnetze entscheidbar.*

Strikte Monotonie ist ebenfalls für die Entscheidbarkeit des Überdeckungsproblem hinreichend. Wir erhalten somit folgende Aussage.

Theorem 4 *Das Überdeckungsproblem ist für Objektnetze entscheidbar.*

4 Zusammenfassung

Wir halten fest, dass Objektnetze einen ausdrucksmächtigen Formalismus für mobile Systeme darstellen und dass ihre Komplexität mit denen der Transfernetze zu vergleichen ist. Was an dieser Stelle nicht diskutiert werden kann, ist der Invariantenkalkül für Objektnetze, der eine strukturelle Analyse unabhängig von der Anfangsmarkierung erlaubt. Hierfür sei auf [Kö04, KRV04] verwiesen. Auch auf Netzprozesse, die für Petrinetze – anders als die Schaltfolgensemantik – partiell geordnete Abläufe beschreiben, kann hier nicht eingegangen werden. Wie Netzprozesse für Objektnetze zu definieren sind, ist in [Kö04, KF04] dargestellt.

Literatur

[DFS98] Dufourd, C., Finkel, A., und Schnoebelen, P.: Reset nets between decidability and undecidability. In: Larsen, K. (Hrsg.), *Automata, Languages, and Programming (ICALP'98)*. volume 1443 of *Lecture Notes in Computer Science*. S. 103–115. Springer-Verlag. 1998.

[FS01] Finkel, A. und Schnoebelen, P.: Well-structured transition systems everywhere! *Theoretical Computer Science*. 256(1-2):63–92. 2001.

[GV03] Girault, C. und Valk, R. (Hrsg.): *Petri Nets for System Engineering – A Guide to Modeling, Verification, and Applications*. Springer-Verlag. 2003.

[KF04] Köhler, M. und Farwer, B.: Mobile object-net systems and their processes. *Fundamenta Informaticae*. 60:113–129. 2004.

[KF05] Köhler, M. und Farwer, B.: Petri net processes for zero-safe nets. *Fundamenta Informaticae*. 67:1–11. 2005.

[KMR03] Köhler, M., Moldt, D., und Rölke, H.: Modelling mobility and mobile agents using nets within nets. In: v. d. Aalst, W. und Best, E. (Hrsg.), *International Conference on Application and Theory of Petri Nets 2003*. volume 2679 of *Lecture Notes in Computer Science*. S. 121–140. Springer-Verlag. 2003.

[Kö04] Köhler, M.: *Objektnetze: Definition und Eigenschaften*. Dissertation. Universität Hamburg. Berlin. 2004. http://logos-verlag.de/cgi-local/buch?isbn=0695.

[KR03] Köhler, M. und Rölke, H.: Concurrency for mobile object-net systems. *Fundamenta Informaticae*. 54(2-3). 2003.

[KR04] Köhler, M. und Rölke, H.: Properties of Object Petri Nets. In: Cortadella, J. und Reisig, W. (Hrsg.), *International Conference on Application and Theory of Petri Nets 2004*. volume 3099 of *Lecture Notes in Computer Science*. S. 278–297. Springer-Verlag. 2004.

[KR05] Köhler, M. und Rölke, H.: Reference and value semantics are equivalent for ordinary Object Petri Nets. In: Darondeau, P. und Ciardo, G. (Hrsg.), *International Conference on Application and Theory of Petri Nets 2005*. volume 3536 of *Lecture Notes in Computer Science*. S. 309–328. Springer-Verlag. 2005.

[KRV04] Köhler, M., Rölke, H., und Valk, R.: Structural analysis of mobile agents using invariants of object nets. In: *Proceedings of the International Workshop on Modelling with Objects, Components, and Agents (MOCA 2004)*. 2004.

[Ma81] Mayr, E. W.: An algorithm for the general Petri net reachability problem. In: *Proceedings of the 13th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*. S. 238–246. 1981.

[Va91] Valk, R.: Modelling concurrency by task/flow EN systems. In: *3rd Workshop on Concurrency and Compositionality*. Number 191 in GMD-Studien. St. Augustin, Bonn. 1991. Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung.

[Va03] Valk, R.: Object Petri nets: Using the nets-within-nets paradigm. In: Desel, J., Reisig, W., und Rozenberg, G. (Hrsg.), *Advanced Course on Petri Nets 2003*. volume 3098 of *Lecture Notes in Computer Science*. S. 819–848. Springer-Verlag. 2003.

Dr. Michael Köhler wurde 1975 in Lübeck geboren und hat Informatik an der Universität Hamburg studiert. Er promovierte am Lehrstuhl „Theoretische Grundlagen der Informatik“ bei Professor Valk zum Thema der Objektnetze.
Zur Zeit ist Köhler Mitarbeiter des interdisziplinären Forschungsprojekts „Emergenz in dynamischen Prozessen“, das die Selbstorganisation von Multiagentensystemen studiert und im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms „Sozionik“ gefördert wird.