

Anwendung der Kriging-Approximation zur Anfertigung der Regenfallkarten für Polen¹

Lucyna Bogdan, Jan Studzinski

Institut für Systemanalyse
Polnische Akademie der Wissenschaften
Newelska 6
PL 01-447 Warszawa, Polen
studzins@ibspan.waw.pl

Abstract: In der Arbeit wird die Anwendung von Kriging-Algorithmen zur Einschätzung der Werte jährlicher Regenfälle in ausgewählten Punkten eines Bereiches zur Anfertigung genauer Regenfallkarten dieses Bereiches besprochen. Das Verfahren der Kriging-Approximation besteht aus der Lösung algebraischer Gleichungen, aus mathematischer Modellierung und statischer Optimierung. Es werden ein Approximationsalgorithmus, ein für den Algorithmus entwickeltes Rechnerprogramm wie auch einige für die aus dem Umweltmonitoring stammenden Daten erzielte Approximationsresultate dargestellt.

1 Einleitung

Die Kriging-Algorithmen gehören zur umfangreichen Gruppe von Algorithmen zur Raumapproximation, von denen solche wie z.B. *Inverse-Distance-to-a-Power-Algorithmus*, *Minimum-Curvature-Algorithmus*, *Modified-Shepard's-Algorithmus*, *Natural-Neighbors-Algorithmus*, *Nearest-Neighbors-Algorithmus*, *Polynomial-Regression-Algorithmus* und *Radial-Basic-Functions-Algorithmus* zu erwähnen sind. Sie sind die Raumstatistikalgorithmen, die in dem Bergbau, der Topographie und im Umweltmonitoring zur Anfertigung von topographischen Karten, Isolinien und Schichtlinien angewandt werden. Die Kriging-Algorithmen wurden zur Einschätzung der Qualität und Größe von nutzbaren Lagerstätten und zur Abbildung der Verteilung von untersuchten Rohstoffen in den Lagerstätten mittels der Schichtlinienkarten entwickelt. Diese Algorithmen sind insbesondere zur Einschätzung der Verunreinigung und der Vorräte von Lagerstätten anzuwenden. Bei der Durchführung eines Forschungsprojektes zur „Anwendung geostatistischer Methoden zur Verarbeitung von Messdaten aus dem Umweltmonitoring“ wurde ein Versuch unternommen, die Kriging-Algorithmen zur Zeit- und Raumapproximation von ausgewählten Umweltparametern, wie Regen- und Schneefälle und Bodenerosivität anzuwenden, wodurch dann genaue Isolinien- und Schichtlinienkarten dieser Parameter hergestellt werden können. Solche Karten nur anhand verfügbarer Messdaten aus den nationalen Monitoringsstationen herzustellen ist nicht möglich wegen des zu dünn verteilten und unregelmäßigen bestehenden Stationsnetzes. Eingehende Informa

¹ Diese Arbeit entstand im Rahmen eines Forschungsprojektes des Polnischen Ministeriums für Wissenschaft und Informatisierung Nr. 3P04G08425.

tionen zu diesen Parameterwerten sind von großer Bedeutung bei der Ackerbauplanung und Raumplanung der Regionalentwicklung.

2 Der Algorithmus der Kriging-Approximation

Die Kriging-Approximation besteht in der Einschätzung unbekannter Werte eines untersuchten Parameters in angegebenen Punkten eines untersuchten Bereiches (Basispunkte) anhand bekannter Werte dieses Parameters in anderen Punkten dieses Bereiches, wobei der Parameter als eine Zufallsvariable zu betrachten ist. Es wird dafür die Hauptfunktion der Geostatistik, eine Variogramm-Funktion definiert

$$D^2 [Z(x+h) - Z(x)] = E[Z(x+h) - Z(x)]^2 = 2 \gamma(h)$$

wobei D , E die Varianz und den Erwartungswert, $2\gamma(h)$ die Variogramm-Funktion, $\gamma(h)$ das Semivariogramm, $Z(x)$, $Z(x+h)$ die Zufallsvariable in den Punkten x und $(x+h)$ für $h \in [0, +\infty]$ bedeuten. Die Werte des empirischen Semivariogramms für ein diskretes Netz von Messpunkten sind aus der Formel

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (z_{h+1} - z_i)^2$$

zu errechnen, wobei z_i , z_{i+h} die Werte der Zufallsvariable in den von h entfernten Punkten, n_h die Anzahl der Paare von den von h entfernten Punkten bedeuten. Ein Beispiel eines empirischen Semivariogramms ist in Bild 1 aufgezeigt.

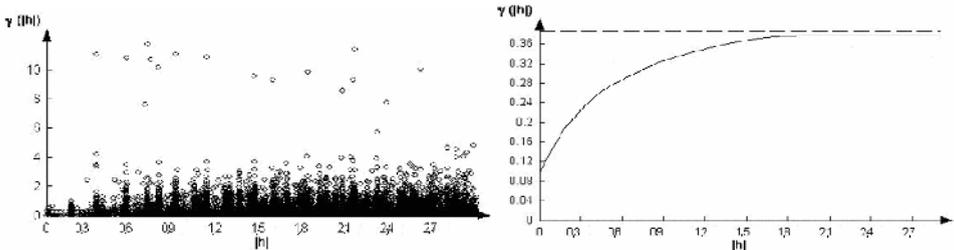


Bild 1. Beispiele eines Semivariogramms und eines Semivariogrammsmodells

Die errechneten Punkte des empirischen Semivariogramms werden mit unterschiedlichen analytischen Funktionen modelliert (siehe Bild 1). Zu dieser Modellierung werden Methoden statischer Optimierung bzw. mathematischer Programmierung angewandt. Die Einschätzung des Mittelwertes des untersuchten Parameters in einem der Basispunkte erfolgt nach der Formel

$$z_0 = \sum_{i=1}^N \lambda_i z_i$$

wobei λ_i die Gewichtungskoeffizienten und z_i die Parameterwerte in den bekannten Messpunkten bedeuten. Die Hauptaufgabe der Kriging-Approximation ist die Errechnung von Werten der Gewichtungskoeffizienten, die die Bedingungen der Unverzerrung und maximaler Effektivität zu erfüllen haben, d.h.:

$$E(z_i - m) = 0 \quad \text{und} \quad \sigma^2 = E[(z_i - m)^2] = \min$$

woraus nun neue und zu erfüllende Bedingungen herauskommen und diese sind:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad \text{und} \quad \frac{\partial \left[\sigma^2 - 2v \sum_{i=1}^N \lambda_i \right]}{\partial z_i} = 0$$

wobei v den Lagrange-Multiplikator darstellt. Aus der letzten Formel resultiert das Gleichungssystem

$$\gamma(x_j, x_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \gamma(x_i, x_0) + v$$

für $j=1,2,\dots,N$, woraus die Gewichtskoeffizienten zu errechnen sind.

3 Rechnerprogramm zur Kriging-Approximation

Für den vorgeführten Kriging-Algorithmus wurde ein Rechnerprogramm (Kripos) in der Rechnersprache C++ mit 8 Modellierungsfunktionen zur Semivariogramm-Approximation und mit dem Marquardt-Algorithmus zur statischen Optimierung entwickelt. Es gibt zwar die im Internet bzw. auf dem Markt zur Verfügung stehenden Standard-Programme zur Kriging-Approximation, wie z.B. Variowin2.2 und Surfer7.04, aber ein selbst entwickeltes Programm gibt solche Rechenmöglichkeiten, die bei der Anwendung von fertigen Marktprogrammen nicht erzielbar sind. Eigene Programme ermöglichen z.B. Testen eigener Optimierungsalgorithmen und mathematischer Modelle, die sich von denen in den Standardprogrammen unterscheiden. Im Kripos-Programm wurden die folgenden Modellierungsfunktionen installiert: eine lineare Funktion $\gamma(h) = CBh$, eine exponentiale Funktion $\gamma(h) = C(1 - \exp(-Bh))$, 2 Potenzfunktionen $\gamma(h) = C(Bh)^{1/2}$ und $\gamma(h) = C(Bh)^{3/2}$, die Gauss-Funktion $\gamma(h) = C(1 - \exp(-B^2h^2))$, eine quadratische Funktion $\gamma(h) = CB^2h^2(1 + B^2h^2)$, eine Wellenfunktion $\gamma(h) = C(1 - \sin(Bh)/Bh)$ und die sphärische Funktion $\gamma(h) = CBh(1,5 - 0,5B^2h^2)$. Für das anhand der Rechenresultate ausgewählte beste Modell wird die Approximation des untersuchten Parameters mittels des Kriging-Algorithmus im ganzen Untersuchungsbe-
reich durchgeführt. Man kann die Qualität der durchzuführenden Approximation einschätzen durch Ausschließung einiger Messdaten aus der verfügbaren Datenmenge und die anschließende Kriging-Einschätzung deren Werte.

4 Resultate der Kriging-Approximation

Die Testrechnungen des entwickelten und in unserem Institut verfügbaren Programms zur Kriging-Approximation wurden am Beispiel der Daten zu den jährlichen Regenfällen in Polen in 1980 durchgeführt. Die Daten kommen aus 106 Monitoringsstationen. Zur Prüfung der Qualität des Kripos-Programms wurden 2 Messpunkte aus der Datendatei entfernt und dessen Werte dann mit Kripos wie auch mit Variowin und Surfer einge

schätzt. Die erzielten Resultate sind in Tab. 1 aufgezeigt. Es folgt daraus, dass das eigens entwickelte Kripos-Programm genauer als die allgemein angewandten Standardprogramme ist, obwohl es nun schwerlich zu sagen wäre, an welchem Schritt des Kriging-Algorithmus dieser Vorteil erzielt wurde.

					Kripos			Surfer7.04			Variowin2.2		
Nr.	Nord	Ost	H [m]	Z [cm]	Sphärisch	Exponen- tial	Gauss- Funktion	Sphärisch	Exponen- tial	Gauss- Funktion	Sphärisch	Exponen- tial	Gauss- Funktion
1	50°02'	20°59'	209	744	744	742	748	743	742	751	738	731	756
Absoluter Fehler [cm]					0	2	4	1	2	7	6	13	12
Relativer Fehler					0	0,003	0,005	0,001	0,003	0,009	0,008	0,017	0,016
2	52°32'	19°40'	63	539	539	540	543	539	540	544	536	543	562
Absoluter Fehler [cm]					0	1	4	0	1	5	3	4	23
Relativer Fehler					0	0,002	0,007	0	0,002	0,009	0,006	0,007	0,043

Tabelle 1: Vergleich der Rechenresultate für 2 Basispunkte, 3 Rechnerprogramme und 3 Modellierungsfunktionen (H – die Höhe ü.d.M., Z – der Regenfallwert im bezüglichen Basispunkt)

5 Schlussfolgerungen

Es wurden einige Untersuchungsergebnisse der Kriging-Approximation von Umweltmessdaten am Beispiel der Regenfalldaten aus Polen dargestellt. Die ursprünglich zur Einschätzung der Qualität und der Vorräte nutzbarer Lagerstätten entwickelten Approximationsalgorithmen wurden zur Approximation von einigen meteorologischen Parametern angewandt. Die Rechenresultate sind optimistisch und weisen auf große Universalität von Kriging-Algorithmen hin.

Literatur

- [Cr91] Cressie, N.A.C.: Statistics for Spatial Data. John Wiley & Sons, Inc., New York 1991.
- [DJ98] Deutsch, C.V.; Journel, A.G.: GSLIB – Geostatistical Software Library and User's Guide. Oxford University Press, New York 1998.
- [Fu98] Furt, J.: Anwendung von Geographischen Informationssystemen in Hydrologie und Wasserwirtschaft – Studienblätter und Materialien zur Vorlesung im SS 1998. WUM – Universitätsverlag der Hochschullehrerschaft an der Universität Wien GmbH, Wien 1998.
- [Ki97] Kitanidis, P.K.: Introduction to Geostatistics. Cambridge University Press, Melbourne, Australia, 1997.
- [Pa96] Pannatier, Y.: VARIOWIN Software for Spatial Data Analysis in 2D. Springer Verlag, Berlin – Heidelberg 1996.
- [Wa98] Wackernagel, H.: Multivariable Geostatistics – An Introduction with Applications. Springer Verlag, Berlin – Heidelberg 1998.