Neues aus Waterloo: Maple 8

Thomas Richard, Scientific Computers GmbH, Aachen

Seit Ende Juni ist Version 8 von Maple lieferbar. Der Hersteller Waterloo Maple Inc. unterteilt die Neuerungen in *revolutionär* und *evolutionär*; die subjektive Einteilung sei dem Leser überlassen.

Das im Rundbrief Nr. 30 (März 2002) vorgestellte **Maplets**-Paket ist nun im Lieferumfang enthalten. Mit Hilfe von Maplets lassen sich Worksheets mit individuellen grafischen Oberflächen auf Java-Basis ausstatten. Aber auch Bestandteile des gewohnten GUI wurden auf dieser Grundlage neu erstellt bzw. umgestaltet. So wurde aufgrund vielfacher Kundenwünsche eine Rechtschreibprüfung (*Spellchecker*) integriert. Hiermit lässt sich der Textbereich eines Worksheets auf Schreibfehler untersuchen – bisher nur für Englisch, weitere sprach- und anwendungsspezifische Wörterbücher (*Dictionaries*) sind geplant. Ein interaktiver Plot-Builder erlaubt das Einstellen sämtlicher Parameter über ein komfortables Fenster, bevor die eigentliche Grafik – oder auf Wunsch das zugehörige Kommando mitsamt allen erforderlichen Optionen – generiert wird. Dieser Zugang ist realisiert für gewöhnliche 2D-Plots sowie für verschiedene Arten komplexer Funktionsplots. Das *Options*-Menü wurde standardkonform verlagert in den Unterpunkt *Preferences* im *File*-Menü. Wählt man dieses an, so erscheint nun ein Java-basierter Dialog zum Ändern der bekannten Programm-Einstellungen. Schließlich wurde der Installer durch den Java-basierten *InstallAnywhere* der Firma ZeroG Software ersetzt. Unter Unix ist alternativ eine Installation im Textmodus möglich.

Das umfangreichste neue Paket ist **Student[Calculus1]**, welches einen großen Teil der Analysis I durch mächtige Befehle abdeckt, mit denen man Beispiele generieren und grafisch illustrieren kann – seien es das Newton-Verfahren, der Zwischenwertsatz oder grundlegende Integrationstechniken. Für den angesprochenen Nutzerkreis (Oberstufenschüler oder Studenten der ersten Semester) lassen sich typische Aufgaben in Einzelschritte zerlegen, zudem kann Maple auf Wunsch Hinweise geben, einzelne Schritte rückgängig machen und den bisherigen oder auch den gesamten Lösungsweg zusammenfassen. In Kombination mit Maplets sind intuitive Oberflächen möglich; eindrucksvolle Beispiele dazu finden sich im **Maple Application Center** unter `http://www.mapleapps.com`. In künftigen Versionen soll die **Student**-Hierarchie um weitere Unterpakete ergänzt werden, etwa für Lineare Algebra oder Analysis II.

Zwei mathematisch anspruchsvollere „klassische“ Pakete sind **VectorCalculus** und **VariationalCalculus**. Ersteres liefert sehr hilfreiche Routinen zur Vektorrechnung im Sinne mehrdimensionaler Analysis. Neben der augenfälligen Verbesserung der Darstellung von Einheitsvektoren am Bildschirm wurde die Behandlung verschiedener Koordinatensysteme vereinfacht. Einheitliche Handhabung von Skalarprodukt, Kreuzprodukt, Divergenz, Rotation, Gradient usw. bietet leichteren Zugang zur Differentialgeometrie. Eigenschaften von Kurven (Bogenlänge, Krümmungsradius, Torsionsfreiheit usw.) können sehr einfach bestimmt werden. Integration über einfache Gebiete benötigt nun keine geschachtelten **int**-Aufrufe mehr, sondern kommt mit *einem* derartigen Befehl aus. Selbst der Fluss eines Vektorfelds durch eine gegebene Fläche ist leicht ermittelbar. Linienintegrale und Unterstützung bei der Methode der Lagrangeschen Multiplikatoren (für Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen) sind weitere Stichworte. Schließlich ist das Paket um eigene Koordinatensysteme erweiterbar, indem die orthogonalen Einheits-Basisvektoren des jeweiligen Systems angegeben werden. Wie schon **LinearAlgebra** stützt sich **VectorCalculus** auf die leistungsfähigen Datenstrukturen **Matrix** und **Vector** auf Basis der *rtables*. Effizientes Arbeiten mit dünnbesetzten Matrizen ist somit kein Problem.

Insbesondere für Anwender in der Mechanik (aber auch in Optik und Geometrie) dürfte **VariationalCalculus** von Interesse sein, ein Paket zur Variationsrechnung für Funktionale, die von einem reellen Parameter abhängen. Neben der Routine zum Aufstellen der Euler-Lagrangeschen Gleichungen enthält das Paket solche für (auch Jacobische) Bestimmungsgleichungen konjugierter Punkte, zur Bestimmung der Konvexität des Integranden sowie für die Weierstraßsche Exzessfunktion.

Weniger mit Mathematik als mit Programmierung im Allgemeinen beschäftigen sich zwei andere neue Pakete, die schon den Werkzeug-Begriff im Namen führen. Die **LibraryTools** vereinfachen den Umgang mit Maple-Bibliotheken. Erfreulich ist, dass Maple nun mehrere Bibliotheken in einem Verzeichnis anhand ihres Dateinamens unterscheiden kann – bisher durfte es nur **maple.lib** geben. Getrennte Verzeichnisse für Zusatzbibliotheken werden somit entbehrlich. Die **TypeTools** bieten komfortablen Zugriff auf Maples Typensystem, sowohl bei der Inspektion als auch bei der Erweiterung.

Erstmals ist ein numerischer Löser für partielle Differentialgleichungen vorhanden. Berücksichtigt sind Anfangsrandwertprobleme für parabolische und hyperbolische Gleichungen über rechteckigen Gebieten. Auch höhere Ordnungen sowie Systeme können verarbeitet werden. Der Aufruf lehnt sich an das von **dsolve** bekannte Prinzip an, ist jedoch flexibler: das **pdsolve**-Kommando akzeptiert nun die Option **'numeric'**, bei deren Angabe ein Modul generiert wird, welches Routinen für die Ausgabe von Wertelisten, 2D- und 3D-Grafiken und Animationen sowie Parameterabfragen und -setzungen exportiert. Zum Einsatz kommt ein Finite-Differenzen-Schema; die Schrittweite für räumliche und zeitliche Variable sowie einige andere Parameter können vorgegeben werden. Die Randbedingungen können vom Typ Dirichlet, Neumann, Robin oder periodisch sein.

Fast schon Tradition ist die erneute Verbesserung des **dsolve**-Befehls zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen, sowohl in analytischer als auch in numerischer Hinsicht. Diesmal wurde beispielsweise für Gleichungen höherer Ordnung die Methode der integrierenden Faktoren sowie die Symmetrieuntersuchung erweitert.

Der **Spline**-Befehl des in Maple 7 eingeführten **CurveFitting**-Pakets beherrscht neben natürlichen nun auch periodische und 'not-a-knot'-Splines sowie solche mit allgemeineren Bedingungen.

Ein echtes Novum ist das *Conversion Network* zur systematischen Umwandlung elementarer und spezieller Funktionen anhand ihrer Klassifikation (etwa als hypergeometrische Funktionen *0F1*, *1F1*, *2F1*). Hier sind elegante Vorgaben bzgl. der gewünschten Klasse und der Behandlung von Parametern möglich. Die frei verfügbare Entwicklerversion dieses Systems enthält bereits einen *Function Wizard*, der als Ratgeber für derartige Manipulationen angesehen werden kann.

Das Worksheet-Format **MWS** war bisher eine Art Insellösung; nun sind zusätzlich Import und Export als XML-Dateien möglich. Eine zugehörige DTD (*Document Type Definition*) wird mitgeliefert.

Die Systemanforderungen sind gegenüber Maple 7 gleich geblieben, mit wenigen Abweichungen: wegen der großen mitgelieferten Pakete (**ScientificConstants**, **Units**, **Maplets**) und der Java-Laufzeitumgebung JRE hat sich der benötigte Plattenplatz etwa verdoppelt – und bei Linux wird nun auch der Kernel 2.4 offiziell unterstützt. Eine schlechte und eine gute Nachricht für Macintosh-Fans: Maple 8 gibt es nicht für das klassische Mac OS, stattdessen wird derzeit an einer Portierung auf Mac OS X gearbeitet.

Aus Platzgründen kann dieser Artikel nur einige Highlights umreißen. Eine detaillierte deutschsprachige Liste aller Neuerungen findet sich unter `http://www.scientific.de` im Bereich *Computeralgebra / Maple Neue Features*. Daneben sind wieder zahlreiche PowerTools und Hunderte von Beispiel-Anwendungen im **Maple Application Center** erschienen. Der jüngste Zuwachs unter den Web-Resourcen ist das **Student Center** (`http://www.maple4students.com`), wo komprimierte Informationen für Studenten bereit stehen. Kunden mit Wartungsvertrag finden auf **MaplePrimes** (`http://www.mapleprimes.com`) neben aktualisierten PDF-Handbüchern ein brandneues Paket **ScientificErrorAnalysis** zur Behandlung fehlerbehafteter numerischer Größen. Diese setzen sich aus einem *Zentralwert* und einer *Unsicherheit* zusammen, sind also nicht mit der vorhandenen Intervallarithmetik zu verwechseln. Mit diesem Paket wird in natürlicher Weise die **ScientificConstants**-Datenbank ergänzt.

Computeralgebra-Pakete für die Algebraische Geometrie

Stefan Müller-Stach, Essen

Mathematische Software macht es möglich, in algorithmisch zugänglichen Gebieten Berechnungen und sogar Beweise durchzuführen. Auf dem Web kann man eine sehr große Anzahl von Programmen dazu finden. Das gilt insbesondere auch für Teilgebiete der Algebraischen Geometrie.

In diesem Bericht werden Computeralgebra-Pakete für die Algebraische Geometrie vorgestellt und verglichen. Dabei soll ein Computeralgebra-Paket eine Software sein, die mindestens folgende Aufgaben lösen kann:

- Definition von Ringen, Moduln und Homomorphismen
- Berechnung von Standardbasen
- Numerische Invarianten: Hilbertpolynom und Hilbertreihe

Mit diesen drei Voraussetzungen kann ein Algebraischer Geometer schon einige Grundaufgaben erledigen, wie z.B. die Bestimmung der Dimension und des Grades einer durch Gleichungen definierten Varietät. Eine ausgezeichnete Übersicht mit vielen konkreten Beispielen und neueren Ergebnissen ist [1].

General Purpose Systeme

Wir teilen zunächst in General und Special Purpose Systeme ein. Letztere sollten sich durch eine größere Leistungsfähigkeit im jeweiligen Spezialgebiet auszeichnen. Die General Purpose Systeme MAGMA, MAPLE, MATHEMATICA und REDUCE sind leider weder kostenlos erhältlich noch open-source. Sie bieten aber auch viele Möglichkeiten in der Algebraischen Geometrie und sind praktisch auf allen Plattformen bzw. Betriebssystemen verfügbar.

Bei MAGMA fällt besonders die Implementierung von Gröbnerbasen über euklidischen Ringen positiv auf. Darüber hinaus gibt es eigene Geometrie-Module z.B. für Kurven, torische Varietäten und Flächen.

MAGMA	http://magma.maths. usyd.edu.au/magma/
Koeffizienten	$\mathbb{F}_q, \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ und euklidische Ringe
vordef. Ordnungen	lex, glex, grevlex, elim
Besonderheiten	GB über Ringen

Bei algebraischen Geometern sehr beliebt ist MAPLE mit seinen geometrischen Zusatzpaketen SCHUBERT (`http://www.mi.uib.no/schubert/`) und CASA (`http://www.risc.uni-//linz.ac.at/research/software/casa/casa.html`).

Ein solches Paket wird mit dem Kommando `with(Paketname)` geladen. Auf beiden URL und in [1] finden sich Beispiele dazu. Insbesondere kann man Varietäten und Vektorbündel definieren und z.B. enumerative Probleme lösen, indem man Chernzahlen berechnet.

MAPLE	http://www.maple.com
Koeffizienten	$\mathbb{F}_q, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$
vordef. Ordnungen	plex, tdeg, pdeg, lexdeg, matrix, user
Besonderheiten	Pakete Groebner, algcurves, Ore-Algebra, Casa, Schubert

MATHEMATICA ist meiner Beobachtung nach etwas mehr analytisch orientiert, es gibt aber gute Zusatzpakete wie NCALGEBRA (`http://www.ucsd.edu/~ncalg`) für nicht-kommutative Gröbnerbasen.

MATHEMATICA	http://www.wolfram.com
Koeffizienten	$\mathbb{F}_q, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$
vordef. Ordnungen	lex, glex, grevlex
Besonderheiten	Zusatzpakete

:

Auch das Programm REDUCE hat sehr viele für uns relevante Zusatzpakete (CALI, GROEBNER, NCPOLY, REDLOG (enthält CGB), WU, siehe `http://www.uni-koeln.de/REDUCE`):

REDUCE	http://www.uni-koeln.de/REDUCE
Koeffizienten	$\mathbb{F}_q, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$
vordef. Ordnungen	lex, glex, grevlex
Besonderheiten	Lisp, open source, lokale Ordnungen

:

Weitere General Purpose Systeme, die aber nur eingeschränkt für die Algebraische Geometrie geeignet sind:

SYSTEM:	URL	Besonderheiten
AXIOM	http://home.earthlink.net/~jgg964/axiom.html	open source seit Sep. 2002
DERIVE	http://www.derive.com	graphische Darstellung, worksheets
MAXIMA	http://maxima.sourceforge.net	GPL, ehem. MACSYMA
MUPAD	http://www.mupad.de	kostenlose Version verfügbar
TI	http://education.ti.com	für Texas-Instruments-Systeme
YACAS	http://yacas.sourceforge.net	Lisp, open source

Special Purpose Systeme und Libraries

Die drei führenden Pakete sind hier COCOA, MACAULAY 2 (Nachfolger von Macaulay) und SINGULAR. Sie bringen auf bedienungsfreundliche Weise alle Möglichkeiten der kommutativen und (in neuereren Versionen) der nicht-kommutativen Algebra mit und sind auch für fast alle Plattformen und Betriebssysteme erhältlich. Zunächst COCOA:

COCOA	http://cocoa.dima.unige.it
Lizenz/Kosten	Cocoa/frei
Koeffizienten	$\mathbb{F}_q, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$
vordef. Ordnungen	lex, glex, grevlex, elim
Besonderheiten	Ideale von Punkten, viele Skripte

MACAULAY 2 ist der Nachfolger des legendären MACAULAY von Bayer und Stillman, dem ersten System aus den 80er Jahren mit dem man richtig kommutative Algebra betreiben konnte:

MACAULAY 2	http://www.math.uiuc.edu/ Macaulay2
Lizenz/Kosten	GPL/frei
Koeffizienten	$\mathbb{F}_q, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$
vordef. Ordnungen	lex, glex, glex, revlex, elim
Besonderheiten	viele Skripte, D-Moduln

SINGULAR ist eine deutsche Entwicklung, die aus dem Studium von Deformationen von Singularitäten entstanden ist, aber dann zu einem vollständigen Paket wurde:

SINGULAR	http://www.singular.uni-kl.de
Lizenz/Kosten	GPL/frei
Koeffizienten	$\mathbb{F}_q, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$
vordef. Ordnungen	lex, glex, grevlex, neglex, negglex, neggrevlex
Besonderheiten	lokale Ordnungen und algebraische Erweiterungen vordefiniert

Zur Bedienung von COCOA, MACAULAY 2 und SINGULAR verweise ich auf [1], [4], [2] und [3]. In der unten stehenden Tabelle sind noch einige weitere spezialisierte, aber weniger komplette Systeme und Libraries mit teilweise sehr interessanten Besonderheiten aufgeführt. Zuvor noch zwei freie Programme, mit denen man Kurven und Flächen zeichnen lassen kann:

SURF	http://surf.sourceforge.net
GANITH	http://www.symbolicnet.org/systems/ganith.html

SYSTEM:	URL	Besonderheiten
BERGMAN	www.riaca.win.tue.nl/archive/can	nicht-kommutative GB
FELIX	www.informatik.uni-leipzig.de/~compalg/	nicht-kommutative GB, Syzygien
GBNP	www.win.tue.nl/~amc	nicht-kommutativ, GAP-Paket
GINAC	www.ginac.de	C++ Library, GPL
GRB	math.vt.edu/people/green/	Homologie von „path algebras“
FGB	calfor.lip6.fr/~jcf	frei
JPOLYNOM	e-mail: irene.halster@uni-essen.de	Java mit Interface
KAN	www.math.sci.kobe-u.ac.jp/KAN/	GB von D-Moduln
MAS	alice.fmi.uni-passau.de	nicht-kommutative GB, Modula 2
MV-POLY	CPAN (Perl-Archive)	Perl 5 Modul mit Interface
RISA/ASIR	www.labs.fujitsu.com/	Primärzerlegung
GRÖBNER/SACLIB	www.risc.uni-linz.ac.at	C Library

Fazit

Bei den General Purpose Systemen ist MAPLE wegen seiner Bedienungsfreundlichkeit und den hervorragenden Zusatzpaketen zu Recht die erste Wahl. Mich überraschten aber die Fähigkeiten von MAGMA ebenso positiv. Leider ist es auch ein proprietäres Produkt, und Campus-Lizenzen sind nicht sehr verbreitet. Mit Einschränkungen sind auch MATHEMATICA und REDUCE nützlich.

Bei den Special Purpose Systemen sind COCOA, MACAULAY 2 und SINGULAR vergleichbare Spitzenprodukte und extrem hilfreich in der Algebraischen Geometrie, auch wenn man mehr Geometrie und eher weniger kommutative Algebra betreibt. Alle drei sind kostenlos erhältlich und die beiden letzten zeichnen sich zusätzlich durch die GPL-Lizenz aus. KAN ist eine nennenswerte Alternative bei D-Moduln.

Der restliche Zoo von CA-Systemen hat viele positive Überraschungen parat, wie ich selbst beim Recherchieren festgestellt habe, und ich bin nicht einmal sicher, überhaupt alle Systeme gefunden zu haben. Die meisten (aber nicht alle) sind bei CAIN (`http://www.riaca.win.tue.nl/archive/can`) aufgelistet. Hier noch eine Liste von Programmen, mit denen man verwandte Probleme lösen kann:

SYSTEM:	URL	Besonderheiten
KASH/KANT	www.math.tu-berlin.de/~kant	Zahlentheorie, frei
GAP	www.gap-system.org	frei, Gruppentheorie, frei
GSL	www.gnu.org	frei, Library
LIDIA	www.informatik.tu-darmstadt.de/TI/LiDIA	Zahlentheorie, C++ Library
LIE	www.riaca.win.tue.nl/archive/can	Lie-Theorie
SCHOONSHIP	www.riaca.win.tue.nl/archive/can	Math. Physik (Nobelpreis)
SIMATH	emmy.math.uni-sb.de/~simath	Zahlentheorie, frei
PARI/GP	www.parigp-home.de	Zahlentheorie, GPL

Generell fehlen aber bis dato in allen Systemen noch geometrische und topologische Algorithmen in der Algebraischen Geometrie (etwa Bettizahlen von Varietäten). Man würde sich auch eine Fokussierung auf gemeinsame Ziele innerhalb eines offenen Standards (wie z.B. `http://www.openmath.org`) wünschen. Nicht-proprietäre Strukturen fördern die Kommunikation mathematischer Inhalte, außerdem trägt die Offenheit des source codes zur Optimierung der Software bei.

Literatur

[1] Decker, W. und Schreyer, F.-O.: *Computational algebraic geometry today*, in Applications of alge-

braic geometry to coding theory, physics and computation (eds. Ciliberto, Ciro et al.), Proceedings of the NATO advanced research workshop, Eilat, Israel, February 25-March 1, 2001, Kluwer Academic Publishers, NATO Sci. Ser. II **36**, 65-119 (2001).

[2] Eisenbud D., Grayson D., Stillman M. und Sturmfels B.: *Computations in Algebraic Geometry with Macaulay 2,* Springer Verlag (2002).

[3] Greuel G.-M. und Pfister G.: *A Singular Introduction to Commutative Algebra*, Springer Verlag (2002).

[4] Kreuzer M. und Robbiano L.: *Computational Commutative Algebra I,* Springer Verlag (2000).

Computeralgebra in der Schule

„Wie ein Tropfen auf den heißen Stein...“

Hubert Weller, Lahnau

Die Nutzung von Computern und neuen Medien in der Schule wird heute nicht mehr in Frage gestellt. Dabei stellt sich heute nicht mehr die Frage, „ob“ sondern „wie“ die neuen Werkzeuge genutzt werden. Neue Werkzeuge für den Mathematikunterricht sind neben dem Internet insbesondere Computeralgebrasysteme, Dynamische Geometriesoftware und Tabellenkalkulation, diese sind zum Teil heute auch schon verfügbar als „Hand-Held-Technology“ in Form eines Taschencomputers. „Im Hinblick auf die Veränderung von Zielen, Inhalten und Methoden des Unterrichts wird der Computer als Werkzeug in der Hand des Schülers von entscheidender Bedeutung werden. Dabei gehen wir davon aus, dass zukünftig jedem Schüler ein Werkzeug in Form eines Klein- oder Taschencomputers jederzeit an seinem Arbeitsplatz zur Verfügung stehen wird.“ [1]

Unterstützung durch die Kultusministerien Von offizieller Seite wird die Integration der Medien in den Unterricht inzwischen nicht nur unterstützt, sondern sogar ausdrücklich gefordert. Beispiele für diese Initiativen sind e-nitiative in Nordrhein-Westfalen, n21 in Niedersachsen oder schule@zukunft in Hessen. Dabei ist zu beobachten, dass in den Schulen nicht nur die Einrichtung von PC-Räumen gefördert wird, die vielleicht sporadisch im Unterricht genutzt werden können, sondern „in weiterführenden Schulen sind für die Aufgaben der Medienerziehung Computer und ein Internetzugang auch in den einzelnen Klassenräumen sinnvoll.“ (schule@zukunft)

Die Entwicklung wird also in Zukunft dahin gehen, dass die neuen Technologien in jedem Klassenraum ständig verfügbar sein werden. Die Lehrerinnen und Lehrer müssen Kompetenzen erwerben, die einen sinnvollen Einsatz im Unterricht ermöglichen. „Diese Kenntnisse können aber nur dann im Unterricht wirksam werden, wenn sie Bestandteil der didaktischen Kompetenz der Lehrerinnen und Lehrer im Fachunterricht werden.“ (schule@zukunft)

Zukünftige Entwicklung und notwendige Kompetenzen Aber welche Kompetenzen müssen von den Lehrenden entwickelt werden? Diese Frage lässt sich nur beantworten im Zusammenhang mit der Frage: „Welche grundlegenden Inhalte lernen Schüler in der Zukunft mit Hilfe welcher Medien in welchen Organisationsformen?“ [2] Die Ergebnisse einer Delphi-Studie der Cornelsen-Stiftung Lehren und Lernen können durch eigene subjektive Erfahrungen im Unterricht mit neuen Werkzeugen und in der Lehrerbildung in allen drei Phasen (Hochschule, Studienseminar und Lehrerfortbildung) nur bestätigt werden.

Die Arbeit in der Schule Wenn Schülerinnen und Schülern angeboten wird, mit neuen Werkzeugen zu arbeiten, dann nehmen sie das in der Regel gut an. Insbesondere müssen sie die Möglichkeit haben, selbst entscheiden zu können, welches Werkzeug sie für eine bestimmte Problemstellung nutzen wollen. Eine anfangs beobachtbare Neugier („Was kann ich denn alles noch so machen?“) weicht bald einer sachlichen zielgerichteten Nutzung des Werkzeugs zur Bearbeitung eines Problems. Der Unterricht wird in der Regel anspruchsvoller („Früher haben wir mehr gerechnet, heute reden wir mehr über Mathematik.“), die Phasen lehrerzentrierten Unterrichts müssen zugunsten von selbstständigem Arbeiten der Schülerinnen und Schüler reduziert werden. Kalkülfertigkeiten verlieren an Bedeutung, Grundlagen werden wichtiger, insbesondere die Möglichkeit des Experimentierens und realitätsorientierte Fragestellungen machen den Unterricht interessanter. Ein wichtiger Punkt ist aber die ständige Verfügbarkeit der Werkzeuge: die Schülerinnen und Schüler müssen bei der Arbeit in der Schule und zu Hause, bei Klassenarbeiten und