Dynamisches eigennütziges Routing

Simon Fischer

RWTH Aachen, Lehrstuhl Informatik 1
fischer@cs.rwth-aachen.de

Abstract: Das Verkehrsmodell von Wardrop (1952) wurde in jüngerer Zeit für die Analyse eigennützigen Benutzerverhaltens in Kommunikationsnetzwerken wieder entdeckt. Im Wardrop-Modell betrachten wir eine unendliche Menge von Benutzern, von denen jeder einen Pfad wählt und einen infinitesimal kleinen Beitrag zu einem Gesamtfluss in einem Netzwerk beisteuert. Der Fluss verursacht wiederum Latenzzeiten. Jeder Benutzer ist nun bestrebt, die eigene Latenz zu minimieren. Zahlreiche Arbeiten analysieren statische Eigenschaften von Gleichgewichten in diesem Modell, beispielsweise die Performanzeinbußen des Netzwerks aufgrund der Eigennützigkeit der Benutzer in Abwesenheit einer zentralen Kontrollinstanz.

Um Gleichgewichtskonzepte zu motivieren, bedient sich die Spieltheorie üblicherweise starker Rationalitätsannahmen, die in realistischen Anwendungen oft nicht erfüllt sind. In dieser Arbeit beschreiten wir einen anderen Weg: Wir betrachten das Netzwerk als eine dynamische Population von Agenten, die nach und nach versuchen, ihre Strategie, also den von ihnen gewählten Pfad, an die aktuelle Flusssituation anzupassen. Die Strategieauswahlen beeinflussen sich dabei wechselseitig.

Wir wählen diese Sichtweise aus zweierlei Gründen: Erstens zeigen unsere Resultate, dass es möglich ist, Gleichgewichte ohne starke Annahmen zu erreichen, allein durch das Befolgen einfacher Anpassungsdynamiken. Zweitens leiten wir aus diesen Dynamiken Algorithmen ab, mit deren Hilfe sich approximative Gleichgewichte auf einfache und verteilte Art und Weise berechnen lassen.

1 Einleitung

Das Internet als zentrales Kommunikationsmedium der heutigen Zeit fordert die Informatik zu einem Perspektivenwechsel heraus. Zu den klassischen algorithmischen Fragestellungen, bei denen es gilt, klar definierte Probleme zu lösen, treten ökonomische und soziologische Aspekte. Nicht ein einzelner Betreiber steuert das Internet zentral, sondern viele Einzelne kontrollieren Teile des Internets, konkurrieren um Ressourcen und verfolgen individuelle Interessen. Dadurch ergeben sich Schnittpunkte zwischen Informatik und Spieltheorie, die sich mit Szenarien beschäftigt, in denen Agenten eigennützig Entscheidungen treffen und dabei wechselseitigen Einfluss aufeinander ausüben. In einer einflussreichen Arbeit analysieren Roughgarden und Tardos [RT02] Routingprobleme in einem Modell, das bereits 1952 von Wardrop [War52] zur Analyse von Verkehrsnetzen eingeführt wurde.

In diesem Modell wählen unendlich viele Agenten autonom Routingpfade in einem Netzwerk und steuern so einen infinitesimalen Beitrag zu einem Gesamtfluss bei. Der Fluss induziert Latenzzeiten auf den Kanten, die die Agenten minimieren wollen. Ein klassi-

sches Problem ist hier die Berechnung eines Flusses mit minimalen Gesamtkosten. Im Gegensatz dazu fragt die Spieltheorie nicht nach einem optimalen, sondern nach einem stabilen Zustand, also einem Fluss, in dem einzelne Agenten nicht durch abweichendes Verhalten ihre eigene Latenz verbessern können. Ein solcher Zustand heißt im Allgemeinen *Nash-Gleichgewicht*, bzw. in unserem Modell *Wardrop-Gleichgewicht*. Es ist zu erwarten, dass sich ein System im Gleichgewicht weniger effizient verhält als es durch eine zentral berechnete Lösung möglich wäre. Dieser Effizienzverlust wird oft als *Preis der Anarchie* bezeichnet, und in zahlreichen Arbeiten analysiert [RT02, Rou03, AAE05, CK05, CCSM06, Fle04, Rou01].

All diese Arbeiten beschäftigen sich mit statischen Eigenschaften von Nash-Gleichgewichten und basieren auf der Annahme, dass eigennütziges Verhalten ein solches herbeiführt. Zwar ist es unzweifelhaft, dass ein solcher Zustand stabil bleibt, wenn er einmal erreicht ist. Allerdings ist es unklar, wie ein Gleichgewicht überhaupt erst erreicht werden kann. Die klassische Spieltheorie macht hierfür eine Reihe von Annahmen, die starke Rationalität sowie vollständiges Wissen über das Netzwerk, die Latenzfunktionen und die anderen Spieler umfassen. Diese Annahmen erscheinen jedoch für Spiele, die das Internet und seine Benutzer modellieren, unrealistisch.

Im Gegensatz dazu vertreten wir hier die Auffassung, dass Gleichgewichte nur dann sinnvoll sind, wenn sie durch ein einfaches und robustes Verhaltensmodell der Agenten motiviert sind. Dieses Modell sollte auf substantiell schwächeren Annahmen beruhen. Als ersten Ansatz wenden wir daher in Abschnitt 2 eine evolutionäre Populationsdynamik auf das Wardrop-Modell an. Wir sehen, dass eine Population von Agenten in der Lage ist, ein Wardrop-Gleichgewicht mit der Zeit zu „erlernen“, indem die Agenten von Zeit zu Zeit andere Pfade ausprobieren. Diese Analyse beruht jedoch auf der Annahme perfekter Information: Wir nehmen an, dass der Effekt, den die Pfadwechsel der Agenten auf die Latenzzeiten haben, sofort für andere Agenten sichtbar wird.

Daher betrachten wir in Abschnitt 3 ein Modell, das die Tatsache berücksichtigt, dass die Latenzinformationen, auf die die Agenten zurückgreifen, veraltet sein können. Es ist bekannt, dass es in solchen Szenarien zu Oszillationseffekten kommen kann. Wir betrachten hier eine recht allgemeine Klasse von Anpassungsdynamiken und beantworten die Frage, welche Eigenschaften diese Dynamiken erfüllen müssen, damit trotz veralteter Information Konvergenz zum Wardrop-Gleichgewicht gewährleistet ist. Im allgemeinen können diese Protokolle jedoch langsam sein. Daher entwickeln wir in Abschnitt 4 ein Protokoll, das besonders schnell konvergiert. Unser Protokoll verhält sich im Bezug auf approximative Gleichgewichte wie ein echt polynomielles Approximationsschema (FPAS).

Schließlich entwickeln wir, basierend auf diesen theoretischen Erkenntnissen ein Traffic-Engineering-Protokoll, das wir in Simulationen evaluieren (Abschnitt 5).

Das Wardrop-Modell. Im Jahr 1952 wurde von Wardrop [War52] das folgende Verkehrsmodell vorgeschlagen. Eine *Instanz* des Routingspiels besteht aus einem gerichteten Graphen $G = (V, E)$, einer Familie von differenzierbaren, monoton steigenden, Lipschitz-stetigen *Latenzfunktionen* $\ell_e : \mathbb{R}_{\geq 0} \mapsto \mathbb{R}_{\geq 0}$ und einer Familie von Gütern. Jedes Gut ist definiert durch eine *Quelle* $s_i \in V$, eine *Senke* $t_i \in V$ und einen *Flussbedarf* $r_i \in \mathbb{R}_+$,

der von s_i nach t_i über die Pfade $\mathcal{P}_i$, die s_i und t_i verbinden, versendet werden soll. Der Gesamtbedarf ist $r = \sum_{i\in[k]} r_i$, und die Gesamtheit aller Pfade ist $\mathcal{P} = \bigcup_{i\in[k]} \mathcal{P}_i$. Eine Instanz heißt *symmetrisch*, wenn $k = 1$ und ansonsten *asymmetrisch*.

Ein Flussvektor $(f_P)_{P\in\mathcal{P}}$ ist *zulässig*, wenn er nicht-negativ ist und die Flussbedarfe erfüllt, d. h. $\sum_{P\in\mathcal{P}_i} f_P = r_i$ für alle $i \in [k]$ und $f_P \geq 0$ für alle $P \in \mathcal{P}$. Der Pfadflussvektor f induziert Kantenflüsse $f_e = \sum_{P\ni e} f_P$ für $e \in E$. Die durch f induzierte Latenz von Kante $e \in E$ ist $\ell_e(f_e)$ und die Latenz von Pfad $P \in \mathcal{P}$ ist $\ell_P(f) = \sum_{e\in P} \ell_e(f)$. Für jedes Gut $i \in [k]$ ergibt sich eine Durchschnittslatenz von $L_i(f) = \sum_{P\in\mathcal{P}_i} \frac{f_P}{r_i} \cdot \ell_P(f)$. Der Gesamtdurchschnitt ist $L(f) = \sum_{P\in\mathcal{P}} \frac{f_P}{r} \cdot \ell_P(f)$. Sei $\ell'_{\max}$ eine obere Schranke für die Steigung der Latenzfunktionen und $\ell_{\min}$ eine untere Schranke für die Latenz einer Kante bei leerem Netzwerk.

Wir stellen uns den Fluss als Summe infinitesimaler Beiträge unendlich vieler Agenten vor. Ein Fluss in diesem Szenario ist stabil, wenn sich kein Agent (oder keine beliebig kleine Teilmenge der Agenten) mehr verbessern kann, indem er seinen Pfad gegen einen anderen austauscht. Solch ein Fluss kann wie folgt charakterisiert werden:

Definition 1 (Wardrop-Gleichgewicht [HM85])**.** *Ein Fluss f ist im* Wardrop-Gleichgewicht*, wenn für alle Güter $i \in [k]$ und alle $P_1, P_2 \in \mathcal{P}_i$ mit $f_{P_1} > 0$ gilt: $\ell_{P_1}(f) \leq \ell_{P_2}(f)$.*

Es ist bekannt, dass Wardrop-Gleichgewichte die von Beckmann, McGuire und Winsten [BMW56] eingeführte Potentialfunktion $\Phi(f) = \sum_{e\in E} \int_0^{f_e} \ell_e(u)\,du$ minimieren. Das minimale Potential, das genau von den Wardrop-Gleichgewichten erreicht wird, bezeichnen wir mit $\Phi^* = \min_f \Phi(f)$. Die entscheidende Beobachtung ist hier, dass sich, wenn wir ein infinitesimales Flussvolumen dx von P nach Q verschieben, das Potential um $(\ell_Q - \ell_P)\,dx$ verändert.

Verwandte Literatur. Arbeiten zum Preis der Anarchie wurden bereits in der Einleitung erwähnt. Diese existieren für zahlreiche Modellvarianten und Kostenmaße [RT02, Rou03, RT04, CCSM06, AAE05, CK05]. Um den Preis der Anarchie zu senken, können Steuern eingeführt werden um ein optimales Verhalten zu erzwingen [Fle04]. Eine andere Möglichkeit ist, Teile der Agenten zentral zu steuern [Rou01].

Rosenthal [Ros73] betrachtet eine diskrete Version des Wardrop-Modells, so genannte Congestionspiele, in denen immer reine Gleichgewichte existieren. Das Berechnen von Gleichgewichten ist im Allgemeinen schwierig, nämlich PLS-vollständig, während es für den Fall symmetrischer Netzwerke in Polynomialzeit möglich ist [FPT04]. In [ARV06] wird eine Charakterisierung von Instanzen, in denen es polynomiell viele Verbesserungsschritte für das Erreichen eines Gleichgewichts ausreichen, angegeben.

Wardrop-Gleichgewichte können durch ein konvexes Programm berechnet werden, das als Mehrgüterflussproblem interpretiert werden kann. Bertsekas und Tsitsiklis [BT89] geben verschiedene Algorithmen an, um solche Probleme verteilt zu lösen. Awerbuch *et al.* [AKR07] stellen einen effizienten verteilten Algorithmus für Mehrgüterflussprobleme mit linearen Latenzfunktionen vor.

Beim No-Regret-Routing [AK04, BEDL06] wählen Agenten wiederholt Pfade und mi-

nimieren die Differenz zwischen ihren Kosten und den Kosten eines besten Pfades im Nachhinein. Auch hier kann auf lange Sicht ein approximatives Gleichgewicht erreicht werden. Die Laufzeitschranken hängen von der Steigung der Latenzfunktionen ab.

In diskreten Modellen sind Laufzeitanalysen schwieriger und Analysen existieren bisher nur für einfache Netzwerke aus parallelen Kanten und mit zahlreichen Einschränkungen, beispielsweise unter der Annahme linearer Latenzfunktion und der Existenz globalen Wissens [EDM05] oder identischer linearer Latenzfunktionen [BFG+06, BFHH07].

2 Evolutionärer Fluss

Wir beginnen, indem wir für eine unendliche Population von Agenten mit infinitesimalen Flussbeiträgen einen einfachen Anpassungesprozess beschreiben, dem die Agenten folgen [FV04]. Dabei verfolgen diese das Ziel, ihre eigene Latenz zu verbessern. Wir nehmen an, dass die Agenten in exponentiell verteilten Intervallen aktiv werden und die folgenden zwei einfachen Schritte ausführen. Betrachte einen Agenten, der zu Gut $i \in [k]$ gehört und momentan Pfad $P \in \mathcal{P}_i$ zugewiesen ist.

1. *Sampling:* Wähle uniform zufällig einen anderen Agenten. Dieser Agent benutzt Pfad $Q \in \mathcal{P}_i$ mit Wahrscheinlichkeit f_Q/r_i.
2. *Migration:* Wechsle von Pfad P zu Pfad Q falls $\ell_P(f) > \ell_Q(f)$ mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Latenzverbesserung $\ell_P(f) - \ell_Q(f)$.

Wir betrachten nun den Fluss als Funktion der Zeit $f(t)$, wobei $\dot{f}(t)$ dessen Zeitableitung darstellt. Dann können wir diesen Prozess durch ein System von Differentialgleichungen beschreiben. Dabei bezeichnen wir die Proportionalitätskonstante aus Schritt 2 als $\lambda_i(f)$. Wir erhalten die aus der Evolutionären Spieltheorie bekannte *Replikatordynamik*

$$\dot{f}_P \quad = \quad \lambda_i(f) \cdot f_P \cdot (L_i(f) - \ell_P(f)) \qquad \text{für alle } i \in [k],\ P \in \mathcal{P}\ , \tag{1}$$

Verschiedene Eigenschaften machen diese Dynamik zu einem interessanten Modell eigennützigen Verhaltens. Zunächst führen die Agenten nur Verbesserungsschritte aus. Der Prozess ist also verträglich mit den Interessen der Agenten. Außerdem sind die von den Agenten ausgeführten Schritte sehr einfach, nutzen lediglich lokal verfügbare Informationen und sind zustandslos, hängen also nur vom aktuellen Fluss, nicht aber von der Vergangenheit ab. Vollständiges Wissen über das Netzwerk und die Latenzfunktionen sowie weitere Rationalitätsannahmen sind nicht nötig.

Um in diesem Modell Konvergenz zum Wardrop-Gleichgewicht zu zeigen, nutzen wir ein Potentialfunktionsargument. Betrachten wir die zeitliche Veränderung des Beckmann-McGuire-Winsten-Potentials und setzen die Replikatordynamik (1) in die Definition von Φ ein, können wir zeigen, dass $\dot{\Phi}(f) < 0$ solange f kein Wardrop-Gleichgewicht ist. Somit nimmt das Potential mehr und mehr ab, konvergiert also gegen sein Minimum. Daraus folgt, dass alle Lösungen der Replikatordynamik zur Menge der Gleichgewichte konvergieren, sofern im Anfangszustand alle Pfade positiven Fluss haben.

3 Veraltete Information

Das im letzten Abschnitt präsentierte Konvergenzergebnis zeigt, dass Gleichgewichte im Wardrop-Modell von einer Population von Agenten auf einfache und verteilte Art und Weise und ohne starke Rationalitätsannahmen und globales Wissen erreicht werden können. Unser dynamisches Modell beruht dabei jedoch auf einer weiteren Annahme, nämlich der Annahme perfekter Information. Damit meinen wir, dass Migrationen und Latenzveränderungen unmittelbar für andere Agenten sichtbar werden.

In der Praxis ist dies jedoch nicht der Fall: Der Wechsel eines Routingpfades beansprucht eine gewisse Zeit, und die Latenz kann nicht einfach „beobachtet“ werden, sondern muss über einige Zeit gemessen werden. Aggressive Reroutingstrategien, wie z. B. immer zum (scheinbar) günstigsten Pfad zu wechseln, können daher zu Oszillationseffekten führen. Solche Effekte sind in Theorie und Praxis bekannt und können die Performanz eines Netzwerks erheblich reduzieren [KR04, Rex05, CN03, Mit00].

Die Stärke dieser Oszillationseffekte hängt hauptsächlich von drei Parametern ab: Das Maximale Alter der Information, die Empfindlichkeit der Latenzfunktionen gegenüber kleinen Flussänderungen sowie die Aggressivität der Reroutingstrategie. Während die ersten beiden Parameter vom System vorgegeben sind, können wir den letzteren beim Entwurf der Reroutingstrategie berücksichtigen. In [FV08] diskutieren wir die Frage, welche Eigenschaft eine Dynamik erfüllen muss, um trotz veralteter Information zu einem Wardrop-Gleichgewicht zu konvergieren. Wir zeigen dabei, dass für jede Instanz, für die das maximale Alter der Informationen sowie die Steigung der Latenzfunktionen beschränkt sind, Reroutingstrategien existieren, die zum Wardrop-Gleichgewicht konvergieren.

Wir betrachten eine große Klasse von einfachen Protokollen, in die auch die Replikatordynamik fällt. Die Agenten führen wiederholt die folgenden beiden Schritte aus. Wir betrachten einen zu Gut $i \in [k]$ gehörenden Agenten auf Pfad $P \in \mathcal{P}_i$.

1. *Sampling:* Wähle Pfad $Q \in \mathcal{P}_i$ aus einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $\sigma_{PQ}(f)$.
2. *Migration:* Falls $\ell_Q < \ell_P$, wechsle von P nach Q mit Wahrscheinlichkeit $\mu(\ell_P, \ell_Q)$.

Hierbei können sich ℓ_P und ℓ_Q auf einen bis zu T Zeiteinheiten zurückliegenden Zustand beziehen. Mögliche Samplingstrategien sind z.B. *uniformes Sampling*, bei dem alle Pfade die gleiche Wahrscheinlichkeit haben oder *proportionales Sampling*, bei dem die Agenten uniform zufällig einen anderen Agenten sampeln, wie es bei der Replikatordynamik der Fall ist. Eine typische Migrationsregel, die in zahlreichen Anwendungen ohne Parallelität angewendet werden kann, ist die sehr aggressive *Bessere-Antwort*-Regel, bei immer gewechselt wird, wenn $\ell_Q < \ell_P$ ist. Die Replikatordynamik nutzt eine *lineare Migrationsregel*, bei der z. B. $\mu(\ell_P, \ell_Q) = (\ell_P - \ell_Q)/\ell_{\max}$.

Wie oben bereits angedeutet, müssen wir annehmen, dass die Migrationsregel nicht zu aggressiv ist: Kleine Latenzgewinne müssen zu kleinen Migrationswahrscheinlichkeiten führen. Dies formalisieren wir wie folgt. Eine Migrationsregel μ ist α-*smooth* für ein $\alpha > 0$ falls für alle $\ell_P \geq \ell_Q \geq 0$ gilt: $\mu(\ell_P, \ell_Q) \leq \alpha \cdot (\ell_P - \ell_Q)$. Die lineare Migrationsregel ist beispielsweise $(1/\ell_{\max})$-smooth, während die Beste-Antwort-Regel nicht smooth ist.

Wir beschreiben nun wieder die Entwicklung des Flusses als Funktion der Zeit. Wir modellieren das Veralten der Information über ein Bulletin-Board-Modell, bei dem die Latenzinformation an einem zentralen Ort gesammelt und alle T Zeiteinheiten aktualisiert wird. Dies ist ein theoretisches Modell, das beispielsweise von Mitzenmacher [Mit00] in einem Lastbalancierungszusammenhang verwendet wird. Die zum Zeitpunkt t sichtbare Information stammt dann aus der Zeit $\hat{t} = \lfloor t/T \rfloor \cdot t$. Für gegebene Sampling- und Migrationsregeln ergibt sich eine Migrationsrate $\rho_{PQ}(f)$, die das Volumen von Agenten beschreibt, die pro Zeiteinheit von Pfad P nach Pfad Q wechseln. Insgesamt erhalten wir wieder ein System von Differentialgleichungen, diesmal jedoch mit Verzögerungen:

$$\dot{f}_P(t) \quad = \quad \sum_{Q \in \mathcal{P}_i} \left(\rho_{QP}(f(\hat{t})) - \rho_{PQ}(f(\hat{t})) \right) \ . \tag{2}$$

Es ist leicht einzusehen, dass das System (2) zu einem Wardrop-Gleichgewicht konvergiert, wenn die Information nicht veraltet ist. Sobald jedoch $T > 0$ ist, lassen sich leicht Instanzen finden, so dass ständig Fluss von einer Ressource auf die andere und wieder zurück verschoben wird, das System also oszilliert.

In [FV08] zeigen wir, wie dies vermieden werden kann. Wir müssen den Smoothness-Parameter α entsprechend vorsichtig wählen, und zwar um so kleiner, je größer T ist und je größer die Latenzveränderungen sein können, die kleine Flussveränderungen bewirken. Genauer gesagt wählen wir α umgekehrt proportional zu T, der maximalen Pfadlänge und der maximalen Steigung der Latenzfunktionen. Ist α derart gewählt, können wir auch im Fall veralteter Information Konvergenz zum Gleichgewicht zeigen.

4 Schnelle Konvergenz

Obwohl die Analyse im vorhergehenden Abschnitt zeigt, dass Konvergenz auch unter veralteter Information möglich ist, ergibt sie keine befriedigenden oberen Schranken für die Konvergenzzeit. Weiterhin benötigen wir, um Konvergenz sicher zu stellen, einen Dämpfungsparameter, der umgekehrt proportional zur maximalen Steigung der Latenzfunktionen ist. Diese Größe ist jedoch für viele Klassen von Latenzfunktionen, z. B. die Klasse der linearen Funktionen, unbeschränkt. Auch für gegebene feste Instanzen kann die maximale Steigung groß sein. Hier sind also nur pseudopolynomielle Konvergenzzeiten zu erwarten.

Wir entwickeln in [FRV06] eine Reroutingstrategie, die die Abhängigkeit von der maximalen Steigung umgeht und von einem substantiell besseren Parameter abhängt, der *Elastizität* der Latenzfunktionen. Die Elastizität einer Funktion ℓ an der Stelle x ist definiert als $\frac{x \cdot \ell'(x)}{\ell(x)}$. Beispielsweise hat die Funktion $\ell(x) = a\,x^d$ die Elastizität d. Dieses Maß misst den relativen Zuwachs der Latenz bei einem relativen Zuwachs des Flusses. Entsprechend konstruieren wir unsere Reroutingstrategie so, dass sie relative Zuwächse erzeugt. Das (α,β)-Explorations-Replikations-Protokoll nutzt eine Mischung aus proportionalem und uniformem Sampling. Deren Verhältnis wird durch den Parameter β gesteuert. Ein Agent führt hier wiederholt die beiden folgenden Schritte aus. Sei wieder $P \in \mathcal{P}$ der aktuelle

Pfad des Agenten und d eine obere Schranke für die Elastizität der Latenzfunktionen.

1. *Sampling:* Mit Wahrscheinlichkeit $(1-\beta)$ führe Schritt 1(a), sonst Schritt 1(b) aus.
   (a) *Proportionales Sampling:* Wähle Pfad $Q \in \mathcal{P}_i$ mit Wahrscheinlichkeit f_Q/r_i.
   (b) *Uniformes Sampling:* Wähle einen Pfad $Q \in \mathcal{P}_i$ mit Wahrscheinlichkeit $1/|\mathcal{P}_i|$.
2. *Migration:* Falls $\ell_Q < \ell_P$, wechsle zum Pfad Q mit Wahrscheinlichkeit $\frac{\ell_P - \ell_Q}{d \cdot \ell_P}$.

Die Migrationswahrscheinlichkeit ist nun proportional zum *relativen* Latenzgewinn und damit wesentlich aggressiver als die lineare Migrationsregel. Sie ist für kein α mehr α-smooth. Aufgrund der relativen Wachstumsraten, die diese Dynamik erzeugt, können wir auch hier wieder Konvergenz zur Menge der Wardrop-Gleichgewichte zeigen. Dies ist allerdings nur dann möglich, wenn der Anteil uniformen Samplings β, nicht zu groß ist. Dieser Parameter muss wiederum umgekehrt proportional zur Steigung gewählt werden, wird jedoch in unsere Laufzeitschranken nur logarithmisch eingehen.

Um die Konvergenzzeit zu analysieren, betrachten wir zwei Arten von approximativen Gleichgewichten. Für das erste Resultat können wir sogar $\beta = 0$ setzen. Wir beschreiben hier das Ergebnis für symmetrische Instanzen, obwohl ein ähnliches Resultat auch für asymmetrische Instanzen gilt. Wir sagen, dass ein Fluss im (δ, ϵ)-Gleichgewicht ist, wenn höchstens ein ϵ-Anteil der Agenten um mehr als einen Faktor $(1+\delta)$ von der durchschnittlichen Latenz abweicht. Das (α,β)-Explorations-Replikations-Protokoll erreicht ein solches Gleichgewicht sehr schnell, nämlich in Zeit $\mathcal{O}\left(\frac{d}{\delta^2\,\epsilon}\log\left(\frac{\Phi(f(0))}{\Phi^*}\right)\right)$. Bemerkenswerterweise ist diese Zeit unabhängig von der Topologie des Netzwerks und hängt im Wesentlichen von der Elastizität der Latenzfunktionen und den Approximationsparametern ab. Das (α,β)-Explorations-Replikations-Protokoll verhält sich also hier wie ein echt polynomielles Approximationsschema (FPAS).

In [FRV06] zeigen wir für symmetrische Instanzen zusätzlich ein stärkeres Approximationsresultat, nämlich eine obere Schranke für die Zeit, um einen Zustand zu erreichen, in dem das Potential nur noch um einen Faktor $(1+\epsilon)$ vom optimalen Potential abweicht. Für dieses Ergebnis benötigen wir die Explorationskomponente unseres Protokolls und setzen $\beta > 0$. Das uniforme Sampling sorgt dann für einen Mindestfluss auf guten Pfaden, der dann vom proportionalen Sampling verstärkt wird. Das (α,β)-Explorations-Replikations-Protokoll verhält sich im Bezug auf $(1+\epsilon)$-Approximationen des optimalen Potentials wieder wie ein FPAS. Die Laufzeit ist polynomiell in den Approximationsparametern und der Darstellungsgröße einer Instanz, z. B., wenn die Latenzfunktionen Polynome in Koeffizientendarstellung sind.

5 Dynamic Traffic Engineering

Die positiven Ergebnisse der vorhergehenden Abschnitte legen nahe, diese Ideen für praktische Anwendungen zu nutzen. Traffic-Engineering-Protokolle haben die Aufgabe, die Verkehrslast in einem Teil des Internets, z. B. innerhalb eines Autonomen Systems (AS)

nach bestimmten Kriterien, beispielsweise zur Durchsatzmaximierung, zu verteilen. Große Herausforderungen ergeben sich hierbei aufgrund unvorhersehbarer Bedarfsschwankungen, möglicher Ausfälle von Verbindungen und stark fluktuierender Datenströme. Heutige Traffic-Engineering-Protokolle arbeiten daher auf Zeitskalen von Stunden oder sogar Tagen. In [FKF06] stellen wir das Protokoll REPLEX vor, das im Sekundentakt Routengewichte anpasst und so die Last auf Routerebene balanciert.

Grob lässt sich das Protokoll wie folgt beschreiben. Die Router messen die Performanz adjazenter Verbindungen über einen gewissen Zeitraum, errechnen dessen Durchschnitt und transferieren diese Information zu benachbarten Routern. Diese wiederum aggregieren die erhaltene Information mit der selbst gemessenen Performanz der jeweiligen Verbindung und erhalten so für jede ausgehende Kante eine Bewertung der Gesamtheit der Pfade, die durch diese Kante gehen. Die Router verwalten außerdem eine Tabelle mit Gewichten für alle ausgehenden Kanten, die aufgrund der Performanzwerte in regelmäßigen Abständen ähnlich des (α,β)-Explorations-Replikations-Protokolls aktualisiert werden.

Wir simulieren das Protokoll auf Paketebene mit einem realistischen HTTP-Lastgenerator. Es bestätigt sich, dass zu aggressive Gewichtsanpassungen und zu kurze Messzeiträume zu Oszillationen führen, während diese durch vorsichtigeres Verhalten vermieden werden können. Auf synthetischen Netzwerken zeigt sich, dass das Protokoll innerhalb von zwei Minuten konvergiert und die optimalen Linkgewichte berechnet. Simulationen auf der Topologie eines existierenden Autonomen Systems mit 172 Routern, 367 Verbindungen, 5 400 Web-Clients und 417 Web-Servern haben ergeben, dass auch hier das Protokoll schnell konvergiert. Der Durchsatz des Autonomen Systems erhöht sich dabei deutlich.

6 Ausblick

Wir haben gesehen, dass eigennützige Agenten schnell zu einem Gleichgewicht kommen können. Da diese Beobachtungen auf einer unendlichen Menge von Agenten beruhen, ergeben jedoch zunächst keine Algorithmen, z.B. für das Berechnen von Gleichgewichten. In [FOV08] beschreiben wir einen auf diesen Resultaten basierenden effizienten verteilten Algorithmus zur Berechnung approximativer Gleichgewichte. Im diskreten Fall wird die Konvergenzanalyse aufgrund probabilistischer Effekte schwieriger. Dieses Modell betrachten wir in [ABFH08] und kommen zu vergleichbaren Konvergenzresultaten.

Literatur

[AAE05] Baruch Awerbuch, Yossi Azar und Amir Epstein. The price of routing unsplittable flow. In *Proc. 37th Ann. Symp. on Theory of Comput. (STOC)*, 2005.

[ABFH08] Heiner Ackermann, Petra Berenbrink, Simon Fischer und Martin Hoefer. Concurrent Dynamics in Congestion Games, 2008. Under preparation.

[AK04] Baruch Awerbuch und Robert D. Kleinberg. Adaptive Routing with End-to-End feedback: Distributed Learning and Geometric Approaches. In *Proc. 36th Ann. Symp. on*

Theory of Comput. (STOC), Seiten 45–53, 2004.

[AKR07] Baruch Awerbuch, Rohit Khandekar und Satish Rao. Distributed Algorithms for Multicommodity Flow Problems via Approximate Steepest Descent Framework. In *Proc. 18th Ann. Symp. on Discrete Algorithms (SODA)*, 2007.

[ARV06] Heiner Ackermann, Heiko Röglin und Berthold Vöcking. On the Impact of Combinatorial Structure on Congestion Games. In *Proc. 47th Ann. IEEE Symp. on Foundations of Comput. Sci. (FOCS)*, Seiten 613–622, 2006.

[BEDL06] Avrim Blum, Eyal Even-Dar und Katrina Ligett. Routing without Regret: On Convergence to Nash Equilibria of Regret-Minimizing Algorithms in Routing Games. In *Proc. 25th Ann. Symp. on Principles of Distributed Computing (PODC)*, Seiten 45–52, Denver, Colorado, USA, July 2006. ACM.

[BFG+06] Petra Berenbrink, Tom Friedetzky, Leslie Ann Goldberg, Paul Goldberg, Zengjian Hu und Russel Martin. Distributed Selfish Load Balancing. In *Proc. 17th Ann. Symp. on Discrete Algorithms (SODA)*, 2006.

[BFHH07] Petra Berenbrink, Tom Friedetzky, Iman Hajirasouliha und Zengjian Hu. Convergence to Equilibria in Distributed, Selfish Reallocation Processes with Weighted Tasks. In *Proc. 15th Ann. European Symp. on Algorithms (ESA)*, Seiten 41–52, 2007.

[BMW56] M. Beckmann, C. Bart McGuire und Christopher B. Winsten. *Studies in the Economics of Transportation*. Yale University Press, 1956.

[BT89] Dimitri P. Bertsekas und John N. Tsitsiklis. *Parallel and Distributed Computing: Numerical Methods*. Athena Scientific, 1989.

[CCSM06] Roberto Cominetti, José R. Correa und Nicolás E. Stier Moses. Network Games with Atomic Players. In *Proc. 33rd Int. EATCS Coll. on Automata, Languages and Programming (ICALP)*, Seiten 525–536, 2006.

[CK05] George Christodoulou und Elias Koutsoupias. The price of anarchy of finite congestion games. In *Proc. 37th Ann. Symp. on Theory of Comput. (STOC)*, 2005.

[CN03] Jianhua Cao und Christian Nyberg. An Approximate Analysis of Load Balancing Using Stale State Information for Servers in Parallel. In *Proc. 2nd IASTED International Conference on Communications Internet and Information Technology*, November 2003.

[EDM05] Eyal Even-Dar und Yishay Mansour. Fast Convergence of Selfish Rerouting. In *Proc. 16th Ann. Symp. on Discrete Algorithms (SODA)*, Seiten 772–781, 2005.

[FKF06] Simon Fischer, Nils Kammenuber und Anja Feldmann. REPLEX — Dynamic Traffic Engineering Based on Wardrop Routing Policies. In *Proc. 2nd Conf. on Future Networking Technologies (CoNext)*, 2006.

[Fle04] Lisa Fleischer. Linear Tolls Suffice: New Bounds and Algorithms for Tolls in Single Source Networks. In *Proc. 31st Int. EATCS Coll. on Automata, Languages and Programming (ICALP)*, Seiten 544–554, 2004.

[FOV08] Simon Fischer, Lars Olbrich und Berthold Vöcking. Approximating Wardrop Equilibria with Finitely Many Agents. *Distributed Computing*, 2008. Special Issue DISC 2007. Akzeptiert.

[FPT04] Alex Fabrikant, Christos Papadimitriou und Kunal Talwar. The Complexity of Pure Nash equilibria. In *Proc. 36th Ann. Symp. on Theory of Comput. (STOC)*, Seiten 604–612, 2004.

[FRV06] Simon Fischer, Harald Räcke und Berthold Vöcking. Fast Convergence to Wardrop Equilibria by Adaptive Sampling Methods. In *Proc. 38th Ann. Symp. on Theory of Comput. (STOC)*, Seiten 653–662, 2006.

[FV04] Simon Fischer und Berthold Vöcking. On the Evolution of Selfish Routing. In *Proc. 12th Ann. European Symp. on Algorithms (ESA)*, Seiten 323–334, 2004.

[FV08] Simon Fischer und Berthold Vöcking. Adaptive Routing with Stale Information. *Theoret. Comput. Sci.*, 2008. Eingeladener Beitrag. Akzeptiert.

[HM85] Alain B. Haurie und Patrice Marcotte. On the relationship between Nash-Cournot and Wardrop equilibria. *Networks*, 15:295–308, 1985.

[KR04] James F. Kurose und Keith W. Ross. *Computer Networking, a top down approach featuring the Internet, 3rd ed.* Addison-Wesley Longman, 2004.

[Mit00] Michael Mitzenmacher. How Useful Is Old Information? *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 11(1):6–20, January 2000.

[Rex05] Jennifer Rexford. *Handbook of Optimization in Telecommunications*, Kapitel Route optimization in IP networks. Kluwer Academic Publishers, 2005.

[Ros73] Robert W. Rosenthal. A Class of Games possessing pure-strategy Nash equilibria. *International Journal of Game Theory*, 2:65–67, 1973.

[Rou01] Tim Roughgarden. Stackelberg scheduling strategies. In *Proc. 33rd Ann. Symp. on Theory of Comput. (STOC)*, Seiten 104–113, 2001.

[Rou03] Tim Roughgarden. The Price of Anarchy is Independent of the Network Topology. *J. Computer and System Sci.*, 67(2):341–367, September 2003.

[RT02] Tim Roughgarden und Éva Tardos. How bad is selfish routing? *J. ACM*, 49(2):236–259, 2002.

[RT04] Tim Roughgarden und Éva Tardos. Bounding the Inefficiency of Equilibria in Nonatomic Congestion Games. *Games and Economic Behavior*, 47(2):389–403, 2004.

[War52] John Glen Wardrop. Some theoretical aspects of road traffic research. In *Proc. of the Institute of Civil Engineers, Pt. II*, Jgg. 1, Seiten 325–378, 1952.

Simon Fischer, geboren 1978 in Hagen, erhielt sein Diplom in Informatik im Dezember 2003 von der Universität Dortmund. Seine Diplomarbeit, betreut von Prof. Dr. Ingo Wegener, beschäftigt sich mit der theoretischen Analyse evolutionärer Algorithmen. Von 2004 bis 2007 war er wissenschaftlicher Mitarbeiter an den Lehrstühlen für Algorithmen und Komplexität, zunächst an der Universität Dortmund und ab 2005 an der RWTH Aachen, im DFG Schwerpunktprogramm „Algorithmik großer und komplexer Netzwerke“. In seiner Dissertation, betreut von Prof. Dr. Berthold Vöcking, analysiert er mit Methoden der Spieltheorie dynamische Aspekte in Routingszenarien. Im Juni 2007 wurde er an der RWTH Aachen zum Dr. rer.-nat. promoviert. Seitdem arbeitet er als Postdoc im Exzellenzcluster „Ultra High Speed Mobile Information and Communication (UMIC)“ der RWTH Aachen.