

Beweiskompetenz durch Beweisassistentz

Nadine Karsten¹ und Uwe Nestmann ¹

Abstract: Beweiskompetenz, also die Fähigkeit mathematische Beweise sowohl verstehen als auch eigenständig führen zu können, wird üblicherweise vorrangig durch Beispiele, Feedback und Diskussion zwischen Lernenden und Lehrenden erworben. Wir setzen einen interaktiven Theorembeweiser – einen sogenannten Beweisassistenten – ein, um Lernenden ein zusätzliches möglichst direktes Feedback zu ermöglichen. Das Führen von Beweisen mit solchen Assistenten ähnelt der Entwicklung von Software mit schnellem und zuweilen spielerischem Explorieren von Lösungsansätzen. Wir erarbeiten daher die Konzeption eines dedizierten Kurses im Bereich der Theoretischen Informatik, in dem Beweiskompetenz mit passenden didaktischen Ansätzen durch Beweisassistenten effizienter und auch spielerischer vermittelt wird.

Keywords: Beweisassistent, Beweiskompetenz, Beweise, Feedback, Isabelle Einleitung

Das Führen mathematischer Beweise stellt nach Knobelsdorf und Frede [FK18] für viele Studierende der Informatik eine Herausforderung dar. Die Untersuchung der Prüfungsleistungen eines Moduls der Theoretischen Informatik ergab, dass die meisten Punkte in Beweisaufgaben verloren werden. Dieses Defizit war dabei unabhängig davon wie gut Studierende insgesamt abschließen. Laut [KFK17] haben Informatikstudierende oft Schwierigkeiten, mündlich und schriftlich eine mathematische Sprache zu verwenden.

Unter dem Begriff *Beweiskompetenz* (**BK**) werden die folgenden Kompetenzen zusammengefasst [Br14]. Die *Fachkompetenz* beinhaltet das Kontextwissen des zu beweisenden Problems. Die *Darstellungskompetenz* bezeichnet das Visualisieren mit ausreichend formaler Sprache. Das Erörtern von Vorgehen und Lösung ist in der *Kommunikationskompetenz* enthalten. *Methodenkompetenz* teilt sich in drei Teile: Erwerb eines Beweisschemas, Kenntnisse zur Beweisstruktur, Verständnis für eine Beweiskette. **BK** muss in einführenden Modulen der Theoretischen Informatik vermittelt werden. Doch bisher ist Beweisen als solches keine explizit genannte Kompetenz. Beweise in Hausaufgaben werden ohne die Vermittlung dieser Kompetenz gefordert. Das Feedback dazu, ca. eine Woche nach Abgabe, kommt zu spät. Auch gibt es selten Korrekturmöglichkeiten, wodurch der Lernzyklus unterbrochen ist. Studierende benötigen jedoch zeitnahes und individuelles Feedback. In der Informatik liegt es nahe, Software zu nutzen, um solches Feedback für Studierende zu ermöglichen. Softwarewerkzeuge für das Führen von Beweisen werden *Beweisassistenten* genannt. Sie sind zwar nicht für die Lehre konzipiert, doch wurden sie schon zur Lehre von Beweisen verwendet [Kn17, Av19].

¹ Technische Universität Berlin, Sekr. TEL 7-2, Ernst-Reuter-Platz 7, 10587 Berlin, n.karsten@tu-berlin.de, uwe.nestmann@tu-berlin.de <https://orcid.org/0000-0002-8520-5448>

Wir entwickeln ein Seminar, gerichtet an Studierende ab dem zweiten Semester, das die grundlegende **BK** mittels des Beweisassistenten *Isabelle* [NPW02] vermittelt. Dafür verwenden wir eine von uns konzipierte Einführung in *Isabelle*, die schrittweise die Operatoren der Aussagen- und Prädikatenlogik sowie Beweistechniken erklärt (Methodenkompetenz). Begleitend dazu wird der Transfer zwischen Beweisen im Beweisassistenten und Stift- und Papierbeweisen im Seminar thematisiert (Darstellungskompetenz). In einem Lernportfolio der Studierenden wird ihr eigener Lernfortschritt dokumentiert und sichtbar gemacht. Im Portfolio soll eine kritische Auseinandersetzung mit den eigenen Schwierigkeiten in Aufgaben erfolgen sowie Lösungsansätze im Zuge dessen beschrieben und reflektiert werden. Durch die Vorgabe von festen Protokollen sind die Lernportfolios vergleichbar und eine qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring [BB14] ist möglich. Damit und mit einer Beobachtungsstudie während des Kurses werden Probleme der Beweisführung und Wirkung von Beweisassistenten ermittelt. Die Erkenntnisse der Portfolios zusammen mit einem Vor- und Nachtest liefern den tatsächlichen Wissenszuwachs. Die genannten Methoden können mit qualitativen Methoden kombiniert werden (Mixed Methods) [BB14]. Das Konzept des Moduls ist es, zeitnahes Feedback zu ermöglichen, umgesetzt auf drei Ebene: (1) durch den Beweisassistenten über die Korrektheit der Schritte sowie über die Vollständigkeit des Beweises; (2) von den Lehrenden bei Unverständlichkeit von Hinweisen des Beweisassistenten sowie grundlegende Probleme mit der Struktur von Beweisen; (3) anderer Studierender durch *Peer Grading* der Lernportfolios, wobei Studierende durch das Bewerten und Kommentieren anderer Portfolios und vom eigens erhaltenen Feedback profitieren. Dies resultiert in Diskussionen zwischen den Studierenden (Kommunikationskompetenz). Das Seminar vermittelt folglich die grundlegenden **BK**, bis auf die spezifische Fachkompetenz, mit Hilfe eines Beweisassistenten vermittelt.

Literaturverzeichnis

- [Av19] Avigad, J.: Learning Logic and Proof with an Interactive Theorem Prover. Proof Technology in Mathematics Research and Teaching, Springer, S. 277-290, 2019.
- [BB14] Bauer, N.; Blasius, J.: Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung. Springer, 2014.
- [Br14] Brunner, E.: Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen: Grundlagen, Befunde und Konzepte. Springer Spectrum, 2014.
- [FK18] Frede, C.; Knobelsdorf, M.: Explorative Datenanalyse der Studierendenperformance in der Theoretischen Informatik. HDI '18, S. 135-149, 2018.
- [KFK17] Kiehn, F.; Frede, C.; Knobelsdorf, M.: Was macht Theoretische Informatik so schwierig? Ergebnisse einer qualitativen Einzelfallstudie. In (Eibl, M., Gaedke, M., Hrsg.): INFORMATIK 2017. Gesellschaft für Informatik, Bonn, S. 267-278, 2017.
- [Kn17] Knobelsdorf, M.; Frede, C.; Böhne, S.; Kreitz, C.: Theorem Provers as a Learning Tool in Theory of Computation. In: Proceedings of ICER '17. S 83-92, 2017.
- [NPW02] Nipkow, T.; Paulson, L. C.; Wenzel, M.: Isabelle/HOL. LNCS, Band 2283. Springer, 2002.