

Oktober 2007

# Computeralgebra

## Rundbrief

GI\_DMV\_GAMM

- ▶ Tagungen der Fachgruppe
- ▶ CAS und Quantendynamik
- ▶ Systeme: Emacs und Maple
- ▶ Schule: CAS-Einsatz in Thüringen





## Inhaltsverzeichnis

<b>Inhalt</b>	3
<b>Impressum</b>	4
<b>Mitteilungen der Sprecher</b>	5
<b>Tagungen der Fachgruppe</b>	8
<b>Themen und Anwendungen der Computeralgebra</b>	11
<i>Visualisierung quantendynamischer Phänomene (B. Thaller)</i>	11
<i>Symbolic field theory with Cadabra (K. Peeters)</i>	16
<b>Neues über Systeme</b>	20
<i>Computeralgebra in Emacs (A. Klein)</i>	20
<i>Neues aus Waterloo: Maple 11 und mehr (T. Richard)</i>	22
<b>Computeralgebra in der Schule</b>	26
<i>Computeralgebrasysteme im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Thüringen</i> <i>(Wolfgang Moldenhauer)</i>	26
<b>Publikationen über Computeralgebra</b>	30
<b>Besprechungen zu Büchern der Computeralgebra</b>	31
<i>Wang, Zheng: Differential Equations with Symbolic Computation (Werner M. Seiler)</i>	31
<b>Berichte von Konferenzen</b>	32
<b>Hinweise auf Konferenzen</b>	37
<b>Kurze Mitteilungen</b>	40
<b>Lehrveranstaltungen zu Computeralgebra im WS 2007/2008</b>	40
<b>Fachgruppenleitung Computeralgebra 2005-2008</b>	43

## Impressum

Der Computeralgebra-Rundbrief wird herausgegeben von der Fachgruppe Computeralgebra der GI, DMV und GAMM (verantwortlicher Redakteur: Dr. Markus Wessler, [wessler@mathematik.uni-kassel.de](mailto:wessler@mathematik.uni-kassel.de)).

Der Computeralgebra-Rundbrief erscheint halbjährlich, Redaktionsschluss 28.02. und 30.09. ISSN 0933-5994. Mitglieder der Fachgruppe Computeralgebra erhalten je ein Exemplar dieses Rundbriefs im Rahmen ihrer Mitgliedschaft. Fachgruppe Computeralgebra im Internet: <http://www.fachgruppe-computeralgebra.de>.

Konferenzankündigungen, Mitteilungen, einzurichtende Links, Manuskripte und Anzeigenwünsche bitte an den verantwortlichen Redakteur.

Die Geschäftsstellen der drei Trägergesellschaften:

**GI** (Gesellschaft für Informatik e.V.)  
Wissenschaftszentrum  
Ahrstr. 45  
53175 Bonn  
Telefon 0228-302-145  
Telefax 0228-302-167  
[gs@gi-ev.de](mailto:gs@gi-ev.de)  
<http://www.gi-ev.de>



**DMV** (Deutsche Mathematiker-Vereinigung e.V.)  
Mohrenstraße 39  
10117 Berlin  
Telefon 030-20377-306  
Telefax 030-20377-307  
[dmv@wias-berlin.de](mailto:dmv@wias-berlin.de)  
<http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/DMV/>



**GAMM** (Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik e.V.)  
Technische Universität Dresden  
Institut für Festkörpermechanik  
01062 Dresden  
Telefon 0351-463-33448  
Telefax 0351-463-37061  
[GAMM@mailbox.tu-dresden.de](mailto:GAMM@mailbox.tu-dresden.de)  
<http://www.gamm-ev.de>



---

## Mitteilungen der Sprecher

---

*Liebe Mitglieder der Fachgruppe Computeralgebra,*

*die Amtszeit der derzeitigen Fachgruppenleitung läuft im Frühjahr 2008 aus. Zur Wahl der neuen Fachgruppenleitung haben Sie mit diesem Rundbrief auch die Wahlunterlagen erhalten. Ausführliche Informationen zum Wahlverfahren und zu den Kandidaten finden Sie weiter unten in dieser Rubrik.*

*Die Fachgruppenleitung traf sich am Samstag, dem 15. September, in Bochum zu ihrer Herbstsitzung. Wieder war die Beteiligung unserer Fachgruppe am Jahr der Mathematik 2008 das zentrale Thema. Unsere diesbezüglichen Aktivitäten wurden nun konkretisiert.*

*Die Fachgruppe plant folgende drei Aktivitäten:*

- *die Fortführung der Tagungsreihe Computeralgebra in Lehre, Ausbildung und Weiterbildung in der Osterwoche im März 2008;*
- *die Herausgabe eines umfangreichen Schul-Sonderhefts des Computeralgebra-Rundbriefs, welches im April 2008 an alle Schulen mit Oberstufe verschickt werden soll;*
- *einen Schülerwettbewerb zum Thema Computeralgebra mit Preisvergabe im Dezember 2008.*

*Die Tagungsreihe Computeralgebra in Lehre, Ausbildung und Weiterbildung findet traditionsgemäß in der Woche nach Ostern statt. Diesmal wird die Tagung vom 26.–29. März 2008 im Landesinstitut für Schule in Soest durchgeführt, <http://www.lfs-nrw.de>. Der ursprünglich angekündigte Tagungs-ort stand nicht mehr zur Verfügung, und wir sind sehr froh über die erfolgreiche Reservierung in Soest, denn dieser Tagungsort ist absolut erste Wahl. Details zum geplanten Programm finden Sie auf S. 38.*

*Das geplante Sonderheft des Computeralgebra-Rundbriefs ist zur Popularisierung des schulischen Mathematikunterrichts gedacht. Neben einer Vorstellung der Fachgruppe und ihrer Themen wird es in dem Sonderheft Berichte über Computeralgebrasysteme und Dynamische Geometrie-Software sowie Berichte über Computeralgebra in der Praxis geben. Ferner sollen wichtige Themen der Computeralgebra in populärwissenschaftlichen Beiträgen vorgestellt werden. Die Fachgruppenleitung unter Federführung unseres Fachexperten „Jahr der Mathematik“ Martin Kreuzer wird im Laufe der nächsten Monate geeignete Autoren anschreiben und die geplanten Artikel einwerben. Schließlich wird in dem Sonderheft der Schülerwettbewerb beworben werden.*

*In diesem Schülerwettbewerb können Schüler oder Gruppen von Schülern Facharbeiten oder andere Ausarbeitungen zu einem Thema der Computeralgebra einreichen. Eine Liste möglicher Themen, die aber nicht exklusiv sein soll, wird von der Fachgruppe im Internet veröffentlicht werden. Die besten fünf Arbeiten werden prämiert und im Rahmen einer öffentlichen Preisverleihung im Dezember 2008 ausgezeichnet.*

*Der vorliegende Rundbrief enthält Berichte zu den Tagungsaktivitäten der Fachgruppe des vergangenen halben Jahrs. Im März fand das Minisymposium zum Thema Computeralgebra und ihre Didaktik auf der Gemeinsamen Jahrestagung der DMV und der GDM, <http://www.dmv-gdm-2007.math.hu-berlin.de>, statt, s. S. 8. Auf dieser Tagung gab es auch die jährliche Mitgliederversammlung der DMV, siehe Abbildung.*

*Ferner organisierten wir die Computeralgebra-Tagung in Kaiserslautern. Auf dieser Tagung verlieh die Fachgruppe zum zweiten Mal einen Preis für den besten Nachwuchsvortrag, der diesmal an Almar Kaid ging, s. hierzu unseren Bericht auf S. 9. Auf der Tagung in Kaiserslautern wurden unsere Aktivitäten zum Jahr der Mathematik in einer Informationsveranstaltung der Fachgruppe ausführlich diskutiert.*



DMV-Präsident Günter M. Ziegler auf der  
DMV-Mitgliederversammlung

*Nun zur Neuwahl der Fachgruppenleitung: Die Fachgruppenleitung hat zwölf Mitglieder, von denen drei von den beteiligten Trägergesellschaften als deren Vertreter bestimmt werden. Die restlichen neun*

Leitungsmitglieder werden von allen Mitgliedern der Fachgruppe gewählt. Die Amtszeit der Fachgruppenleitung beträgt nach unserer Ordnung drei Jahre.

Von den von Ihnen zu dieser Wahl vorgeschlagenen Kollegen haben sich 16 bereit erklärt zu kandidieren. Sie werden Ihnen im Folgenden kurz vorgestellt:

- **Dr. Hans-Gert Gräbe**, 51, wissenschaftlicher Mitarbeiter, apl. Professor am Lehrstuhl „Betriebliche Informationssysteme“ des Instituts für Informatik der Universität Leipzig. Arbeitsgebiete: algorithmische Fragen in Algebra und Geometrie, Softwaretechnik, Wissen in der modernen Gesellschaft. Erfahrungen und Publikationen zur Computeralgebra in Lehre und Ausbildung, jüngste Publikation: *Mathematica 6* (mit M. Kofler), erschienen im August 2007 bei Pearson Studium. Mitorganisator des Mitteldeutschen Computeralgebra-Tags (MCAT), in diesem Jahr 10. MCAT am 12.10.2007 an der BTU Cottbus. In der Computeralgebra aktiv seit 1988.  
<http://www.informatik.uni-leipzig.de/~graebe>
- **Dr. Thomas Hahn**, 36, wissenschaftlicher Mitarbeiter am Max-Planck-Institut für Physik, München. In der Fachgruppenleitung seit 2002 als Fachexperte Physik, Autor der Computeralgebra-Softwarepakete *FeynArts* und *FormCalc* für Rechnungen im Bereich der Teilchenphysik.  
<http://wwwth.mppmu.mpg.de/members/hahn>
- **Prof. Dr. Elkedagmar Heinrich**, 57, Hochschule für Technik, Wirtschaft und Gestaltung Konstanz. DMV-Mitglied. Arbeitsgebiete: Auswirkungen der Computeralgebra auf die Mathematikausbildung sowie die Anwendung von Computeralgebra im Bereich Simulation. Organisation des CA-Symposiums Konstanz 2000, 2003, 2007, lokale Mitorganisation von CASC 2001. Mitglied des Lenkungsausschusses Hochschuldidaktik an Fachhochschulen in Baden-Württemberg, Lehrbücher zu *Mathematica* und *Maple*.
- **Prof. Dr. Hans-Wolfgang Henn**, 60, Lehrstuhl für Didaktik der Sekundarstufe I, Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, FB Mathematik der Universität Dortmund. Arbeitsschwerpunkte: Anwendungsorientierter Mathematikunterricht und Problematik des Computereinsatzes (insbesondere dynamische Geometrie-Systeme und Computeralgebrasysteme im Mathematikunterricht).  
<http://www.wolfgang-henn.de>
- **Prof. Dr. Florian Heß**, 37, Juniorprofessor für Algebra und Zahlentheorie am Institut für Mathematik der Technischen Universität Berlin. Arbeitsgebiete: Algorithmische algebraische Zahlentheorie und Geometrie, speziell algebraische Funktionenkörper, Kurven und Anwendungen auf Kryptographie und Codierungstheorie. Seit 1994 umfangreiche Mitarbeit an den Computeralgebrasystemen *Kash* und *Magma*, ferner Mitwirkung an IEEE und ISO Kryptographiestandards und Organisation des Algorithmic Number Theory Symposiums VII in Berlin.  
<http://www.math.tu-berlin.de/~hess>
- **Prof. Dr. Gregor Kemper**, 44, Professor für algorithmische Algebra an der TU München. Arbeitsgebiete: Invariantentheorie, algorithmische kommutative Algebra, Computeralgebra.  
<http://www-m11.ma.tum.de/~kemper>
- **Prof. Dr. Jürgen Klüners**, 37, Professor für Mathematische Methoden in der Informatik an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf. Arbeitsgebiete: Computeralgebra, Galois- und Zahlentheorie. Mitentwickler der Computeralgebrasysteme *Kant* und *Magma* sowie einer Datenbank für Zahlkörper.  
<http://www.math.uni-duesseldorf.de/~klueners>
- **Prof. Dr. Wolfram Koepf**, 54, Professor für Computational Mathematics an der Universität Kassel. Mitglied der Fachgruppenleitung seit 1996, Referent für Lehre und Didaktik von 1996-2001,

*Sprecher der Fachgruppe seit 2001, 2003-2006 Mitglied des ISSAC Steering Committees. Arbeitsgebiete: Computeralgebra und Computeranalysis, orthogonale Polynome und spezielle Funktionen, Computeralgebra in der mathematischen Lehre, Computeralgebrasysteme Derive, Maple, Mathematica, MuPAD, Reduce.*

<http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf>

- **Prof. Dr. Martin Kreuzer**, 45, Universitätsprofessor, Lehrstuhl für Symbolic Computation, Fakultät für Informatik und Mathematik, Universität Passau. Arbeitsgebiete: Computeralgebra, insbesondere Gröbnerbasen und Randbasen, industrielle Anwendungen der Computeralgebra, algebraische Kryptographie, algebraische Geometrie. Leiter des Entwicklerteams des Computeralgebrapakets ApCoCoA. Leiter des Industrieprojekts „Algebraic Oil“.  
<http://staff.fim.uni-passau.de/~kreuzer/>
- **Prof. Dr. Gunter Malle**, 47, Professor für Algebra an der TU Kaiserslautern. Arbeitsgebiete: computergestützte und experimentelle Mathematik, insbesondere Gruppen- und Darstellungstheorie, konstruktive Galoistheorie und Invariantentheorie. Mitautor des Chevie-Pakets sowie von Datenbanken zu Gruppendarstellungen, Galoiserweiterungen und Invariantenringen.  
<http://www.mathematik.uni-kl.de/~malle>
- **Prof. Dr. Bernd Martin**, 57, Professor, Lehrstuhl Algebra und Geometrie an der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus. Arbeitsgebiete: Singularitätentheorie, Computeralgebra in der algebraischen Geometrie, Deformationen und Modulräume, deren Berechnung mit Singular.  
<http://www.math.tu-cottbus.de/INSTITUT/linalg>
- **StD Dr. Jörg Meyer**, 55, Dipl.-Math., Schuldienst seit 1981, seit 1992 Fachleiter für Mathematik am Studienseminar Hameln, seit 1999 Lehrauftrag für Didaktik der Mathematik an der Universität Hannover, seit ca. 1998 Schulbuchautor (MatheNetz). Frühzeitige Unterrichtserfahrung mit CAS (Derive und TI-92) bis einschließlich Abitur. Veröffentlichungen z. T. auch bzgl. MuPAD.  
<http://www.nibis.ni.schule.de/~sts-hm/mathe/JM>
- **Dr. Reinhard Oldenburg**, 40, Studium der Mathematik in Frankfurt (Main), Promotion in Mathematik in Göttingen, Lehramtsstudium für Mathematik, Physik und Informatik, 6 Jahre Lehrer, seit 2006 Professor für Mathematik mit Schwerpunkt Informatik an der Pädagogischen Hochschule Heidelberg; Entwicklung des computeralgebra-basierten dynamischen Geometrieprogramms Felix.  
<http://www.ph-heidelberg.de/wp/oldenbur/>
- **Dr. Hans Schönemann**, 44, wissenschaftlicher Assistent an der TU Kaiserslautern. Arbeitsgebiete: Computeralgebra in der algebraischen Geometrie, Gröbnerbasen und verwandte Algorithmen, Gröbnerbasen für nichtkommutative Algebren, Integration verschiedener CAS-Instanzen; Mitautor des CAS Singular.  
<http://www.mathematik.uni-kl.de/~hannes>
- **Dr. Markus Wessler**, 38, wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Fakultät für Betriebswirtschaft (Lehrstuhlnachfolge Finanzmathematik) der Fachhochschule München. CAS-Erfahrung an Schule (Gymnasial- und FOS-Lehrer in München 2005-2007), Hochschule (wissenschaftlicher Assistent an der Universität Kassel, Arbeitsgruppe Computational Mathematics 2000-2005) und Wirtschaft (Projektleiter bei Wirtschaftskooperationen des IEM in Essen 1998-2000). Seit 2001 Redakteur des Rundbriefs Computeralgebra.
- **Prof. Dr. Eva Zerz**, 40, Professorin für Algebra am Lehrstuhl D für Mathematik der RWTH Aachen. Arbeitsgebiete: mathematische Kontrolltheorie, algebraische Systemtheorie, Netzwerktheorie, Anwendungen von computeralgebraischen Methoden, insbesondere Gröbnerbasen, in diesen Gebieten, z. B. Singular Control Library.  
<http://www.math.rwth-aachen.de/~Eva.Zerz>



Die Wahlleitung für diese Wahl haben die Herren Matzat sowie Grabmeier übernommen.

Bitte kreuzen Sie auf dem Stimmzettel bis zu neun Namen an und senden ihn im verschlossenen Wahlumschlag zusammen mit der unterschriebenen „Versicherung zur Briefwahl“ im beigefügten Rücksendeumschlag bis zum

### **Freitag, 16. November 2007, Eingang beim Wahlleiter !**

an den Wahlleiter der Fachgruppe Computeralgebra, Prof. Dr. Matzat, IWR – Universität Heidelberg, Im Neuenheimer Feld 368, 69120 Heidelberg, zurück. Bitte machen Sie von Ihrer Wahlmöglichkeit Gebrauch.

Die konstituierende Sitzung der neuen Fachgruppenleitung wird am Samstag, dem 9. Februar 2008, in Kassel stattfinden.

Wir hoffen, Sie mit dem vorliegenden Heft wieder gut zu informieren.

Wolfram Koepf

Gerhard Hiji

---

## **Tagungen der Fachgruppe**

---

### **Computeralgebra und ihre Didaktik – Minisymposium der Fachgruppe bei der gemeinsamen Jahrestagung von DMV und GDM, 26. – 27.03.2007, Humboldt-Universität zu Berlin**

Vom 25. bis zum 30. April 2007 hat an der Humboldt-Universität zu Berlin die erste gemeinsame Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik stattgefunden. Das wissenschaftliche Programm war weitgehend in Form von Minisymposien organisiert. Von unserer Fachgruppe wurde das Minisymposium D02: „Computeralgebra und ihre Didaktik“ angeboten.

In den Vorträgen dieses Minisymposiums wurde aus verschiedener Sicht der Frage nachgegangen, welchen Einfluss CA-Werkzeuge für den Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen und für die Anfängerausbildung an den Universitäten und Hochschulen haben können und sollen. An zwei Nachmittagen wurden jeweils vier Vorträge gehalten (der Vortrag von Herrn Knechtel musste leider krankheitshalber ausfallen). Am Ende jedes Nachmittags schloss sich jeweils eine sehr interessante und ergiebige Diskussion zwischen Referenten und Zuhörern an. Die Bilder zeigen einige Teilnehmer an diesen Diskussionen.

Am Montag fanden die folgenden vier Vorträge statt: *Computeralgebra in der universitären Lehre* (Prof. Dr. Wolfram Koepf, Universität Kassel), *Computeralgebrasysteme (CAS) und Mathematik-Curriculum an Universitäten* (Dr. Csaba Sarvari, Universität Pécs, Ungarn), *Kann der Einsatz von CAS die Ausbildung am Seminar bereichern?* (StD Christof Höger, Staatliches Seminar für Didaktik und Lehrerbildung (Gym) Heidelberg, Moll-Gymnasium Mannheim) sowie *Wie nehmen zukünftige Lehrpersonen das Thema Computer als Me-*

*dium für den Mathematikunterricht auf?* (Dr. Bärbel Barzel, Universität Duisburg-Essen).



Am Dienstag fanden die folgenden vier Vorträge statt: *Prüfungen mit Computeralgebrasystemen* (Dr. Gilbert Greefrath, Universität Wuppertal, Bischöfliche Friedensschule Münster), *CAS und DGS im Dialog – und: Wieviel CAS braucht der Mensch?* (Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp, PH Schwäbisch-Gmünd), *Was wissen Schüler über CAS? – Was sollten und könnten sie darüber wissen?* (Prof. Dr. Reinhard Oldenburg, PH Heidelberg) sowie *Mit CAS zum Abitur* (Dr. Andreas Pallack, Landesinstitut für Schule des Landes NRW, Soest).





Kurzfassungen der einzelnen Vorträge sind im Rundbrief Nr. 40 auf den Seiten 6 und 7 abgedruckt. Längere Vier-Seiten-Fassungen der Vorträge werden über die Beiträge zum Mathematikunterricht 2007 (Franzbecker-Verlag Hildesheim) verfügbar sein.

Die Ausschreibung des Minisymposiums beschreibt seine Zielsetzung: In vielen Bundesländern sind schon heute grafikfähige Taschenrechner verpflichtend eingeführt. Der Einsatz von Computeralgebra (in Form von CAS-Taschenrechnern oder von Computeralgebra-systemen auf PCs) ist in allen Bundesländern, zumindest auf freiwilliger Basis, zum Teil schon in zentralen Prüfungen möglich. Die Tendenz der Nutzung ist stark ansteigend. Es bestand bei allen Beteiligten Konsens über die Bedeutung von CAS in Schule und Ausbildung. Gemeinsame Basis für den Einsatz von Computeralgebra stellen die von Heinrich Winter formulierten Grunderfahrungen dar (Winter, 1995/2003). Der Einsatz neuer Technologien wie eines CAS ist für alle drei Grunderfahrungen gleichermaßen bedeutsam und hilfreich.

Zum einen ist ein CAS ein leistungsfähiges Werkzeug zur Unterstützung von Modellbildungen und Simulationen, also der ersten Grunderfahrung, zum anderen kann ein CAS – vor allem durch dynamische Visualisierungen – den Aufbau adäquater Grundvorstellungen mathematischer Begriffe und Ergebnisse positiv beeinflussen, was die zweite Grunderfahrung betrifft, und schließlich beflügelt der Computer durch die Möglichkeit heuristisch-experimentellen Arbeitens beim Problemlösen die dritte Grunderfahrung.

Es wurden einige sich deutlich abzeichnende Problembereiche diskutiert, denen u. A. in der am Ende dieses Beitrags erwähnten Tagung nachgegangen werden soll, insbesondere:

- Die derzeitige Umstellung auf das BA/MA-System auch bei Lehramtsstudiengängen führt zu einer Verlängerung der Ausbildungszeiten, einer politisch gewollten „Entwissenschaftlichung“, einer Stärkung des erziehungswissenschaftlichen Studienanteils auf Kosten der fachmathematischen und fachdidaktischen Ausbildung. Insbesondere hat der Anteil von Computeralgebra in der Ausbildung fallende Tendenz.
- Es gibt einen Mangel an Aufgaben, die den Mehrwert von Computeralgebra zeigen. Dort, wo schon zentrale Prüfungen mit Computeralgebra durchgeführt werden, scheinen eher die alten Aufgaben mit dem neuen Werkzeug abgearbeitet zu werden. Die bekannte sinnentstellte Kurvendiskussion wird manchmal durch die nicht minder sinnentstellte Anwendung von CA-Befehlen ersetzt. Beispielsweise werden die inhaltlichen Aspekte von Regression zur unverstandenen Anwendung des Fit-Befehls degeneriert.
- Der Einsatz von CAS in zentralen Prüfungen führt in allen Bundesländern zu Diskussionen, welche Geräte zugelassen werden sollen. Jedoch ist schon

heute die Unterscheidung zwischen GTR und CAS praktisch nicht mehr möglich. Beispielsweise gibt es die beiden neuen Rechner TI-Nspire und TI-Nspire CAS. Beide sind im Prinzip identisch, haben dieselbe Funktionalität bezüglich Tabellenkalkulation, dynamischer Geometrie usw., jedoch nur der eine „kann“ auch Computeralgebra. Vermutlich sind beide Geräte mit demselben Prozessortyp ausgestattet.

- „Prüfung als Abbild des Unterrichts“ mit der Forderung, dass in Unterricht und Prüfung die gleiche Technik zur Verfügung stehen muss, ist nur an der Schule und dort nur im Fach Mathematik ausgeprägt. Von Kollegen, die in ihren Bundesländern u. A. für zentrale Prüfungen verantwortlich sind, wurde die Wichtigkeit des CAS-Einsatzes betont, aber die Frage gestellt, wieso auch in zentralen Prüfungen notwendig ein CAS zugelassen werden muss.

Der Thematik des Minisymposiums wird auch in den in zweijährigem Turnus stattfindenden Tagungen „Computeralgebra in Lehre, Ausbildung und Weiterbildung“ nachgegangen. Diese Tagungen werden von der Fachgruppe Computeralgebra organisiert. Die sechste Tagung der Reihe wird vom 26. – 29. April 2008 in der Akademie in Soest stattfinden (nähere Informationen sind in diesem Rundbrief auf S. 38 verfügbar).

Hans-Wolfgang Henn (Dortmund)

### **Computeralgebra-Tagung 2007, 29. – 31.05.2007, Universität Kaiserslautern**

An der diesjährigen Tagung der Fachgruppe Computeralgebra, die vom 29.05. bis zum 31.05. an der Universität Kaiserslautern stattfand, nahmen 49 Personen teil. Wie auf den beiden vorherigen Tagungen wurde über die neuesten Forschungsergebnisse im Bereich der Computeralgebra berichtet. Die Vorträge waren aufgeteilt in fünf Hauptvorträge und 18 halbstündige Vorträge, die hauptsächlich von jüngeren Nachwuchswissenschaftlern gehalten wurden. Unter diesen Nachwuchswissenschaftlern wurde ein mit 500 € dotierter Nachwuchspreis vergeben, der dieses Jahr an Almar Kaid von der University of Sheffield verliehen wurde. Sein Vortrag über die „Algorithmische Bestimmung der Semistabilität und starken Semistabilität von Vektorbündeln auf Kurven“ überzeugte die Fachgruppenleitung.

Die fünf Hauptvorträge hielten Felix Ulmer („Berechnung liouvillescher Lösungen linearer Differentialgleichungen“), Gebhard Böckle („Darmons Vermutungen zu Heegner-Punkten“), Wolfram Koepf („Potenzreihen und Summation in der Computeralgebra“), Felix Noeske, der Preisträger der letzten Tagung, („Ein Streifzug durch die rechnergestützte Darstellungstheorie“) und Gregor Kemper („Neues aus der algorithmischen Invariantentheorie“).

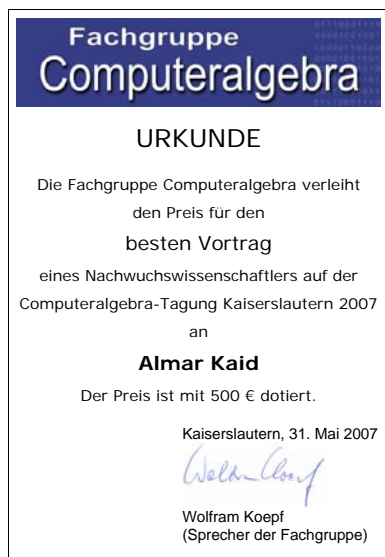
Im Rahmenprogramm wurde u. A. die Fachgruppe Computeralgebra vorgestellt und in großer Runde über Beiträge der Fachgruppe zum anstehenden Jahr der Mathematik diskutiert. Des Weiteren fand am Abend des zweiten Tages ein gemeinsames Abendessen statt.

Im Tagungszentrum wurde an einigen Ständen von Maplesoft, Wolfram Research (Mathematica) und Texas Instruments auf die neuesten Produkte im Bereich der Computeralgebrasysteme aufmerksam gemacht. In einem weiteren Vortrag wurde die neue Version 6.0 von Mathematica vorgestellt. Dabei wurden einige der neuen Features von Mathematica anhand zahlreicher Beispiele demonstriert.

Die weiteren Vorträge im Überblick: *Schiefsymmetrische Hierarchien nicht-linearer Differentialgleichungen* (Kai Gehrs), *Berechnungen in*



Verleihung des Nachwuchspreises



*relativen algebraischen K-Gruppen* (Werner Bley), *An Algebraic Approach to the Qualitative Study of Differential Equations* (Elena Naidenova), *Algorithmische Darstellung einer algebraischen Kurve und schnelle Algorithmen für ihre Picardgruppe* (Kamal Khuri-Makdisi), *Konstruktion und Klassifizierung von Funktionenkörpern unter Verwendung formaler Potenzreihen* (José Méndez), *Algorithmische Methoden für Divisionsalgebren* (Timo Hanke), *Combined Methods of Computer Algebra and Theorem Proving for Analysing Discrete-Continuous Systems* (André Platzer), *Zur Analyse eines Index-Calculus-Algorithmus für ebene Kurven kleinen Grades* (Claus Diem), *Zum modularen Isomorphieproblem* (Bettina Eick), *Algorithmen für q-holomome Funktionen und q-hypergeometrische Potenzreihen* (Torsten Sprenger), *Algorithmen für elliptische Kurven und ihre Implementierung in Derive* (Johann Wiesenbauer), *Algorithms for the Computation of Formal Fourier Series* (Etienne Nana Chiadjeu), *Deformationen von Randbasen* (Martin Kreuzer), *Berechnung von beschränkten Teilkomplexen konvexer Polyeder* (Michael Joswig), *Standard Bases over Rings with Zero Divisors* (Oliver Wienand),  *$\theta$ -zyklische lineare Codes* (Felix Ulmer).

Auf der Homepage der Tagung (<http://www.mathematik.uni-kl.de/~malle/CA2007/ca2007.htm>) finden Sie weitere Informationen wie

z. B. die Teilnehmerliste, das komplette Tagungsprogramm und Zusammenfassungen der Hauptvorträge.

Torsten Sprenger (Kassel)





## Visualisierung quantendynamischer Phänomene

B. Thaller (Graz)

bernd.thaller@uni-graz.at



### Zusammenfassung

„Visual Quantum Mechanics“ ist eine Sammlung computererzeugter Filme von quantenmechanischen Prozessen. Die Animationen wurden mit *Mathematica* hergestellt und werden zusammen mit dem Programmcode als Begleitmaterial zu Lehrbüchern verteilt. Die speziellen Vorteile von *Mathematica* liegen darin, dass sowohl numerische als auch symbolische Rechnungen die Grundlage der Visualisierungen bilden können und dass zahlreiche Visualisierungsmethoden bereits eingebaut sind. Speziell für Visual Quantum Mechanics entwickelte *Mathematica*-Packages lösen die Schrödinger- oder Dirac-Gleichung und visualisieren die Lösungen auf innovative Weise. Dies ist speziell für pädagogische Zwecke besonders lohnend, da im Bereich der Einteilchen-Quantenmechanik visuelle Repräsentationen ausschließlich durch Verfahren der Computergrafik gewonnen werden können. In diesem Bereich zielt das Projekt darauf ab, ein intuitives Verständnis des Verhaltens quantenmechanischer Wellenfunktionen zu vermitteln, wie es durch das Studium der Theorie auf konventionelle Weise nur schwer zu erlangen ist. Wir präsentieren einige Beispiele mit verschiedenen Typen von Visualisierungen, die auch fortgeschrittenen Studierenden und WissenschaftlerInnen neue Einsichten bieten.

Normalerweise studiert man (theoretische) Quantenmechanik, indem man das theoretische Gerüst lernt und dann mit viel Rechenkunst einige exakte Lösungen der Schrödingergleichung analysiert. Die Anschauung bleibt dabei auf der Strecke und kann nur nach langjähriger Praxis nach und nach erworben werden. Die in anderen Teilgebieten der Physik und angewandten Mathematik selbstverständliche vorwissenschaftliche Erfahrung fehlt hier vollständig. Das vergrößert natürlich die Schwierigkeiten bei der Beurteilung, ob die durch Rechnung erhaltene Lösung wenigstens qualitativ richtig ist.

Außerdem macht es die Form einer (analytisch oder numerisch) erhaltenen Lösung oft schwer, daraus qualitative und quantitative Aussagen abzuleiten. So zeigt Abb. 1 eine Visualisierung der Funktion

$$\psi(x, t) = \sum_{n=\pm 1, \pm 3, \dots} \frac{\sin n}{n} \exp(in\pi(x - nt)),$$

wobei  $x$  die horizontale Koordinate und  $t$  die vertikale Koordinate ist. Erst die Visualisierung motiviert uns, in dem an sich einfachen mathematischen Ausdruck nach der komplizierten (fraktalen) Struktur zu suchen, die in der Abbildung offenbar wird. Ansonsten hätte man bei der Analyse des Rechenausdrucks womöglich gar keine Idee, wonach man eigentlich Ausschau halten sollte. Offenbar kann die Visualisierung dabei helfen, auf

andere Weise unbemerkt gebliebene Eigenschaften von mathematischen Ausdrücken zu erkennen und Vermutungen über mathematische Zusammenhänge aufzustellen.

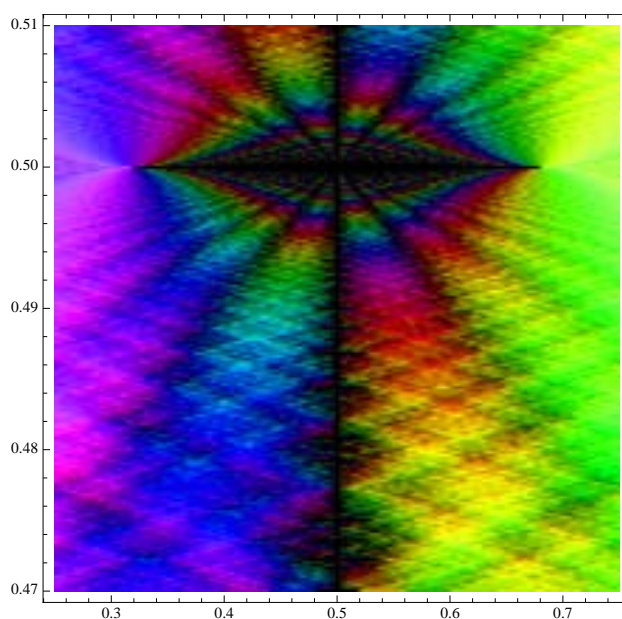


Abb. 1

Einfache mathematische Ausdrücke können komplizierte Strukturen beschreiben

Ausdrücke dieser Art treten in der Quantenmechanik bei der Lösung der Schrödingergleichung auf eindimensionalen Intervallen auf. Aufgrund ihrer visuellen Eigenschaften sind sie als „Quantenteppiche“ (quantum carpets) bekannt geworden [1].

In der Quantenmechanik ist das Visualisieren aus mehreren Gründen ein sehr interessantes Unterfangen. Der Zusammenhang zwischen mathematischen Objekten und der physikalischen Wirklichkeit ist hier nämlich sehr indirekt und kann nur durch relativ komplizierte Interpretationsregeln erschlossen werden. Die Computergrafik bildet im Grunde die einzige Möglichkeit, visuelle Repräsentationen physikalischer Sachverhalte zu bekommen, und ihre Betrachtung erfordert zum vollen Verständnis bereits die Kenntnis der Interpretationsregeln.

Wir sehen das bereits in einer sehr einfachen Situation, der Bewegung eines einzelnen punktförmigen strukturellen Teilchens unter dem Einfluss gegebener Kräfte oder Randbedingungen. Diese Situation wird durch die Schrödingergleichung

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = -\frac{1}{2} \Delta \psi(x, t) + V(x) \psi(x, t)$$

beschrieben. Die Gleichung hat oszillatorische komplexwertige Lösungen, sogenannte Wellenfunktionen. Die Interpretationsregeln, die die Verbindung zwischen dem mathematischen Ausdruck und der experimentellen Realität herstellen, sind die folgenden: Das Quadrat des Absolutbetrags der Wellenfunktion  $\psi$  beschreibt zu jeder Zeit  $t$  die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Position des Teilchens; die Fouriertransformierte der Wellenfunktion beschreibt auf gleiche Weise die zufällige Verteilung der Impulse des Teilchens.

Eine Wellenfunktion hat also einen Realteil und einen Imaginärteil und die historisch ersten Visualisierungsmethoden haben diese beiden reellwertigen Funktionen separat dargestellt. Leider haben weder Real- noch Imaginärteil für sich genommen eine physikalische Bedeutung und die so entstandenen Visualisierungen sind nur eingeschränkt brauchbar. In diesem Artikel zeigen wir einige Resultate des Projektes „Visual Quantum Mechanics“, das es sich zum Ziel gemacht hat, intuitiv-anschauliche Visualisierungsmethoden für quantenmechanische Probleme zu entwickeln und für Forschung und Unterricht nutzbar zu machen. Die Beispiele stammen aus zwei Lehrbüchern [2, 3], die von mehreren hundert *Mathematica*-erzeugten Videoclips begleitet werden und einen „visuellen“ Zugang zur Quantenmechanik versuchen. Weitere Informationen hierzu finden sich auf der Projekthomepage [5].

Da quantenmechanische Wellenfunktionen komplexwertige Funktionen sind, ist ein wichtiger Aspekt des Projektes die Verwendung von neuen Methoden für die Visualisierung komplexwertiger Funktionen. Mehrere *Mathematica*-Packages wurden speziell für diesen Zweck entwickelt und sind unabhängig von der Quantenmechanik auch zur Visualisierung komplexer analytischer Funktionen nützlich. Die Packages wurden ur-

sprünglich für *Mathematica* Version 5.2 erzeugt, wurden aber mittlerweile an die aktuelle Version 6 angepasst. Sie können von der Projekthomepage heruntergeladen werden.

Die Methode zur Visualisierung komplexer Funktionen beruht wesentlich auf der Verwendung von Farben zur Darstellung der komplexen Phase [4]. Farben können durch eine Intensität (Helligkeit/Sättigung) und einen Farbton dargestellt werden. Wie die Phase einer komplexen Zahl kann der Farbton als eine periodische Größe interpretiert werden. Daher stellt man üblicherweise die möglichen Farbtöne in einem Kreis angeordnet dar. Dabei werden die additiven Grundfarben Rot, Grün und Blau den Winkeln  $0$ ,  $2\pi/3$ , und  $-2\pi/3$  zugeordnet. Deren Komplementärfarben Blaugrün, Purpur und Gelb befinden sich am Farbkreis gegenüber.

Einen vollständigen Farbcode für komplexe Zahlen erhält man, wenn man neben dem Farbton noch eine zweite Eigenschaft, zum Beispiel die Helligkeit, für die Darstellung des Absolutbetrages verwendet. Eine Möglichkeit ist in Abb. 2 dargestellt.

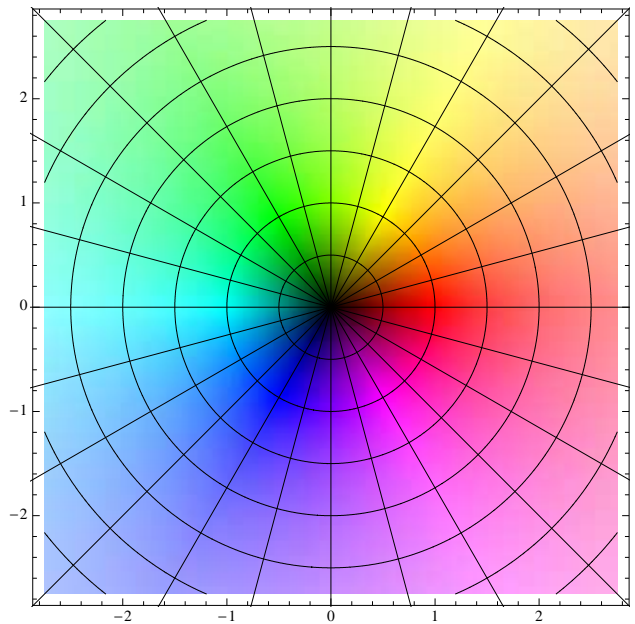


Abb. 2  
Ein Farbcode für komplexe Zahlen

Wir erhalten nun sofort eine anschauliche Methode, komplexwertige Funktionen  $f$  darzustellen, indem wir jeden Punkt  $z$  der komplexen Ebene mit der Farbe einfärben, die durch den Funktionswert  $f(z)$  gegeben ist.

Abb. 3 zeigt die Funktion

$$f(z) = 1/(1+z)^2 + 1/(1-z).$$

Wir erkennen die Pole als weiße Stellen bei  $(\pm 1, 0)$  und zwei Nullstellen als schwarze Stellen bei  $(-1/2, \pm\sqrt{7}/2)$ . Nullstellen oder Pole erster Ordnung erkennt man daran, dass alle Farben genau einmal vorkommen, wenn man sie auf einer Kurve umkreist, die keine weiteren Nullstellen oder Pole einschließt. Bei

dem Pol zweiter Ordnung (auf der  $x$ -Achse bei  $x = -1$ ) kommen alle Farben zweimal vor.

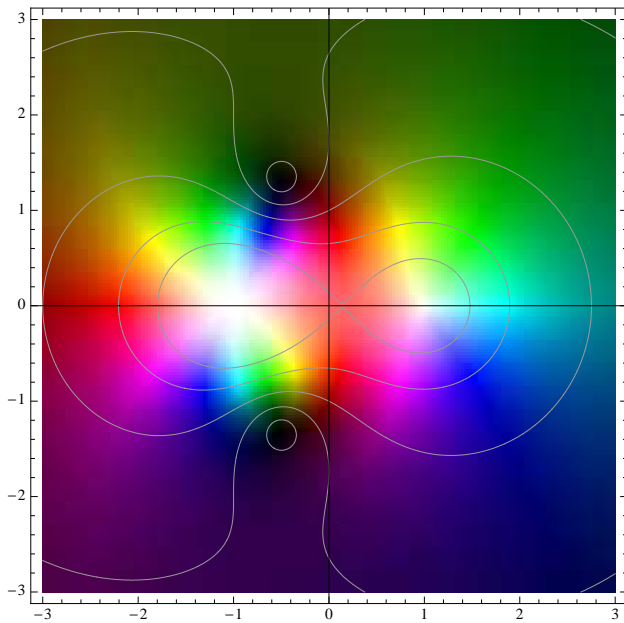


Abb. 3

Eine Funktion mit zwei Polen und zwei Nullstellen

Für die Quantenmechanik interessanter ist die in Abb. 4 gezeigte komplexwertige Gaußfunktion  $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}/2)$ , definiert für  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ , die ein ungefähr am Koordinatenursprung lokalisiertes Teilchen beschreibt, das ungefähr den Impuls  $\mathbf{k} = (6, 4)$  hat. (Der Impuls ist übrigens an der durchschnittlichen Wellenlänge, also dem Abstand gleichfarbiger Streifen, ablesbar – je höher der Impuls, desto kleiner die Wellenlänge).

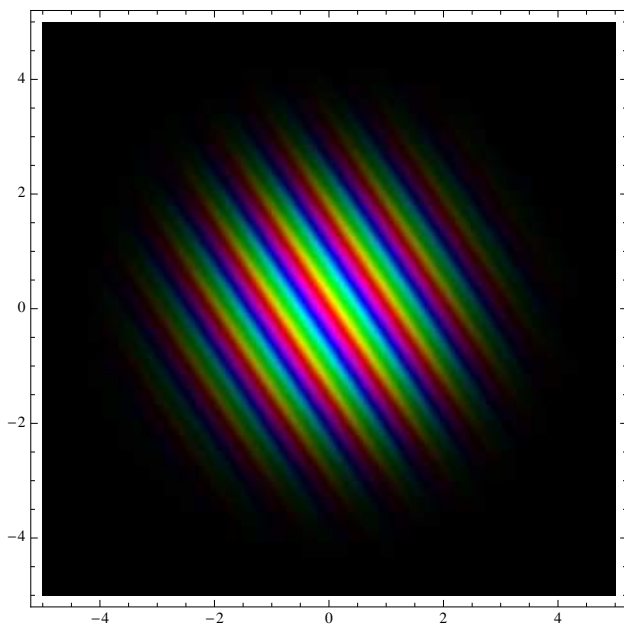


Abb. 4

Eine Gaußfunktion beschreibt in der Quantenmechanik ein Teilchen, das in Orts- und Impulsraum approximativ lokalisiert ist

Diese Grafiken wurden alle mit den *Mathematica*-Packages zu Visual Quantum Mechanics erzeugt. Mit

deren Hilfe erzeugt man eine Visualisierung einer komplexwertigen Funktion  $f$  zweier reeller Variablen  $x$  und  $y$  einfach durch den Befehl

```
QComplexDensityPlot[f[x,y],
  {x,-5,5},{y,-5,5}]
```

oder durch das entsprechende *ContourPlot*-Analogon. Diese Befehle funktionieren ähnlich wie die entsprechenden *Mathematica*-Plot-Funktionen für reellwertige Funktionen, und akzeptieren deren Optionen und einige weitere, die spezifisch für die Farabbildung sind.

Ein wichtiger Vorteil des Computeralgebrasystems ist die parallele Verfügbarkeit von Visualisierung, numerischen Repräsentationen und algebraischer Darstellung. Man erhält ebenso leicht Visualisierungen für exakte Lösungen, die durch geschlossene mathematische Ausdrücke angegeben werden, wie für Lösungen, die durch numerische Verfahren gewonnen werden. Visual Quantum Mechanics enthält daher auch Packages zur numerischen Lösung der Schrödingergleichung. Ein Beispiel für eine damit berechnete Lösung gibt die Abb. 5, die zwei Bilder einer Animation zeigt, die das Eindringen einer anfänglich gaußförmigen Wellenfunktion in eine periodische Struktur (einen Kristall) darstellt.

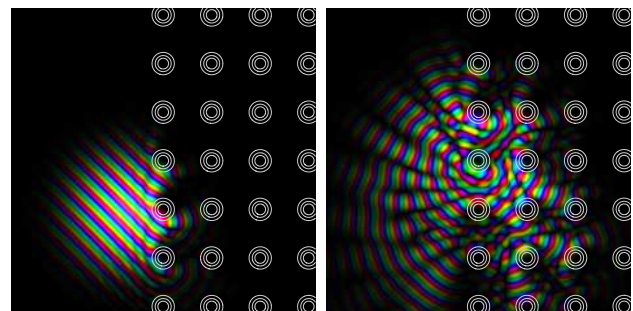


Abb. 5

Ein quantenmechanisches Wellenpaket dringt in einen Kristall ein

Im Falle dreidimensionaler Visualisierungen gelangt man mit *Mathematica* rasch an die Kapazitätsgrenzen des Computers, wenn sehr große Datenmengen etwa durch transparente Isoflächen dargestellt werden sollen. Hier verwendet Visual Quantum Mechanics OpenGL-basierte Techniken zur Visualisierung, *Mathematica* spielt aber bei der Berechnung und Bereitstellung des Datenmaterials eine große Rolle. Ein Beispiel für die Visualisierung von *Mathematica*-generierten, komplexwertigen dreidimensionalen Daten mit dem Freeware-Programm „QuantumGL“ zeigt die Abb. 6. Hier wurden Konturflächen der Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte mit der Phaseninformation der komplexwertigen Wellenfunktion eingefärbt. Bei Bedarf können diese Darstellungen mit farbigen Dichteplots kombiniert werden, um den Eindruck scharfbegrenzter Figuren zu verwischen.



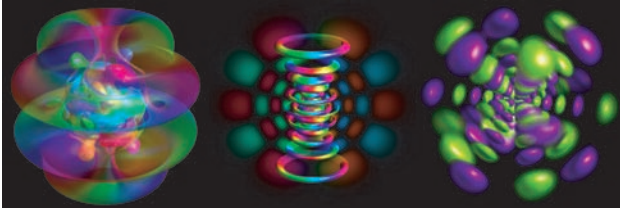


Abb. 6  
Open-GL-Visualisierung von Wellenfunktionen des Wasserstoff-Atoms

Die Quantenmechanik stellt uns vor zahlreiche nichttriviale Visualisierungsaufgaben, eine davon sei beispielhaft etwas genauer betrachtet. Ein Grund für Probleme ist die hohe Dimensionalität der Daten, die sogar schon bei Einteilchenproblemen dazu führt, dass der Informationsgehalt der Wellenfunktion nicht mehr vollständig dargestellt werden kann. Beispielsweise ist die (spinorielle) Wellenfunktion eines relativistischen Teilchens ein  $\mathbb{C}^4$ -Vektorfeld, wird also durch vier komplexe Zahlen an jedem Raum-Zeitpunkt gegeben. In der nichtrelativistischen Quantenmechanik werden Teilchen mit Spin üblicherweise durch zweikomponentige Wellenfunktionen beschrieben, also immerhin noch durch zwei komplexe Zahlen an jedem Raum-Zeitpunkt.

In der Quantenmechanik sind Ort und Spin zwar kompatible Observable, die (im Prinzip) gleichzeitig messbar sind, wegen der Nichtkommutativität der Spin-komponenten ist die Situation aber komplizierter und eine anschauliche Darstellung des Spins schwierig. Immerhin ist es möglich, aus den  $\mathbb{C}^2$ -Daten eines nichtrelativistischen Spinorfeldes ein dreidimensionales Vektorfeld zu extrahieren, das die wesentliche physikalische Information über den Spin enthält, nämlich seine Richtung an jedem Ort des betrachteten Gebiets. Wir bezeichnen mit  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  die drei Paulimatrizen. Für einen beliebigen Spinor  $\phi \in \mathbb{C}^2$  definiert man den Vektor  $s = \langle \phi, \sigma \phi \rangle \in \mathbb{R}^3$ , wobei  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  das gewöhnliche Skalarprodukt in  $\mathbb{C}^2$  ist. Die Länge des Vektors  $s$  ist das Quadrat der Norm von  $\phi$ , der Einheitsvektor in Richtung von  $s$  markiert die Spin-Richtung von  $\phi$ . (Das klassische Analogon der Spin-Observablen ist der Eigendrehimpuls eines rotierenden Körpers, also ein  $\mathbb{R}^3$ -Vektor, dessen Richtung die Drehachse bezeichnet.) Umgekehrt wird der Spinor  $\phi$  bis auf einen Phasenfaktor durch den Vektor  $s$  beschrieben.

Wenn der Spinor  $\phi$  vom Ort abhängt, hängt auch der Vektor  $s$  vom Ort ab. Das so erhaltene Vektorfeld beschreibt an jedem Punkt die lokale Spinrichtung und durch seinen Betrag die Dichte der Aufenthaltswahrscheinlichkeit. Visualisiert man lediglich dieses Vektorfeld, verliert man den oben erwähnten (ortsabhängigen) Phasenfaktor, der (analog wie die Phase einer skalaren Wellenfunktion) Information über den Impuls und die möglichen Interferenzerscheinungen bereitstellt. Bei manchen Visualisierungsmethoden kann

man diesen Phasenfaktor aber durch eine geeignete Einfärbung wieder sichtbar machen, wie zum Beispiel in der Darstellung der Spinkugelfunktion in Abb. 7.

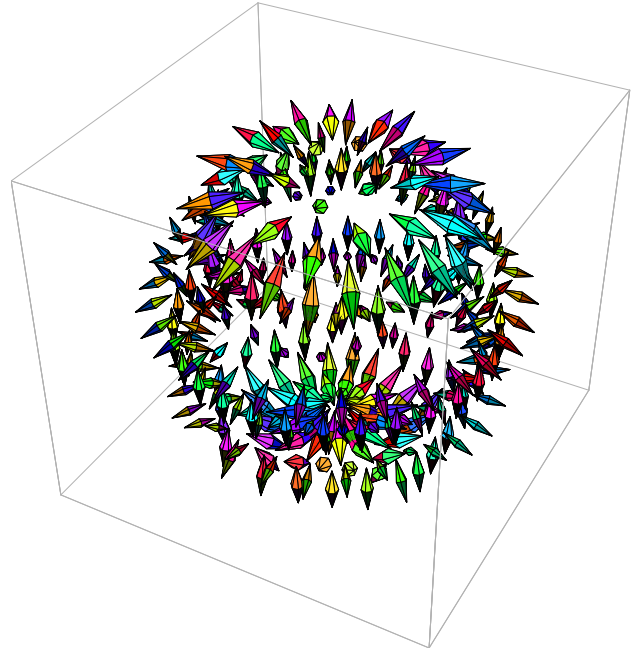


Abb. 7  
Kugelflächenfunktion mit Spin, eine Eigenfunktion des Drehimpulsoperators

Diese Methoden führen allerdings oft zu Bildern, die mit Information zu überfrachtet sind, um noch nützlich zu sein. Besonders bei der Darstellung zweidimensionaler Vorgänge lassen sich die dreidimensionalen Vektordaten des Spin-Feldes nur schwer unterbringen. Allerdings können wir es wieder mit Farben versuchen, um die Richtungsinformation wenigstens qualitativ darzustellen. Tatsächlich ist die Farbmännigfaltigkeit ja dreidimensional (es gibt eine Farb-, eine Helligkeits-, und eine Sättigungs-Dimension) und kann somit verwendet werden, um dreidimensionale Vektoren auf eindeutige Weise zu kennzeichnen.

In der folgenden Visualisierung, die die Bewegung eines Wellenpaketes in der  $xz$ -Ebene zeigt, werden alle Dimensionen der Farbmännigfaltigkeit verwendet. Der Farbton beschreibt die Richtung des Spins in der  $xy$ -Ebene, während die „Lightness“ (der weiß/schwarz-Gehalt) den Anteil der  $z$ -Komponente angibt. Weiß entspricht dabei der vertikalen  $+z$ -Richtung („Spin auf“), schwarz der  $-z$ -Richtung („Spin ab“). Die Sättigung beschreibt den Absolutbetrag der Wellenfunktion. Der Absolutbetrag Null entspricht der Sättigung Null, also einem neutralem Grauton, während die kräftigen Farben bei voller Sättigung große Absolutbeträge und somit Aufenthaltswahrscheinlichkeiten andeuten.

Die vier Bilder in Abb. 8 entstammen einer Animation, die zeigt, wie sich der Spin eines Teilchens in einem Magnetfeld offenbart.



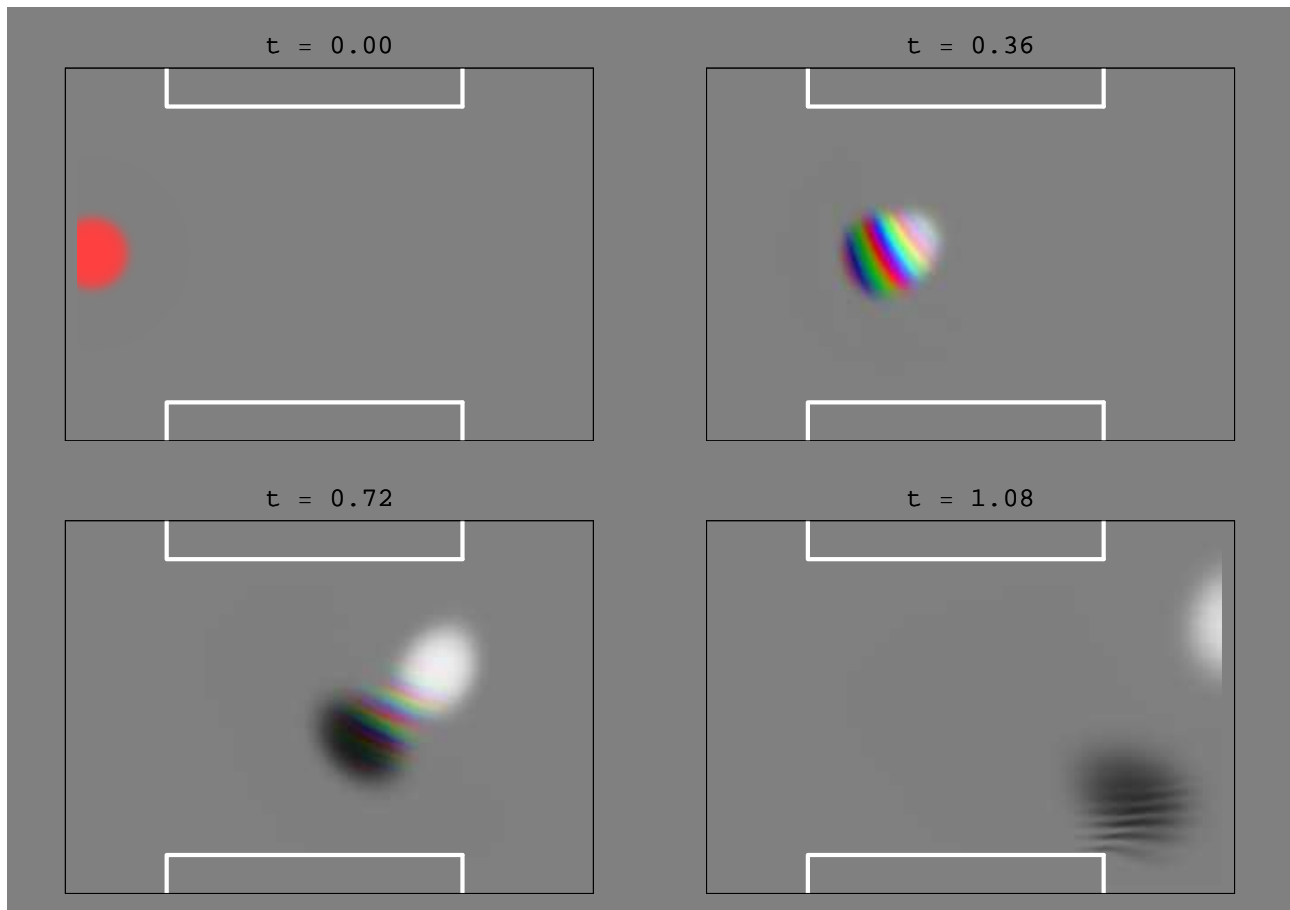


Abb. 8:

*Ein Elektron bewegt sich durch ein inhomogenes Magnetfeld*

In einem inhomogenen Feld wird ein Teilchen mit „Spin-auf“ in die Richtung wachsender Feldstärken beschleunigt, während ein Teilchen mit „Spin-ab“ in die entgegengesetzte Richtung beschleunigt wird. Das kann man benützen, um einen beliebigen Spin-Zustand in seine beiden Komponenten zu zerlegen. Die entsprechenden Versuchsanordnungen heißen Stern-Gerlach-Apparate.

Ein Magnet, dessen Pole am oberen und unteren Bildrand schematisch angedeutet sind, erzeugt ein inhomogenes Magnetfeld, das in der vertikalen Richtung ansteigt. Daher wird das Wellenpaket, dessen Spin anfangs in die positive  $x$ -Richtung polarisiert ist (und daher rot erscheint), in seine beiden Komponenten mit Spin-auf (weiß) und Spin-ab (schwarz) aufgespalten. Der weiße Teil wird in Richtung des Feldgradienten beschleunigt. Beim Eintritt in den Stern-Gerlach-Apparat wirkt auch ein Feldgradient in Bewegungsrichtung, daher bewegt

sich der Spin-auf-Teil des Wellenpakets rascher.

## Literatur

- [1] M.V. Berry, J. Phys. A: Math. Gen **29**, 6617-6629 (1996)
- [2] B. Thaller, Visual Quantum Mechanics, Springer, New York, 2000, ISBN 978-0-387-98929-7.
- [3] B. Thaller, Advanced Visual Quantum Mechanics, Springer, New York, 2005, ISBN 978-0-387-20777-3
- [4] B. Thaller, The Mathematica Journal **7**, 163-180 (1998)
- [5] <http://vqm.uni-graz.at> (September 2007)

# Symbolic field theory with Cadabra

K. Peeters (Utrecht)

kasper.peeters@aei.mpg.de



## Abstract

Cadabra is a new computer algebra system designed specifically for the solution of problems encountered in field theory. It has extensive functionality for tensor polynomial simplification including multi-term symmetries, fermions and anti-commuting variables, Clifford algebras and Fierz transformations, implicit coordinate dependence, multiple index types and many more. The input format is a subset of  $\text{\LaTeX}$ . Both a command-line and a graphical interface are available.

In theoretical physics, many problems are described by making use of the concept of a “field”. A field associates scalar, vector or generic tensor degrees of freedom to every point in space or in space-time. A familiar example is the electromagnetic field, which is described by a vector at every space-time point. Another example is the gravitational field, which is a two-index symmetric tensor field. Physics problems then involve equations of motion for these fields, or invariant charges constructed from them, or symmetry transformations, or various other manipulations. Often problems involve Grassmann-valued fields, or tensors transforming under other groups than the Lorentz or rotation group, and so on.

Manipulating such tensorial expressions could certainly benefit from computer algebra. However, there is a number of characteristic features of “field theory problems” which often make them unsuited for a direct solution using standard general purpose symbolic computer algebra systems. There are several reasons for this. One of them is that tensorial expressions are typically “graphs”: the indices of the tensors can be contracted (dummy indices) and thus form closed loops in the expression. This is in contrast to the “list” data type often used in general purpose computer algebra systems. This basic but important fact often quickly leads to problems when one tries to build tensor manipulation packages on top of general purpose systems.

A second problem is the fact that tensors often have symmetries (e.g. symmetry or anti-symmetry in indices, but commonly more complicated ones, like the Bianchi or Ricci identities familiar from differential geometry). This makes that converting an expression to a canonical form, especially when there are also anti-commuting tensors present, often goes beyond what general purpose systems can handle.

A third problem is the fact that field-theory notation is extremely compact, and translations to general purpose algebra systems often cumbersome. Non-commuting products, for instance, occur frequently (e.g. for fermio-

nic fields) without any specific notational difference to commuting ones. Space-time dependence of the fields is often implicitly assumed. Indices come in many types (vector, spinor, Lie-algebra valued) and are often suppressed in order to make the expressions readable. Thus, converting field theory expressions from their  $\text{\LaTeX}$ -based de-facto standard notation to a general purpose computer algebra language is often cumbersome, and translating the answer back again introduces further sources of error.



## Characteristic features

Cadabra is a new system which was designed from scratch as a general purpose system for field theory problems. In order to achieve this, several things are done differently from many other general purpose systems. Perhaps the most immediately visible aspect of Cadabra

is that it accepts field theory expressions written directly in (a subset of)  $\text{\TeX}$ . This makes notebooks particularly easy to read; see e.g. the screenshot of the graphical interface displayed above.

Greek symbols, tensor indices, derivative operators and so on are all entered in a “natural form”.

In order to attach meaning to symbols, Cadabra uses the concept of “properties”. A symbol can e.g. be declared to have a certain symmetry property in its indices, or have the property that it is anti-commuting with other symbols in a list. More complicated properties, such as “Spinor”, which combine various properties in one easy to remember shortcut, exist as well. Properties go beyond simple data types in the sense that more than one property can be attached to a symbol, and there are also properties which are attached to lists of symbols (e.g. a property “Indices” which makes symbols part of a set of indices).

Tensor polynomial expressions, including those containing anti-commuting and non-commuting tensors or tensors carrying indices which transform under different symmetry groups, are canonicalised using some of the most powerful algorithms currently available. These algorithms deal not only with simple symmetry or anti-symmetry, but also with multi-term symmetries such as Bianchi or Ricci identities. Moreover, the user can specify the sort order of symbols so that expressions can be automatically canonicalised according to the way in which they look most natural. Dummy indices never need to be relabelled by hand, as all algorithms, including the various substitution commands, automatically take care of index relabelling.

The program knows about many concepts which are common in field theory. It handles anti-commuting and non-commuting objects without special notations for their products, it knows about gamma matrix algebra, Fierz identities, Dirac conjugation, vielbeine, flat and curved, covariant and contravariant indices, implicit dependence of tensors on coordinates, partial and covariant derivatives. It has extensive facilities for handling of field theory expressions, e.g. dealing with variational derivatives. It features a substitution command which correctly handles anti-commuting objects and dummy indices and offers a wide variety of pattern matching situations which occur in field theory.

Finally, the program is (apart from a few dependencies on other freely available libraries and programs), entirely standalone. It is written in C++ and the manual contains documentation on how to extend the system with new algorithms.

## Examples

Having given a formal introduction to the system, the best way to exhibit the usefulness is by simply discussing a few examples. Let us first look at a few simple substitution commands to get familiar with the basics. The output in the examples is exactly how things appear in the graphical user interface.

```
{ a, b, c, d }::Indices.
A_{a b} B_{b c};
```

$$A_{ab}B_{bc};$$

This shows how to declare index groups and input a simple expression. We now perform a substitution

```
@substitute!(%) ( B_{a b} -> C_{a b c} D_{c} );
```

The result is

$$A_{ab} C_{bcd} D_d;$$

Index relabelling has automatically taken place. Also note how the substitute command has figured out that  $B_{\{a\} b}$  on the left-hand side is equivalent to  $B_{\{b\} c}$ , without any explicit wildcards or patterns. Indices are automatically understood to be patterns, i.e. their explicit names do not matter.

Indices can be simple letters, as in the example above, but it is also perfectly possible to put accents on them. The following example illustrates this.

```
A_{\dot{a} \dot{b}}::AntiSymmetric.
A_{\dot{b} \dot{a}};
```

$$A_{\dot{b}\dot{a}};$$

```
@canonicalise!(%);
```

$$(-1) A_{\dot{a}\dot{b}};$$

Here we also see a second usage of property declarations: the construction in the first line declares that the  $A_{\dot{a}\dot{b}}$  tensor is antisymmetric in its indices. The canonicalised command subsequently writes the input in a canonical form, which in this trivial example simply means that the indices gets sorted in alphabetical order. Continuing the example above, one can also use subscripts or superscripts on indices, as in the example below.

```
{a_{1}, a_{2}, a_{3}, a_{4}}::Indices(vector).
V_{a_{1}} W_{a_{1}}:
@substitute!(%) ( V_{a_{2}}
-> M_{a_{2} a_{1}} N_{a_{1}} );
```

$$M_{a_1 a_2} N_{a_2} W_{a_1};$$

As is clear from these examples, commands always start with a ‘@’ symbol. The ‘!(%)’ bit attached to the commands roughly means that the command should be applied at all levels (the ‘!’ mark) on the previous expression (the ‘%’ sign). Input lines normally end with ‘;’, but output can be suppressed by using ‘.’ instead (as in the last example).

Let us now look at two more complicated examples. The first one we will discuss is the computation of the product of Dirac gamma matrices. Consider the product

$$\Gamma_{sr}\Gamma_{rl}\Gamma_{km}\Gamma_{ms},$$

where  $\Gamma_{rs}$  is the anti-symmetrised product of two Dirac gamma matrices, i.e. objects satisfying the algebra  $\{\Gamma_r, \Gamma_s\} = 2\delta_{rs}$ . We want to write this product in terms of Kronecker delta symbols and fully antisymmetrised gamma matrices. This problem starts by declaring the index objects and other symbols,

```
{s,r,l,k,m,n}::Indices(vector).
{s,r,l,k,m,n}::Integer(0..d-1).
\Gamma_{#}::GammaMatrix(metric=\delta).
\delta_{m n}::KroneckerDelta.
```

The declaration in the first line involves a ‘list property’, which attaches the property to the entire list rather than the individual symbols. The declaration for the gamma matrix shows that we are defining an object with implicit indices: the spinor indices will be suppressed. The notation `_ {#}` denotes the presence of an arbitrary number of indices. Next follows the input,

```
\Gamma_{s r}\Gamma_{r l}
\Gamma_{k m}\Gamma_{m s}:
```

Expanding the product of two basis elements is done by applying the following command (which is postfixed with ‘!’ indicating that the algorithm should be applied until the result no longer changes)

```
@join!! (%) {expand}:
```

$$(-1)((2\Gamma_{lr} - \Gamma_{lr}d + \delta_{lr}d - \delta_{lr}) \\ (2\Gamma_{kr} - \Gamma_{kr}d + \delta_{kr}d - \delta_{kr}d));$$

We need only a few more steps to obtain the final result: distributing the product over the sums, joining gamma matrices once more, and then factorising the result:

```
@distribute! (%);
@join! (%) {expand};
@distribute! (%);
@factorise! (%) {d};
@collect_factors! (%);
```

$$\Gamma_{kl}(12 - 18d + 8d^2 - d^3) + \delta_{kl}(-3 + 6d - 4d^2 + d^3);$$

One of Cadabra’s features which is clearly visible above is that the program does not try to do anything smart unless it is explicitly told to do so. This is manifest from the fact that e.g. the ‘collect factors’ command had to be entered explicitly, but the logic goes even further. The above example in fact makes use of a default set of simplification algorithms, which can be specified with

```
::PostDefaultRules( @@prodsort! (%),
@@eliminate_kr! (%),
@@canonicalise! (%),
@@collect_terms! (%) ).
```

Such default rules can be added and removed at will, allowing for a fine-grained control over computations.

Cadabra was originally written as a tool to solve problems in gravity and supergravity, so it has extensive support for symbolic calculations with curvature tensors and related objects. The last example which we will discuss shows some of this. We want to verify that the following two polynomials of the Weyl tensor,

$$E_{ij} = -C_i^{mkl}C_{jpkq}C_l^{pmq} + \frac{1}{4}C_i^{mkl}C_{jmqp}C_{kl}^{pq} \\ - \frac{1}{2}C_{ikjl}C^{kmpq}C_{mpq}^l, \\ E = C_{jmnk}C^{mpqn}C_p^{jk} + \frac{1}{2}C_{jkmn}C^{pqmn}C_{pq}^{jk}.$$

satisfy, when evaluated on an Einstein space, the identity

$$\nabla_i \nabla_j E_{ij} - \frac{1}{6} \nabla_i \nabla_i E = 0.$$

This is a tedious exercise with Bianchi identities when done by hand, but is handled with Cadabra with relative ease. First we declare indices and other objects,

```
{i,j,m,n,k,p,q,l,r,r#}::Indices(vector).
C_{m n p q}::WeylTensor.
\nabla_{#}::Derivative.
\nabla_{r}{ C_{m n p q} }::SatisfiesBianchi.

Eij:=- C_{i m k l} C_{j p k q} C_{l p m q}
+ 1/4 C_{i m k l} C_{j m p q} C_{k l p q}
- 1/2 C_{i k j l} C_{k m p q} C_{l m p q}:

E:= C_{j m n k} C_{m p q n} C_{p j k q}
+ 1/2 C_{j k m n} C_{p q m n} C_{j k p q}:

exp:= \nabla_{i}{\nabla_{j}{ @ (Eij) }}
- 1/6 \nabla_{i}{\nabla_{i}{ @ (E) }}:
```

Note in particular the way in which derivatives are declared and entered into the system. We now need to apply the Leibniz rule twice to expand the derivatives, and then sort the tensors and write the result in canonical form with respect to mono-term symmetries,

```
@distribute! (%): @prodrule! (%):
@distribute! (%): @prodrule! (%):

@prodsort! (%): @canonicalise! (%):
@rename_dummies! (%):
@collect_terms! (%):
```

Because the identity which we intend to prove is only supposed to hold on Einstein spaces, for which the divergence of the Weyl tensor vanishes, we substitute

```
@substitute! (%) ( \nabla_{i}{C_{k i l m}} -> 0 ,
\nabla_{i}{C_{k m l i}} -> 0 );
```

Note once more how the substitution command automatically deals with index relabelling: neither the dummy index *i* nor the open indices have to match in order for the substitution to apply; the only relevant information is the contraction pattern. We now get a long list of terms,

$$C_{ijmn}C_{ikmp}\nabla_q\nabla_jC_{nkpq} \\ - C_{ijmn}\nabla_kC_{ipmq}\nabla_pC_{jqnk} \\ + \dots$$

This expression should vanish upon use of the Bianchi identity. By expanding all tensors using their Young projectors, this becomes manifest:

```
@young_project_product! (%):
@sumflatten! (%):
@collect_terms! (%):
```

The result is zero, proving what we set out to show.

Readers interested in seeing more examples are referred to [1] or the sample notebooks available on the web site [2]. A mailing list for discussions about Cadabra is also available.

### Under the hood

Cadabra was written, and rewritten several times, over the course of the last five years. The basis is formed by an expression tree manipulation core, which however is tightly coupled to algorithms which offer “graph-like” views of the tree. More precisely, this means that there are several internal mechanisms by which the tree can be inspected; it is for instance possible to iterate over all indices of an object, but it is also possible to iterate only over those which are uncontracted or to iterate over all indices including those which are carried by operators wrapping the symbol, as in e.g.  $\partial_a B_{cd}$ . On top of this core lies a set of algorithm modules, each of which can be called from the user interface or directly from within C++.

The property system is implemented using a C++ inheritance tree, and the way in which properties can be combined together in the user interface is thus a direct consequence of the standard C++ inheritance mechanism. This includes, in particular, multiple inheritance. Except for a very small number of predefined symbols (`\prod` and `\sum` for instance), all other ones obtain their characteristics from properties.

The graphical notebook user interface is built using the `gtkmm` library, and directly calls  $\text{\LaTeX}$  to typeset output expressions. It has a multiple-view system and allows users to cut and paste output expressions, either back into the notebook as input or directly as  $\text{\LaTeX}$  source into e.g. a paper. The interface runs both on Linux and Mac OS X systems. For batch jobs or other tasks for which the graphical interface is less useful, the kernel can also be used directly as a command line application. A more extensive introduction to the implementation details can be found in [3].

### Current users

The origin of Cadabra lies, as mentioned before, in research in supergravity and related areas. After the first public announcement to the high-energy physics community in January 2007 [1], various other physicists have started using the program, often for ‘simple’ day-to-day calculations but especially also for more extensive research projects. The program has found applications in areas such as beyond-the-standard-model physics, gravity and supergravity, string theory and quantum field theory in general.

Because the program has, apart from its graphical user interface, also a command line version, it is possible to run large batch jobs. In this form, the system has been used on a large Linux cluster at the Albert-Einstein-Institute in Potsdam for several gravity-related problems. From the various forms of feedback received during the last half a year, it has become clear that the ease of use, in combination with the convenient graphical notebook interface, are what set Cadabra apart from other systems. Given the considerable attention which Cadabra has attracted (the web site receives around a thousand hits per month), there is a demonstrated need for the continuing development of this “field theory friendly” computer algebra system.

### Literature

- [1] K. Peeters, *Introducing Cadabra: a symbolic computer algebra system for field theory problems*, `arXiv:hep-th/0701238`
- [2] Cadabra web site, `www.aei.mpg.de/~peekas/cadabra`
- [3] K. Peeters, *A field-theory motivated approach to computer algebra*, *Comp. Phys. Comm.* 176 (2007) 550-558, `arXiv:cs.CS/0608005`

### Computeralgebra in Emacs

A. Klein (Gent)

klein@cage.ugent.be



Emacs [3, 11] ist ein vor allem im Unix-Umfeld weit verbreiteter Text-Editor. In diesem Artikel möchte ich zwei Computeralgebra-Anwendungen für diesen Text-Editor vorstellen.

#### Emacs Calc

*Emacs Calc* [2] ist ein ausgesprochen ungewöhnliches Computeralgebrasystem. Es wurde vollständig in Emacs-Lisp, der Erweiterungssprache des Editors, geschrieben. Im Funktionsumfang kann es mit externen Systemen zwar nicht konkurrieren, aber es besticht durch seine gute Integration in den Editor: Wenn man z. B. einfach einmal mitten in einem  $\text{\LaTeX}$ -Dokument eine kurze Rechnung ausführen will, ist es bestens geeignet.

Man startet Calc mit dem für Emacs typischen Kommando `M-x calc`. (`M-x` steht für die Tastenkombination der Meta- bzw. Alt-Taste mit `x`.) Man erhält dann zwei Fenster, von denen das linke den eigentlichen Rechner darstellt und das rechte für die Ausgaben benutzt wird.

Calc arbeitet zunächst als einfacher Taschenrechner mit umgekehrter polnischer Notation. Wir haben also einen Stack und jede arithmetische Operation wirkt auf die beiden obersten Stackelemente. Wir können also  $(4 - 3)/7$  berechnen durch die Eingabe von 4, RET, 3, -, 7, /. Man beachte, dass wir die Eingabe einer Zahl entweder mit Return oder mit der Eingabe eines Operators beenden müssen. Als Ergebnis erhalten wir die Fließkommazahl 0.142857142857. Alternativ können wir nach Tippen von ' den Term auch in der gewöhnlichen Infix-Notation eingeben.

Bisher hat das noch wenig mit Computeralgebra zu tun. Hier kommen die verschiedenen Betriebsmodi von Calc ins Spiel. Mit der Tastenkombination `m f` schalten wir zwischen der Verwendung Fließkommazahlen und exakten Brüchen um. Außerdem aktivieren wir über `m s` den Symbolischen Modus. Die Eingabe ',  $(4/6) * \pi$ , Ret liefert uns nun das Ergebnis  $2:3 * \pi$ . Man kann über die Emacs-Konfigurationsdatei verschiedene Modi vorauswählen. Ich arbeite bei den Winkelfunktionen normalerweise immer mit dem Bogenmaß. Daher habe ich über die

Anweisung (`setq calc-angle-mode 'rad`) in der `.emacs`-Datei das Bogenmaß als Standardwert ausgewählt. (Man braucht übrigens die `.emacs`-Datei nicht per Hand zu editieren. Es reicht, über `m m` den aktuellen Modus als Standard zu exportieren.)

Calc beherrscht auch eine Reihe von algebraischen Umformungen; diese werden mit dem Tastaturkürzel `a` eingeleitet. Die wichtigsten sind `a x` (expand), `a f` (factor), `a s` (simplify), `a d` (derivate) und `a i` (integrate).

Eine weitere Besonderheit von Calc sind die verschiedenen Sprachmodi. Mit `d T` schaltet man in den  $\text{\TeX}$ -Modus. Nun werden alle Ausgaben in  $\text{\TeX}$ -Notation erzeugt. Was Calc an dieser Stelle von vielen anderen Systemen unterscheidet ist, dass auch Eingaben in  $\text{\TeX}$ -Notation entgegengenommen werden. Damit ist es möglich, Berechnungen direkt in einem  $\text{\LaTeX}$ -Dokument durchzuführen.

Betrachten wir als Beispiel, wie der Text „Die Ableitung von  $x^x$  ist  $x^x + x^x \ln x$ .“ entsteht. Dazu schreiben wir zunächst „Die Ableitung  $x^{\{x\}}$  ist“ und kopieren die Formel „ $x^{\{x\}}$ “ hinter das Wort „ist“. Danach bewegen wir den Cursor in die zweite Formelumgebung und starten mit `M-#` in den Embedded-Modus von Calc. Nun berechnen wir mit `a d`, `x`, RET die Ableitung und sorgen anschließend noch mit `a s` für eine schöne Darstellung. Jetzt können wir den Embedded-Mode über `M-# x` verlassen und mit der Bearbeitung des  $\text{\LaTeX}$ -Dokuments wie gewohnt fortfahren.

Hat man sich erst einmal an die Tastenkürzel gewöhnt, kann man auf diese Weise sehr schnell einfache Berechnungen in seinem  $\text{\LaTeX}$ -Dokument ausführen. Ähnliches gilt natürlich auch für andere Text-Formate (wie Fortran- oder C-Code).

Im Rahmen dieser kurzen Besprechung können natürlich nicht alle Möglichkeiten des Systems erwähnt werden. Es sei daher an dieser Stelle auf die umfangreiche Online-Hilfe, die man natürlich auch im Emacs (mit dem Info-Modus) lesen kann, verwiesen.

#### Maxima

Wenn einem der eingebaute Taschenrechner nicht mehr



ausreicht, kann man seinen Emacs auch als Interface für ein richtiges Computeralgebrasystem benutzen. Hier bietet sich vor allem *Maxima* [7] als Partner an. Es handelt sich dabei um den Open-Source-Nachfolger des MACSYMA-Systems. In Umfang und Bedienkomfort erreicht es zwar nicht die großen kommerziellen Systeme, aber die alltäglichen Anforderungen werden mühelos von ihm erfüllt.

Neben dem reinen Text-Interface dürften wxMaxima [10] und TeXmacs [9] die wichtigsten Benutzerschnittstellen für Maxima sein. In diesem Artikel soll

es jedoch ausschließlich um das Emacs-Interface von Maxima gehen. Das meiner Meinung nach beste Interface zu Maxima unter Emacs bietet das *IMaxima*-Paket. Bei diesem Interface werden die Ausgaben von Maxima durch  $\text{\LaTeX}$  formatiert. Daher muss zusätzlich zu dem Emacs-Modul auch das  $\text{\LaTeX}$ -Paket *breqn* [1] installiert sein. Nach der Installation wechseln wir unter Emacs mit `M-x imaxima` in den Maxima-Modus. Die folgende Abbildung zeigt die Ausgabe einer IMaxima Sitzung.

Auf diese Weise steht einem die komplette Leistungsfähigkeit des Maxima-Systems unter Emacs zur Verfügung. Die Einbettung in den Editor ist jedoch nicht ganz so gut wie bei *Calc* – allerdings steht mit *imath* Mode (kommt im Verbund mit dem IMaxima-Paket) ein Modus zur Verfügung, der ähnlich wie *Calc* eine Einbettung von Maxima in andere Textdokumente erlaubt. Ich habe Maxima als Beispiel für die Benutzung eines Computeralgebrasystems unter Emacs ausgesucht, da es sowohl frei ist als auch über eine sehr gute Anbindung verfügt. Da es sich bei Emacs um einen sehr konfigurierbaren Editor handelt, brauchen auch die Benutzer anderer Systeme (wie z. B. Maple [5], Mathematica [6] oder Gap [4]) nicht auf spezielle Emacs-Module zu verzichten.

## Literatur

- [1] breqn, Automatic line breaking of displayed equations, <http://www.dante.de/CTAN/help/Catalogue/entries/breqn.html>
- [2] Der GNU Emacs Calculator, <http://www.gnu.org/software/emacs/calc.html>
- [3] GNU Emacs, <http://www.gnu.org/software/emacs>.
- [4] Gap unter Emacs, <http://www.gap-system.org/Packages/Contrib/emacs.html>
- [5] Ein Maple-Mode für Emacs, <http://www.mapleprimes.com/blog/joe-riel/emacs-mode-for-maple>.
- [6] Ein Mathematica-Mode für Emacs, <http://www.itwm.fhg.de/as/asemployees/wichmann/mma.html>
- [7] Maxima Computeralgebrasystem, <http://maxima.sourceforge.net/>.
- [8] Ein Emacs-Interface für Maxima, <http://members3.jcom.home.ne.jp/imaxima/Site/Welcome.html>.
- [9] TeXmacs, <http://www.texmacs.org/>.
- [10] wxMaxima, ein graphisches Interface für Maxima, <http://wxmaxima.sourceforge.net/wiki/index.php/MainPage>.
- [11] XEmacs, <http://www.xemacs.org/>.

# Neues aus Waterloo: Maple 11 und mehr

T. Richard (Scientific Computers GmbH, Aachen)

t.richard@scientific.de



Mit Version 11 hat Maplesoft einen neuen Slogan eingeführt, der u. A. im Splash Screen beim Start eingeblendet wird: *Mathematics, Modeling, Simulation*. Damit wird angedeutet, dass sich der traditionelle Kern aus Computeralgebra und Numerik mehr und mehr industriellen Anwendungen öffnet, ohne dabei die akademischen Anwender zu vernachlässigen. Mehr zu den anwendungsorientierten Toolboxes am Ende dieses Beitrags.

## Oberfläche

Die Standard-Worksheet-Oberfläche bietet zahlreiche neue Features, wenn auch nicht ganz so viele wie bei Einführung von Maple 10.

Die meisten per Kontextmenü erreichbaren Operationen sind nun selbstdokumentierend, d. h. über dem im Dokument eingeblendeten Pfeil erscheint ein kurzer erläuternder Text, etwa „differentiate w.r.t.“ mitsamt dem Namen der Variablen, nach der abgeleitet wird. Wie man hieran sieht, ist die Oberfläche nach wie vor komplett in Englisch gehalten. Für eine deutschsprachige Anpassung ist die Nachfrage bisher zu gering; hier bitten wir um Rückmeldung, zumal die technischen Voraussetzungen für eine einfachere Lokalisierung und Übersetzung mittlerweile gegeben sind.

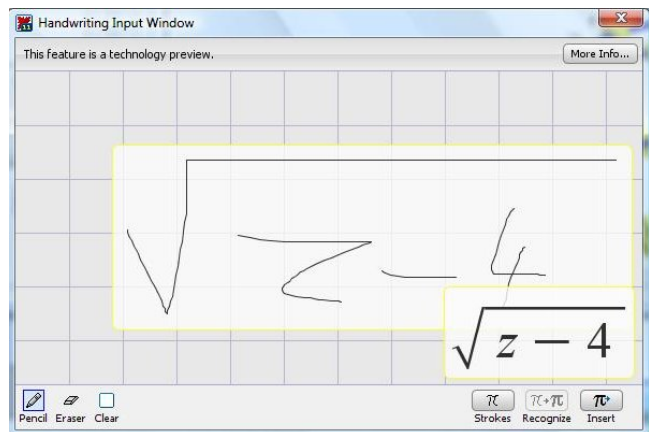
Numerische Ausgaben lassen sich nun flexibel formatieren, z. B. in wissenschaftlicher Notation mit einstellbarer Exponenten-Darstellung oder als Festkommazahlen. Für Geldbeträge gibt es eine eigene Darstellung inklusive der wichtigsten Währungszeichen.

Ein lange gewünschtes und jetzt umgesetztes Feature sind Annotationen in Plots; so können zweidimensionaler Formelsatz, Texte, Freihandzeichnungen, Linien, Pfeile usw. frei in Plot-Regionen positioniert werden. Verbessert wurden auch Achsenbeschriftung, Tickmarks, Legenden und die Geschwindigkeit, mit der 2D-Plots gerendert werden. Bei aufwendigeren Zeichnungen hilft eine Canvas-Palette, wie sie aus vielen Grafikprogrammen bekannt sein dürfte.

Im neuen Slideshow-Modus wird das aktuelle Worksheet in eine Folge von Vollbild-Darstellungen für Präsentationen umgewandelt. Die Strukturierung erfolgt mittels Sections und Subsections. Eingebettete Komponenten (z. B. Schieberegler und Knöpfe) bleiben bedienbar und 3D-Plots können mit der Maus rotiert werden. Dies unterscheidet den Modus von gängiger Präsentationssoftware, die überwiegend statische Grafiken zeigt.

Mit dem Menüpunkt *Insert > Reference* sind die bereits in Maple 10 eingeführten *Equation Labels*

nun worksheet-übergreifend möglich, d. h. man kann wichtige Gleichungen in einer separaten Datei halten, und Änderungen wirken sich auf die Referenzen in den nachgeordneten Dateien aus, ohne dass man umständlich und fehlerträchtig mehrere Versionen pflegen muss.

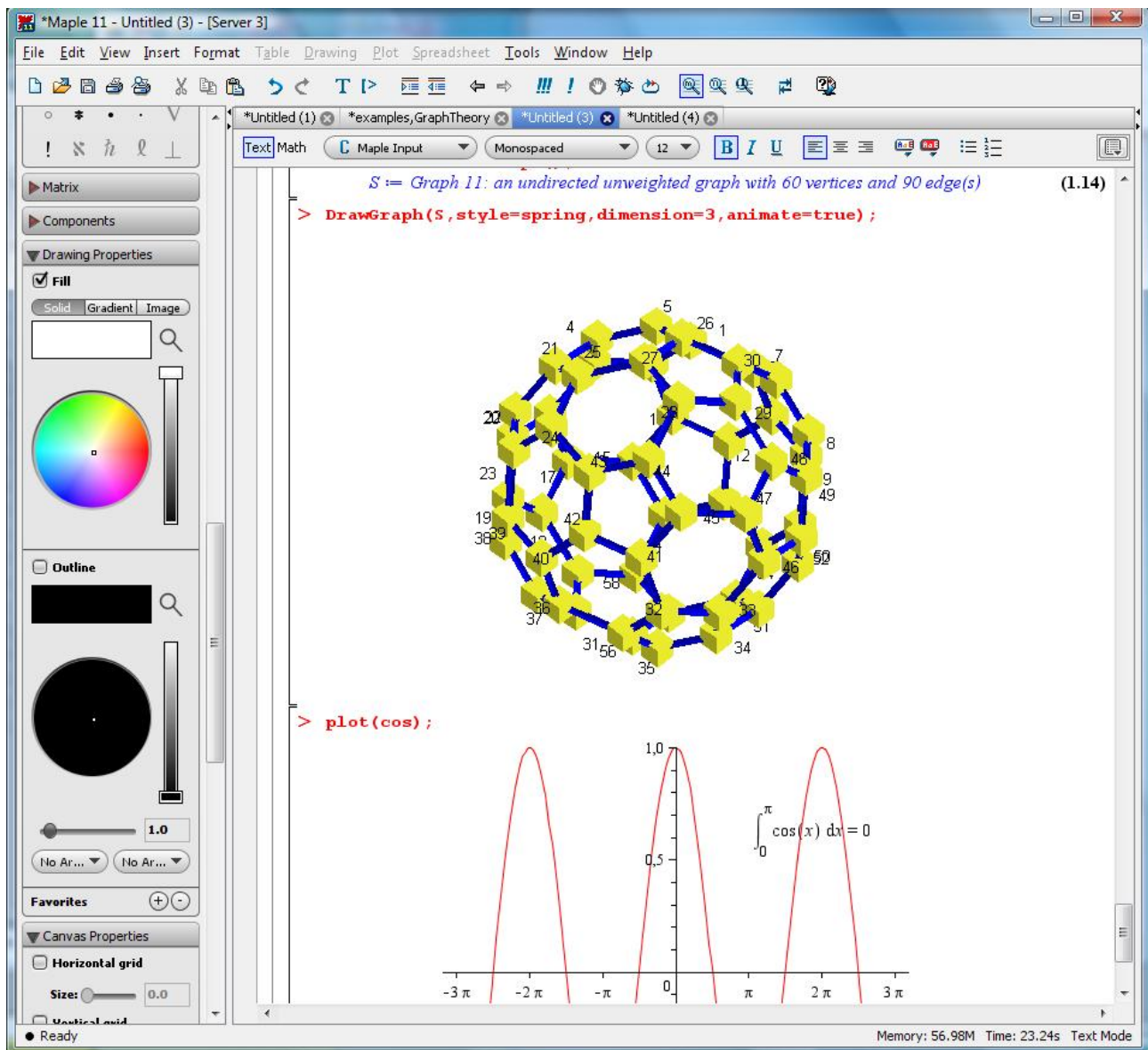


Die Handschrift-Erkennung wurde von einzelnen Zeichen auf zweidimensionale mathematische Ausdrücke (Wurzeln, Integrale, Brüche usw.) ausgedehnt. Das zugehörige Eingabefenster weist allerdings ausdrücklich darauf hin, dass es sich hierbei noch um eine Technologie-Vorschau handelt. Auf der letztjährigen Maple Conference zeigten neben Maplesoft auch diverse andere Forschungsgruppen ihre Arbeiten zu diesem Thema.

Classic Worksheet wird auf den meisten Plattformen weiter mitgeliefert; unter Windows muss man das zugehörige Icon nun allerdings selbst auf dem Desktop platzieren.

## Neue Pakete (Auswahl)

**Physics** ist ein sehr umfangreiches Paket für die Behandlung von Fragen aus Quantenmechanik und Feldtheorien, aber auch aus der klassischen Mechanik. Es bietet beispielsweise das Rechnen mit nichtkommutativen Variablen, der Dirac-Notation für Quantenzustandsvektoren mit Bra und Ket, diverse spezielle Vektor-Typen für die Physik (insbesondere abstrakte, d. h. basisunabhängige – dazu wurde auch **VectorCalculus** entsprechend erweitert), Pauli- und Dirac-Matrizen, Raum-Zeit-Tensoren, und vieles andere. Man kann von der Einsteinschen Summenkonvention Gebrauch machen, nach der implizit über doppelt auftretende Indizes summiert wird. Weitere Notationen kann der Benutzer selbst definieren und Maple dann automatisch benutzen lassen.



Da dieses Paket in Zukunft stark ausgebaut werden soll, setzt Maplesoft hier mehr noch als bei anderen Themen auf Feedback der Anwender, diesmal also speziell der Physiker-Gemeinde. Erweiterungswünsche, Kritik und sonstige Meldungen bitte an [support@maplesoft.com](mailto:support@maplesoft.com), so steht es explizit in der Dokumentation.

Eine kurze Besprechung findet sich im Maple-11-Review von Prof. Roland Winkler (früher Universität Hannover, jetzt Northern Illinois University) im Physik-Journal vom Juni 2007, online und in Papierform.

**DifferentialGeometry** ist in Kooperation mit Prof. Ian Anderson von der Utah State University entstanden. Es umfasst die Differentialrechnung auf Mannigfaltigkeiten, Tensor-Analyse, Liegruppen und -algebren, Transformationsgruppen sowie Jet-Räume. Man kann komfortabel auf Klassifikationstabellen zugreifen, die abstrakte Lie-Algebren (sowie von Vektorfeldern) und Differentialgleichungen der mathematischen Physik enthalten. Ein ausführliches Tutorium in Form von Worksheets bietet den Einstieg in die Differentialgeometrie und ihre Anwendungen.

**GraphTheory** kommt aus der Arbeitsgruppe um Prof. Monagan am CECM (Center for Constructive and

Experimental Mathematics) der Simon Fraser University. Das Paket wurde in einer Vorabversion bereits auf der Maple Conference 2006 in Waterloo vorgestellt. (Übrigens haben bei dieser Veranstaltung insgesamt vier Anwender aus Deutschland vorgetragen, eine erfreuliche Steigerung. Dieses Jahr fiel die Konferenz leider aus, da die ISSAC in Waterloo stattfand.) Das Paket bietet ca. 150 Befehle zum Arbeiten mit gerichteten und ungerichteten Graphen, Kantengewichten, kombinatorischen Anwendungen, zwei- und dreidimensionalen Visualisierungen, Zufallsgraphen und 35 vorgefertigten Graphen. Eindrucksvoll ist besonders das automatische „Aufspringen“, das schrittweise eine optimal übersichtliche Darstellung am Bildschirm liefert. Dies erreicht der Befehl **DrawGraph** über die Option **style=spring** in Kombination mit **animate=true**, am besten noch mit **dimension=3**. Darüber hinaus lassen sich Graphen in jeweils vier Dateiformaten importieren und exportieren.

Das in der Vorversion noch rudimentäre Paket **ImageTools** ist zu einer kompletten Bildverarbeitungs-Umgebung mit neuen Viewern und Analyse-Werkzeugen ausgebaut worden. Zudem ist seine Ge-



schwindigkeit deutlich erhöht worden.

Im Vergleich zu den großen Paketen ist **ExcelTools** mit den beiden Kommandos **Import** und **Export** recht überschaubar. Hiermit können Daten zwischen xls-Files und Matrizen ausgetauscht werden, auch bereichsweise. Bisher konnte Maple nur csv-Dateien (*comma separated values*) lesen und schreiben, was Tabellenkalkulations-Formate betrifft. Im Gegensatz zum altbekannten Add-In zu Excel für Windows, das seit Maple 6 dabei ist, funktioniert das neue Paket auf allen Plattformen. Leider ist keine direkte Verbindung zu den Maple-internen Spreadsheets vorgesehen, wohl aber ist es in den Data-Import-Assistenten integriert.

### Symbolik

Verbesserungen im Bereich des symbolischen Rechnens (außerhalb der neuen Pakete) betreffen die Vereinfachung, die Integration und – wie gewohnt – das Lösen von Differentialgleichungen, etwa in Form von elliptischen Funktionen. Bei den partiellen Differentialgleichungen liegt das Hauptaugenmerk diesmal auf Separabilität und der Lösung mittels Symmetrien und Gruppen-Invarianten.

Erstmals können lineare Integralgleichungen in Maple gelöst werden: Der neue Befehl **intsolve** behandelt Fredholmsche und Volterrasche Gleichungen erster bis dritter Art. Gleichungen anderen Typs versucht er in ein Anfangswertproblem umzuformulieren und an **dsolve** weiterzureichen. Über Optionen können weitere Ansätze wie Laplace-Transformation, Eigenfunktionen und Reihenentwicklung (Neumann) verfolgt werden.

Wie immer beschreibt die eingebaute Hilfe in Maple unter **?updates** viele weitere Neuerungen, doch es gibt auch undokumentierte – so berichtete uns ein Buchautor aus dem FEM-Bereich (Prof. Steinke, FH Münster), dass **LinearSolve** jetzt für große Gleichungssysteme erheblich schneller die Lösung liefert.

Für Zahlentheoretiker bietet das **numtheory**-Paket nun den Index-Kalkül zum Berechnen diskreter Logarithmen. Diese Erweiterung kommt ebenfalls aus der Arbeitsgruppe von Michael Monagan.

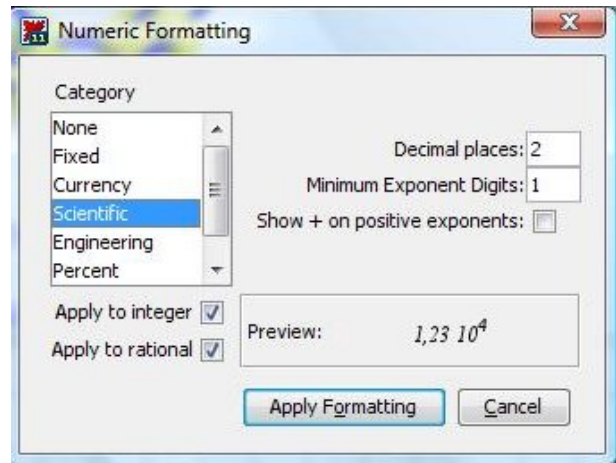
Im Rahmen einer weiteren Kooperation, diesmal mit der Universität Paris 6, steht direkt in Maple nun die leistungsfähige FGB-Library für Gröbnerbasen zur Verfügung; sie war bisher nur separat von der Homepage des Autors Jean-Charles Faugère ladbar. Daraus ist insbesondere der F4-Algorithmus erwähnenswert. Bei passendem Gleichungssystem verwendet der **solve**-Befehl die neuen Methoden, darüber hinaus sind sie als Erweiterungen des **Groebner**-Pakets zugänglich.

**LinearAlgebra** wurde um das Unterpaket **Generic** für generische Algorithmen ergänzt, d. h. solche Algorithmen, die gleichermaßen für Körper und geeignete Arten von Ringen gelten.

### Numerik und Effizienz

Wichtig für viele Ingenieur Anwendungen sind verbesserte Methoden für große DAEs (differential-algebraische Gleichungssysteme) von höherem Index. Weitere Verbesserungen betreffen numerische Integrati-

on und lineare Algebra. Mit der neuen Prozedur-Option **hfloat** können Entwickler Maple anweisen, wann immer möglich von der Hardware-Gleitkomma-Arithmetik Gebrauch zu machen, ohne die Einschränkungen von **evalhf** und **Compile**. Fortran-Freunde dürften sich freuen, dass External Linking nun auch den Compiler von Intel unterstützt.



Im Hinblick auf generelle Geschwindigkeitszuwächse wendet sich Maple endlich den Multi-Prozessor- und Multi-Core-Systemen zu, wenn auch noch zaghaft. So gibt es neben dem per Default verwendeten Single-thread-Kernel einen multithread-fähigen, der bestimmte Operationen (**add**, **mul** und **seq**) automatisch auf die Rechenknoten verteilt, bei sonstigen Aufgaben jedoch etwas langsamer und daher noch nicht für den Produktiveinsatz empfohlen ist. Zudem ist die Haupt-Maple-Library noch nicht multithread-sicher. Wer sich selbst in das Gebiet der Parallelprogrammierung mittels Threads begeben will, findet in dem gleichnamigen Paket hilfreiche Routinen.

### Technisches

Die Aufteilung der CD-ROM-Sets ist völlig neu gestaltet worden; die bisher getrennten Installer für Einzelplatz und Netzwerk sind kombiniert worden, was zur Platzersparnis beiträgt. Administratoren von Netzwerk-Lizenzen brauchen nun auf ihrem Server nur noch die *Maplesoft Network Tools* zu installieren, die den FLEXlm und das Aktivierungs-Tool umfassen. Bisher war für dedizierte Lizenzserver entweder eine komplette Maple-Installation oder einige Nacharbeit nötig.

Für die Student Edition ist erwähnenswert, dass die entsprechende CD nun auch die 64-bit-Linux-Version enthält; bei Maple 10 musste diese auf Anfrage per Download bereitgestellt werden.

Seit einiger Zeit ist ein Update auf Maple 11.01 mit diversen Fehlerkorrekturen erhältlich. Dies ist auch das erste Release, mit dem offiziell Windows Vista unterstützt wird, das aufgrund vielfacher technischer Abweichungen gegenüber sonstigen Windows-Varianten einen angepassten Installer erfordert. Eine native Implementierung für 64-bit-Windows ist bereits in Arbeit.

### Weitere Produkte

Die web-basierte Lehr- und Prüfungssoftware Maple

T.A. basiert in der ab sofort lieferbaren Version 3.0 auf dem Kern von Maple 11, und in MapleNet 11 ist die gleichnamige Maple-Version komplett enthalten.

Auch wurden fast alle Zusatzprodukte für die Zusammenarbeit mit Maple 11 aktualisiert. Zu den erstmals erschienenen Toolboxes gehört der **BlockImporter for Simulink**, der aus einem laufenden Simulink komplette Simulationsmodelle oder auch Subsysteme einlesen kann. Diese werden dabei in Gleichungssysteme übertragen und können drastisch zusammengefasst werden. Neben der besseren Dokumentierbarkeit können dabei algebraische Schleifen eliminiert werden, die mit dem rein numerisch arbeitenden Simulink nicht zu behandeln sind.

Ein ganz anderes Anwendungsgebiet erschließt die **Financial Modeling Toolbox**, entstanden aus einer Zusammenarbeit mit Bloomberg Financial Services. Diese erlaubt die komfortable Bepreisung und Risikobewertung finanzmathematischer Konstrukte (Derivate, Optionen, etc.).

Das Mehrkörper-Simulationspaket **DynaFlexPro** von MotionPro (einem Spinoff der University of Waterloo) ist jetzt in der Version 3 erschienen und bringt eine grafische Benutzeroberfläche mit, die den Anwen-

der Schritt für Schritt durch Modellbildung, automatische Aufstellung der Bewegungsgleichungen, numerische Lösung und grafische Auswertung sowie Code-Generierung begleitet. Der zugehörige **Model Builder** zur grafischen Eingabe der Systeme ist im Grundpaket enthalten, muss also nicht mehr als JNLP-Applikation nachgeladen werden. Außerdem kann er dem Ingenieur geeignete Koordinatensysteme empfehlen.

Als weiterer Neuzugang im Drittentwickler-Programm **MapleConnect** sei **Geometry Expressions** von Saltire Software genannt, ein dynamisches Geometriesystem, das über eine Import- und Export-Schnittstelle zu Maple verfügt. Für den Einsatz von Maple in der Schule bietet die neue Themenseite Clickable Calculus (<http://www.clickablecalculus.com>) viele Beispielanwendungen, überwiegend aus der Analysis. Diese sind als interaktive Tutoren bzw. Assistenten bereits in Maple eingebaut. Ein Poster dazu mit Screenshots und historischen Erläuterungen ist auf Anfrage bei Scientific Computers erhältlich.

Weitere Informationen finden Sie unter <http://www.maplesoft.com> und <http://www.scientific.de>.

**KaleidaGraph**  
TOOLS for DISCOVERY

Nur €191  
F&L €136

Datenvisualisierung, Regression, statistische Analyse, unkompliziert, preiswert!

Ein umfassender Satz Werkzeuge für Grafik, Analyse und Kommunikation, die helfen, den Weg durch datenintensive Forschungsfelder zu finden.

Finden Sie heraus, warum KaleidaGraph weltweit für über 150.000 Wissenschaftler und Forscher der Favorit ist.

Testen Sie eine gratis Demoversion!

„...leistungsfähiges Datenanalyseprogramm“  
PhysikJournal 4(2005) 8/9, S. 111

**mathemas ordinate** [www.ordinate.de](http://www.ordinate.de)

**mathemas | ordinate**

**Wolfram Mathematica 6**  
Reinvented!

Wolfram  
Mathematica  
CERTIFIED RESELLER  
2007

>Gratis Trial - Version erhältlich <

„With one command in Mathematica Version 6 I can add controls to a graph which enable me to pan around and zoom into 2D plots and rotate 3D plots in real time, speeding up data exploration by orders of magnitude.“  
Frank Kampas, Physicist

[www.ordinate.de](http://www.ordinate.de)  
Neben Mathematica, KaleidaGraph, MathType, Extend, Intel-Software, Fortran, NS Basic etc. bieten wir auch Schulung an.

**MathType von Design Science**  
How Science Communicates

Profi-Version des MS Word Formeleditors

- arbeitet auch alleinstehend
- erstellt auch komplexere Formeln  $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{j=1}^n X_j^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{j=1}^n X_j \right)^2 \right)}$
- ist anwenderfreundlich
- wandelt ganze Word-Dokumente mit Formeln in Webseiten
- Demoversion erhältlich uvm.

Jetzt engl. Version 6: kompatibel mit Windows Vista, Word 2007, PowerPoint 2007, Formel-eingabe mit TeX/LaTeX, aus und in Wikipedia etc.

**mathemas ordinate** [www.ordinate.de](http://www.ordinate.de)  
Tel 0431 23 745-00 Fax -01

### Computeralgebrasysteme im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Thüringen

Wolfgang Moldenhauer (Bad Berka)

WMoldenhauer@thillm.thueringen.de



*Herr Wolfgang Moldenhauer ist Fachdirektor für Mathematik (Gymnasium) und Informatik am Thüringer Institut für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien (ThILLM) in Bad Berka. In dem Artikel beschreibt Herr Moldenhauer die Entwicklung, die Thüringen bei der Einführung von CAS im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht durchlaufen ist, und gibt einen Überblick über die mit oder ohne CAS im schriftlichen Zentralabitur und in einem hilfsmittelfreien Test in Klasse 11 erzielten Ergebnisse. Dabei erzielen Schüler mit dem genannten Hilfsmittel tendenziell bessere Resultate. Die Ergebnisse von Schülerbefragungen runden das Bild ab.*

*Heiko Knechtel*

Die derzeit durch das Thüringer Kultusministerium initiierte „Weiterentwicklung gymnasialer Ausbildung in Thüringen“ erfordert auch ein Nachdenken darüber, welchen Beitrag das jeweilige Fach zur Allgemeinbildung leistet. Für die Mathematik gilt dabei das Relevance Paradoxon nach M. Niss [7]. Es besagt, dass die Mathematik in immer mehr Bereiche des Lebens Einzug hält, dieses aber von den Menschen immer weniger wahrgenommen wird. Dabei ist die Mathematik eine Wissenschaft mit einer besonderen Kultur des Denkens. Sie hat eine ihr eigene Ästhetik und Schönheit, die sich allerdings, wie übrigens auch bei deutscher Literatur, Kunst und Musik, nicht jedem erschließt. Zudem hat Mathematik eine außerordentliche Funktionalität, die es erlaubt, viele Gebiete des Lebens besser zu ordnen und zu verstehen. Das Ziel eines Mathematikunterrichts muss es also sein, den Schülern ein stimmiges Bild von Mathematik zu vermitteln. Die Schule muss sich daher an beiden Aspekten orientieren und sollte in der Lage sein, den Schülern beides erfahrbar zu machen.

Es besteht weitestgehend Konsens, dass die Ermöglichung der folgenden drei Grunderfahrungen den Mathematikunterricht allgemeinbildend macht [4]:

- „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten), zu erwerben.“

Diese Charakterisierung war sowohl Grundlage für die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss als auch für die Einheitlichen Prüfungsanforderungen (EPA) für die Abiturprüfung Mathematik in der Fassung vom 24. Mai 2004. Der Einsatz von Computern mit geeigneter Software ist für alle drei Grunderfahrungen gleichermaßen bedeutsam und hilfreich:

Ein Computer ist ein leistungsfähiges Werkzeug zur Unterstützung von Modellbildungen und Simulationen. Er ermöglicht also die erste Grunderfahrung. Zum anderen kann geeignete Software – vor allem durch dynamische Visualisierungen – den Aufbau adäquater Grundvorstellungen mathematischer Begriffe und Ergebnisse positiv beeinflussen, was die zweite Grunderfahrung betrifft. Schließlich beflügelt der Computer durch die Möglichkeit heuristisch-experimentellen Arbeitens beim Problemlösen die dritte Grunderfahrung [6]. Folglich sind in den EPA an mehreren Stellen Öffnungen für neue Werkzeuge (GTR, CAS, Internet) vorgenommen worden. So wird z. B. in der Fachpräambel formuliert: „Neue Technologien können zur Unterstützung ... wirksam eingesetzt werden. Insbesondere können Rechner ... den Aufbau von Grundvorstellungen mathematischer Begriffe unterstützen, als leistungsfähiges Werkzeug bei Modellbildung und Simulation verwendet werden und heuristisch-experimentelles Arbeiten fördern.“

Seit Beginn des Schuljahres 1999/2000 wird in Thüringen der Einsatz des TI-89 im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der gymnasialen Oberstufe erprobt [9]. Im Schuljahr 1999/2000 gab es acht Schulen, die an einer Erprobung teilnahmen: Friedrichgymnasium Altenburg, Zabel-Gymnasium Gera, Albert-Schweitzer-Gymnasium Sömmerda, Tilesius-Gymnasium Mühlhausen, Goetheschule Ilmenau (Spezialschulteil), Albert-Schweitzer-Gymnasium Ruhla, Albert-Schweitzer-Gymnasium Erfurt (Spezialschul-



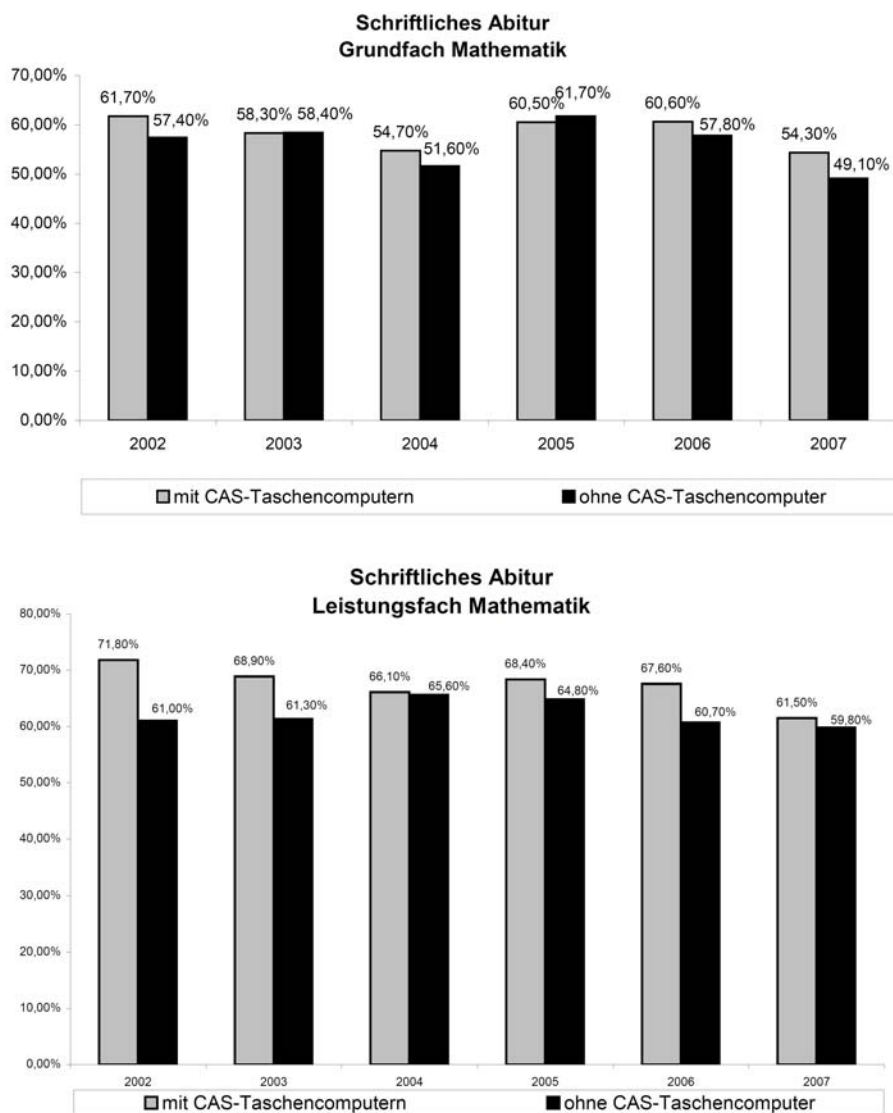
teil), Staatliche Berufsbildende Schule 2 Nordhausen. Durch eine Zusammenlegung von Kursen kam im Schuljahr 2000/2001 das Lerchenberggymnasium Altenburg hinzu.

Der Erfolg der Erprobung führte zu einem Rundschreiben des TKM im April 2002 an die Gymnasien, Gesamtschulen, Kollegs und beruflichen Gymnasien, in dem es heißt: „Thüringer Schulen mit gymnasialer Oberstufe können eine Genehmigung zur Nutzung von CAS-Taschenrechnern beim Thüringer Kultusministerium, Referat 3A4, ab dem Schuljahr 2002/2003 über das jeweils zuständige Staatliche Schulamt beantragen. Dabei haben die Schulen die Verfügbarkeit der Geräte und die Fortbildung der Lehrer in eigener Verantwortung abzusichern und ihr diesbezügliches Vorgehen im Antrag darzustellen.“

Rund ein Drittel der Thüringer Gymnasien stellt sich derzeit diesem Anspruch und nutzt ein Computeralgebrasystem im mathematisch-naturwissenschaftlichen

Unterricht der gymnasialen Oberstufe. Im analytischen Landesbericht zum Abitur 2006 wurden erstmalig im Auftrag des Thüringer Kultusministeriums die Ergebnisse im Mathematikabitur für Schüler ausgewertet, die einen CAS-Taschencomputer in der Prüfung nutzten und mit den Ergebnissen der Schüler verglichen, die ohne ein derartiges Hilfsmittel arbeiteten (siehe [www.kompetenztest.de](http://www.kompetenztest.de)). Das Resultat lautet: Durch die Anwendung eines CAS-Taschencomputers wird ein durchschnittlich höherer Punktestand von den Schülern erreicht.

Die nachfolgende Übersicht<sup>1</sup> zeigt, dass dieses im analytischen Landesbericht zum Abitur 2006 enthaltene Resultat nicht neu ist, denn die Ergebnisse der Schulen, die einen CAS-Taschencomputer im Unterricht benutzen, sind seit dem erstmals 2002 durchgeführten „CAS-Zentralabitur“ tendenziell besser als diejenigen der Schulen, die kein CAS einsetzen.



<sup>1</sup>Die Ergebnisse aus den Jahren 2002 bis 2005 bzw. 2007 wurden auf Schulebene erhoben, durch die Fachberater auf Schulamtschulebene zusammengeführt und für das Land durch das ThILLM aufsummiert.

Anteil der Abiturienten mit CAS-Nutzung:

**Grundfach:**

6,7%	7,5%	8,8%	13,6%
2004	2005	2006	2007

**Leistungsfach:**

8,7%	13,3%	12,5%	23,4%
2004	2005	2006	2007

Dabei schreiben die Schüler, die mit CAS gearbeitet haben, ein vom Anforderungsniveau her modifiziertes, aber gleichwertiges Abitur, das von einer zentralen Aufgabenkommission erstellt wird. Der Prozess der Erstellung der Abiturarbeiten wird u. A. in [8] ausführlich beschrieben.

Das erwähnte Resultat lässt sich etwa durch folgende Argumente erklären: Der Unterricht erfolgt auch in den CAS-Klassen auf der Grundlage der Thüringer Lehrpläne. Der Einsatz von CAS-Rechnern verändert u. A. die Zeitrelation zwischen Ansatzfindung, Rechnung und Reflexion. Da die Schüler von monotonen Rechnungen entlastet werden, verschiebt sich der Schwerpunkt deutlich. Es bleibt mehr Zeit

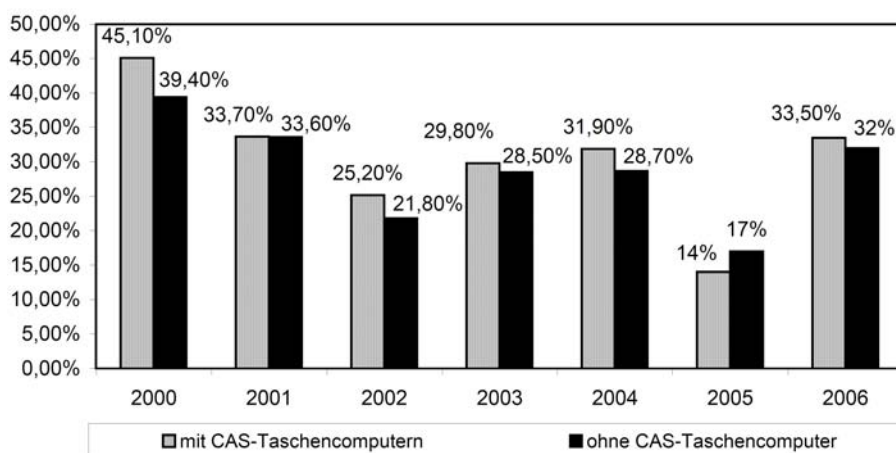
für die Analyse von Zusammenhängen, für Modellierungsaufgaben oder Problemdiskussionen. Aufgaben können realitätsnäher werden, da der Gegensatz zwischen Praxisnähe und Lösbarkeit (Aufwand zur Lösung) aufgehoben wird. Kontrollverfahren wie Proben und Überschläge gewinnen an Wert und ermöglichen eine rasche Selbstkontrolle. Wege zur Lösung (Arbeitsphasen am Rechner) müssen dokumentiert werden. Das Verfassen von Kommentaren bzw. Erläuterungen fördert die Auseinandersetzung mit dem Sachverhalt und lässt auch Raum zur Reflexion über Nutzen und Schönheit der Mathematik.

Bei der Suche nach einer Erklärung für das beschriebene Resultat werden im analytischen Landesbericht zwei Möglichkeiten aufgeführt:

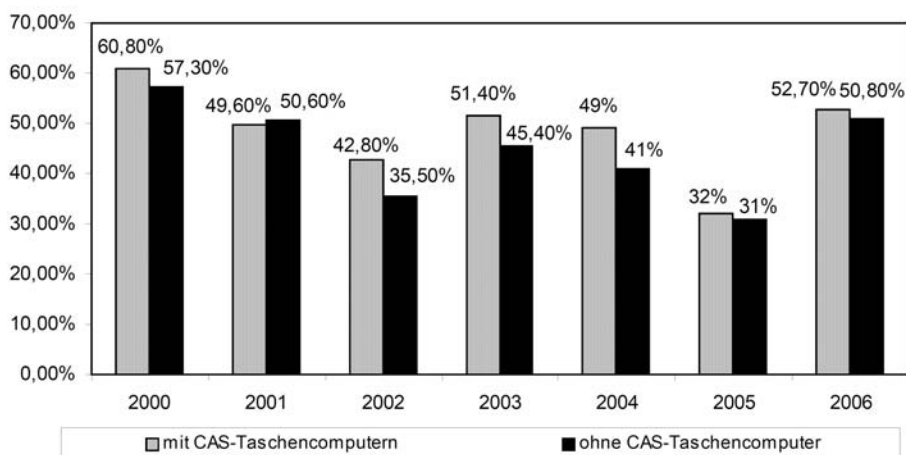
a) Eine Ursache könnte sein, „dass die speziellen Aufgaben für die Schüler mit Computeralgebrasystemen vom Schwierigkeitsgrad her zu gering waren.“

b) „Eine andere mögliche Erklärung für die gefundenen Unterschiede wäre, dass die Verwendung von CAS-Taschencomputern zumindest bei intensiver Nutzung, also im Leistungskurs, eine effektive Lernhilfe darstellt.“

**Test ohne Hilfsmittel Klasse 11  
Grundfach Mathematik**



**Test ohne Hilfsmittel Klasse 11  
Leistungsfach Mathematik**



Insbesondere der Argumentation a) begegnet man in Gesprächen mit Lehrern, die sich einem Einsatz eines CAS entziehen, häufig. Diese Argumentation wird aber durch die nachfolgend beschriebenen Untersuchungen entkräftet.

Seit dem Jahr 2000 wurden Tests ohne Hilfsmittel in Klasse 11 durchgeführt, die das erwähnte Resultat immer wieder bestätigten. Dieser Test wird von allen Schülern aus den CAS-Schulen und Schülern aus Vergleichsschulen ohne CAS-Nutzung absolviert. Insgesamt wurden in den sieben Jahren in Thüringen mehr als 10.000 Schüler erfasst. Das erwähnte Resultat [5] ordnet sich in internationale sowie nationale Untersuchungen ein, die belegen, dass Schüler mit dem genannten Hilfsmittel tendenziell bessere Resultate erzielen [1], [2], [3].

### Bemerkungen zu den Tests:

Bei der Konstruktion der Tests wurde vereinbart, dass sich die Tests in starkem Maße an die der Vorjahre anlehnen, um eine gute Vergleichbarkeit über die Jahre hinweg abzusichern. Die Schwerpunkte im Test waren und sind: Rechnen mit Zahlen, Umgehen mit Termen, Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme, Kenntnisse über Funktionen, Geometrie, Stochastik und Modellierung. Der Stichprobenumfang hat sich von  $n = 787$  im Jahre 2000 auf  $n = 2152$  im Jahre 2006 kontinuierlich erhöht. Insgesamt wurden in den sieben Jahren mehr als 10.000 Schüler erfasst.

Zusätzlich wurden 2001 und 2005 alle im CAS-Projekt beteiligten Schüler befragt. Die Ergebnisse sind in der nachfolgende Tabelle zusammengefasst. Skalierung: 1 (trifft voll zu) bis 6 (trifft überhaupt nicht zu).

Jahr der Befragung	2001	2005
Stichprobenumfang	846	1665
Der Umgang mit dem TI-89 bereitet mir keine großen Probleme.	2,32	2,21
Der TI-89 erhöht für mich die Anschaulichkeit beim Aufgabenlösen.	2,23	2,00
Der TI-89 hilft mir, Fehler zu vermeiden.	2,63	2,47
Durch die Nutzung des TI-89 kann ich schneller arbeiten.	1,95	1,81
Den TI-89 nutze ich auch in anderen Fächern.	2,61	2,93
Der TI-89 bringt mir ein Gefühl höherer Sicherheit beim Lösen von Aufgaben.	2,44	2,23
Der TI-89 gibt mir mehr Möglichkeiten der Kontrolle von Lösungen.	2,02	1,90
Mathematikunterricht gefällt mir gut.	2,81	2,63

Es fällt auf, dass sich zwischen den beiden Befragungen nur sehr minimale Veränderungen ergaben, die aber dokumentieren, dass die CAS-Taschencomputer von den Schülern akzeptiert werden.

Lediglich bei der Nutzung in anderen Fächern ist eine geringe Verschlechterung festzustellen. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass in den anderen Fächern ein CAS-Taschencomputer tendenziell nur wenig eingesetzt wird.

Die Lehrer der CAS-Schulen werden durch den Arbeitskreis CAS am ThILLM in ihrer Arbeit unterstützt. Schülermaterialien und Lehrerhefte wurden auf der Basis des Thüringer Lehrplans erarbeitet. Zentrale, regionale und schulinterne Veranstaltungen sind nachgefragt. So wird z. B. das neue Schuljahr seit sechs Jahren im September mit einer Regionalkonferenz begonnen, an der ca. 120 Lehrer teilnehmen. Thüringen hat aktuell 96 Gymnasien.

## Literatur

[1] Heugl, H., Klinger, W., Lechner, J.: *Mathematik-Unterricht mit Computeralgebrasystemen*. Addison-Wesley, 1996

[2] <http://www.acdca.ac.at/german>  
(Stand: September 2007)

[3] [www.math.unm.edu/ACA/2003/Proceedings/education.html](http://www.math.unm.edu/ACA/2003/Proceedings/education.html)  
(Stand: September 2007)

[4] Winter, H.: *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 61, 1995, 37-46

[5] Langlotz, H., Moldenhauer, W., Zappe, W.: *Zum Einsatz von Computeralgebrasystemen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Thüringen*. TPhV ProGymnasium 2/2007, 14-15

[6] Henn, H.-W.: Mathematik und der Rest der Welt. MNU 60(5), 2007, 260-265

[7] Niss, M.: *Om folkeskolelaereruddannelsen i det vigtige fag matematik* in Peter Bollerslev (ed.): *Den nye matematik i Danmark – en essaysamling*, Copenhagen, Gyldendal, 1979, 107-122

[8] Moldenhauer, W. et. al.: *Abiturprüfung Mathematik mit CAS*. ThILLM, Reihe Materialien, Heft 125, Bad Berka 2006

[9] Brenner, H.-J., Eckert, U., Kurtz, B.-G., Langlotz, H., Moldenhauer, W., Zappe, W.: *Erfahrungen aus dem Thüringer CAS-Projekt*. In: Tagungsband *Computeralgebra in Lehre, Ausbildung und Weiterbildung III*, Kloster Schöntal, 2002, 29-38

---

## Publikationen über Computeralgebra

---

- Bronshtein, I. N., Semendyayev, K. A., Musiol, G., Mühlig, H., *Handbook of Mathematics, 5th ed.*, based on the 6th German edition „Taschenbuch der Mathematik“, Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/Main, 2005, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 1157 Seiten, ISBN 978-3-540-72121-5, € 64,15.\*
- Cannon, J., Playoust, C., Bosma, W., *Algebraic Programming with Magma II. An Introduction to the Magma Categories*, Volume package: Algebraic Programming with Magma, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 300 Seiten, ISBN 3-540-62747-2, € 34,50.
- Carlet, C., Sunar, B. (Eds.), *Arithmetic of Finite Fields, First International Workshop, WAIFI 2007*, Series: Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4547, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 355 Seiten, ISBN 978-3-540-73073-6, € 55,64.\*
- Cox, D., Little, J., O'Shea, D., *Ideals, Varieties, and Algorithms. An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, 3rd ed.*, Series: Undergraduate Texts in Mathematics, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 551 Seiten, ISBN 978-0-387-35650-1, € 45,96.\*
- Delfs, H., Knebl, H., *Introduction to Cryptography, Principles and Applications, 2nd ed.*, Series: Information Security and Cryptography, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 368 Seiten, ISBN 978-3-540-49243-6, € 44,95.\*
- Enns, R. H., McGuire, G. C., *Computer Algebra Recipes. An Advanced Guide to Scientific Modeling*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 374 Seiten, ISBN 978-0-387-25768-6, € 50,24.\*
- Ganzha, V. G., Mayr, E. W., Vorozhtsov, E. V. (Eds.), *CASC 2007 – 10th International Workshop on Computer Algebra in Scientific Computing*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Proceedings Series: Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4770, 2007, 460 Seiten, ISBN 978-3-540-75186-1, € 64,20.\*
- Greuel, G.-M., Pfister, G., *A Singular Introduction to Commutative Algebra, 2nd ed.*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2008, 689 Seiten, ISBN 978-3-540-73541-0, € 53,45.\*
- Kauers, M., Kerber, M., Miner, R., Windsteiger, W. (Eds.), *Towards Mechanized Mathematical Assistants, 14th Symposium, Calculemus 2007, 6th International Conference, MKM 2007*, Hagenberg, Austria, June 27-30, 2007, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Proceedings Series: Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4573, 2007, 407 Seiten, ISBN 978-3-540-73083-5, € 56,00.\*
- Klein, A., *Visuelle Kryptographie*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 167 Seiten, ISBN 978-3-540-72361-5, € 24,95.\*
- Lehmann, E., *Nachhaltige CAS-Konzepte für den Unterricht*, Eigenverlag, 260 Seiten, [www.snafu.de/~mirza](http://www.snafu.de/~mirza), € 20,00.\*
- Lynch, S., *Dynamical Systems with Applications using Mathematica*, Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, 2007, 488 Seiten, ISBN 978-0-8176-4482-6, € 53,39.\*
- Sendra, J. R., Winkler, F., Pérez-Díaz, S., *Rational Algebraic Curves. A Computer Algebra Approach*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Series: Algorithms and Computation in Mathematics, Vol. 22, 2007, 267 Seiten, ISBN 978-3-540-73724-7, € 64,15.\*
- Shingareva, I. K., Lizárraga-Celaya, C., *Maple and Mathematica: A Problem Solving Approach for Mathematics*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 263 Seiten, ISBN 978-3-211-73264-9, € 39,95.\*
- Trölß, J., *Angewandte Mathematik mit Mathcad. Lehr- und Arbeitsbuch. Band 1: Einführung in Mathcad, 2nd ed.*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 474 Seiten, ISBN 978-3-211-71178-1, € 49,95.\*
- Trölß, J., *Angewandte Mathematik mit Mathcad. Lehr- und Arbeitsbuch. Band 2: Komplexe Zahlen und Funktionen, Vektoralgebra und Analyti-*

sche Geometrie, Matrizenrechnung, Vektoranalysis, 2nd ed., Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 545 Seiten, ISBN 978-3-211-71176-7, € 49,95.\*

- Trölß, J., *Angewandte Mathematik mit Mathcad. Lehr- und Arbeitsbuch. Band 3: Differential- und Integralrechnung*, 2nd ed., Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 486 Seiten, ISBN 978-3-211-71180-4, € 49,95.\*

- Trölß, J., *Angewandte Mathematik mit Mathcad. Lehr- und Arbeitsbuch. Band 4: Reihen, Transformationen, Differential- und Differenzgleichungen*, 2nd ed., Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, 481 Seiten, ISBN 978-3-211-71182-8, € 49,95.\*

- Wang, D., Zhi, L. (Eds.), *Symbolic-Numeric Computation*, Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Series: Trends in Mathematics, 2006, 394 Seiten, ISBN 978-3-7643-7983-4, € 85,49.\*

\* Diese Bücher können auf der Seite <http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/Buecher/> oder direkt bei Johannes Grabmeier ([johannes.grabmeier@fh-deggendorf.de](mailto:johannes.grabmeier@fh-deggendorf.de)) zur Besprechung angefordert werden. Auf der Webseite finden Sie auch noch weitere, hier nicht genannte Bücher zur Besprechung.

---

## Besprechungen zu Büchern der Computeralgebra

---

### D. M. Wang, Z. M. Zheng Differential Equations with Symbolic Computation

Birkhäuser Verlag Basel, 2005, 374 Seiten, ISBN 978-3-7643-7368-9, € 85,49

Dieser Band entstand als Folge des *Seminar on Differential Equations with Symbolic Computation*, das 2004 in Peking organisiert wurde. Neben Ausarbeitungen zu Vorträgen, die auf dem Seminar gehalten wurden, enthält es auch einige Beiträge von Wissenschaftlern, die zwar eingeladen wurden, aber nicht nach Peking kommen konnten. Hinzugekommen ist noch die englische Übersetzung einer bisher nur auf chinesisch erschienen Arbeit von Wu Wen-Tsun von 1991, die einen Spezialfall von involutiven Basen einführt.

Thematisch können die Artikel grob in drei Bereiche gegliedert werden. Der erste Teil des Buchs beschäftigt sich mit symbolischen Berechnungen in der qualitativen Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen; neben Stabilitätsanalysen sind hier vor allem Fragestellungen aus dem Umfeld des 16. Hilbertschen Problems behandelt worden. Im zweiten Teil geht es um symbolische Lösungsverfahren, insbesondere mittels Reduktions- und Faktorisierungstechniken. Der letzte Teil enthält einige Arbeiten zur differentiellen Elimination bzw. zu Vervollständigungs- und Zerlegungsalgorithmen.

Im Einzelnen sind folgende Arbeiten in dem Buch enthalten: S. Lynch, *Computation of Lyapunov Quantities and the Second Part of Hilbert's Sixteenth Problem*; C. Christopher, *Estimating Limit Cycle Bifurcations from Centers*; W. T. Huang, Y. R. Liu, *Conditions of Infinity to be an Isochronous Center for a Class of Differential Systems*; J. Giné, J. Llibre, *Darboux Integrability and Limit Cycles for a Class of Polynomial Differential Systems*; V. G. Romanovski, D. S. Shafer,

*Time-Reversibility in Two-Dimensional Polynomial Systems*; S. C. Ning, Z. M. Zheng, *On Symbolic Computation of the LCS of N-Dimensional Dynamical Systems*; W. N. Zhang, R. Yan, *Symbolic Computation for Equilibria of Two Dynamic Models*; Z. J. Jing, R. Q. Wang, L. N. Chen, J. Deng, *Attractive Regions in Power Systems by Singular Perturbation Analysis*; J. Z. Lei, L. J. Yang, *Algebraic Multiplicity and the Poincaré Problem*; S. L. Ma, *Formalizing a Reasoning Strategy in Symbolic Approach to Differential Equations*; V.F. Edneral, *Looking for Periodic Solutions of ODE Systems by the Normal Form Method*; G. T. Chen, Y. J. Ma, *Algorithmic Reduction and Rational General Solutions of First Order Algebraic Differential Equations*; M. A. Barkatou, T. Cluzeau, J. A. Weil, *Factoring Partial Differential Systems in Positive Characteristic*; M. Wu, *On the Factorization of Differential Modules*; W. Hereman, M. Colagrosso, R. Sayers, A. Ringler, B. Deconinck, M. Nivala, M. Hickman, *Continuous and Discrete Homotopy Operators and the Computation of Conservation Laws*; T. Wolf, *Partial and Complete Linearization of PDEs based on Conservation Laws*; R. X. Yao, Z. B. Li, *A Maple Package to Construct the Conservation Laws for Nonlinear Evolution Equations*; G. Carrá Ferro, *Generalized Differential Resultant Systems of Algebraic ODEs and Differential Elimination Theory*; W. T. Wu, *On "Good" Bases of Algebraico-Differential Ideals*; W. T. Wu, *On the Construction of Groebner Bases of a Polynomial Ideal based on Riquier-Janet Theory*.

Werner M. Seiler (Kassel)

### 1. CASK – Computeralgebra-Symposium Konstanz

Konstanz, 15. – 16.03.2007

<http://www.cask.htwg-konstanz.de>

Mehr als 30 Wissenschaftler und Hochschullehrer trafen sich am 15. und 16. März 2007 zu einem interdisziplinären Erfahrungsaustausch über den Einsatz von Computeralgebrasystemen (CAS) in Lehre, industrieller Anwendung und Forschung. Die Veranstaltung wurde von der Fachgruppe Computeralgebra sowie von LARS (baden-württembergisches Programm, mit dem u. A. die Teilnahme von ProfessorInnen des Landes an Seminaren zu Fragen der Lehre finanziert wird) unterstützt. Die Vorträge deckten viele Aspekte ab: angefangen vom Einsatz von Computeralgebra (CA) in Chemie, Strömungsmechanik und Quantenphysik über Mathematik und Industrie bis zu didaktischen Erfahrungen beim Einsatz in der Mathematikausbildung.

Nach der Eröffnung durch Frau Michaelen, Vizepräsidentin der HTWG Konstanz, wurde im Eröffnungsvortrag von Herrn Kerber die Bedeutung der CA für die Generierung von chemischen Strukturformeln beschrieben und das CAS MOLGEN demonstriert. Aus Heilbronn berichtete Herr Werner über die Erfahrungen seiner Hochschule mit der Umstellung von Maple auf MuPAD. Dass sich durch den Einsatz eines CAS aufwändige numerische Auswertungen der Riemannschen Zetafunktion gut bewältigen lassen und Ergebnisse anschaulich dargestellt werden können, zeigte Herr Grobstich.

Bei der energetischen Analyse des Rayleigh-Stokes-Problems für die plötzlich in Gang gesetzte sowie die oszillierende Platte können mit CA die Auswertungen der analytischen Lösungen durchgeführt und visualisiert werden, wie Herr Bühler demonstrierte. Herr Hackenbracht stellte die Simulation einer Zug-Radbremsscheibe zur Untersuchung des Temperaturverlaufs vor, eine Arbeit, die in Kooperation mit der Deutschen Bahn AG entstand. Frau Karbalai stellte die neue Mathematica-Version 6.0, Herr Richard Maple 11 vor. Herr Janetzko demonstrierte die von ihm entwickelte universelle CA-Oberfläche CATO.

Danach war es Zeit für eine Besichtigung der neuen Ausgrabungen des römischen Kastells in Konstanz und ein gemeinsames Abendessen.

Am nächsten Morgen beschrieb Herr Alpers die Gestaltungsmöglichkeiten eines zur Vorlesung parallelen Maple-Skripts und die Einsatzmöglichkeiten zur Unterstützung der Vorlesung. Herr Henn diskutierte die Frage, ob es sich beim Einsatz von CAS in der Schule um neue Schläuche handle, durch die der alte Wein der Mathematik besser verdaulich wird, oder ob vielmehr durch sie junger Wein, d. h. neue mathematische Inhalte, die ohne CAS nicht vermittelbar seien, also, um im Bild zu bleiben, die alten Schläuche zerreißen lassen würden, in die Schulen käme. Dass Sudokus nicht nur ein interessanter Zeitvertreib sind, sondern etliche mathematische Fragen aufwerfen, z. B. wie viele verschiedene und „wesentlich verschiedene“ es von ihnen gibt oder wie viele Ziffern vorgegeben sein müssen, um ein Sudoku lösen zu können, davon berichtete Herr Neunhöffer. Mit einer engagierten Diskussion zum Thema „Mathematik im Zeitenwandel! Mathematik im Gegenwind?“ endete die Veranstaltung.

Zwischen den Vorträgen wurden viele Anregungen zum Einsatz von Computeralgebra und Informationen über spezielle Fähigkeiten aufgegriffen und an verschiedenen PCs an

Hand eigener oder interessanter, neuer Fragestellungen ausprobiert. So ergab sich ein intensiver Erfahrungsaustausch. Der Tagungsband mit CD, der die Vortragstexte sowie interessante Notebooks und Worksheets enthält, wird in Kürze erscheinen und kann bei mir ([heinrich@htwg-konstanz.de](mailto:heinrich@htwg-konstanz.de)) angefordert werden. Die Kosten betragen 10 €; für ProfessorInnen an Fachhochschulen Baden-Württembergs ist er umsonst.

Das Computeralgebra-Symposium Konstanz wird voraussichtlich am 12. und 13. März 2009 erneut stattfinden. Nähere Informationen sind auf der Internet-Seite <http://www.cask.htwg-konstanz.de> zu finden.

Titel aller Vorträge: B. Alpers: Mathematikvorlesung mit Maple-Skript; K. Bühler: Energetische Analyse des Rayleigh-Stokes-Problems; V. Gerdt, R. Kragler, A. Prokopenya: A Mathematica Package for Construction of Circuit Matrices in Quantum Computation; P. Grobstich: Die Nullstellen der Zetafunktion und die Verteilung der Primzahlen; D. Hackenbracht: Simulation einer Zugbremse; W. Henn: Computer in der Schule – junger Wein oder neue Schläuche?; H.-D. Janetzko: CATO – ein neuer Zugang zu CA; M. Karbalai: Neues zu Mathematica (Preview auf die Version 6.0); W. Kerber: Graphen in der Chemie; M. Neunhöffer: Sudokus und Symmetrie; T. Richard: Neue Features in Maple 11 und Zusatzprodukten; W. Werner: Hochschule Heilbronn: Von Maple zu MuPAD

Elkedagmar Heinrich (Konstanz)

### 2. Gemeinsame Jahrestagung der DMV und der GDM 2007

Berlin, 25. – 30.03.2007

<http://www.dmv-gdm-2007.math.hu-berlin.de>

#### Minisymposium „Computeralgebra und ihre Didaktik“

Einen ausführlichen Bericht zu diesem Minisymposium finden Sie auf S. 8 in diesem Rundbrief.

### 3. CAPP 2007 – DESY School on Computer Algebra and Particle Physics

Zeuthen, 25. – 30.03.2007

<http://www-zeuthen.desy.de/theory/capp2007/>

Zum zweiten Mal fand Ende März am DESY Zeuthen die DESY School on Computer Algebra and Particle Physics (CAPP 2007) statt.

Die Veranstaltung richtete sich in erster Line an Diplomanden, Doktoranden und junge Wissenschaftler im Bereich der Hochenergiephysik. Ziel war die Vermittlung theoretischer und praktischer Grundlagen an der Schnittstelle zwischen moderner Computeralgebra und Teilchenphysik. Der moderne Vorlesungssaal mit Computerplätzen für jeden der ca. 30 Teilnehmer bot eine ideale Umgebung für die Umsetzung dieses Konzepts.



Die Schwerpunkte waren Techniken und Werkzeuge zur Auswertung von Schleifen-Integralen sowie Software zur Generierung von Feynman-Diagrammen und deren automatische Berechnung.

Ein großer Teil der Vorträge wurde so gestaltet, dass die Teilnehmer parallel zum Vortrag an einfachen aber auch komplexeren Beispielen die jeweiligen Werkzeuge ausprobieren konnten. So wurde im Rahmen des Workshops nicht nur theoretisches Wissen vermittelt, sondern es entstand auch eine kleine Bibliothek von leicht abwandelbaren Code-Beispielen.

Die einhellig positive Resonanz der Teilnehmer unterstreicht die Attraktivität und den Nutzen eines solchen Workshops zu diesem innerhalb der Teilchenphysik immer wichtigeren Thema.

Michael Wick (München)

#### 4. ACAT 2007 – Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics

Amsterdam, 23. – 27.04.2007

<http://www-zeuthen.desy.de/main/html/aktuelles/workshops.html>

Die ACAT-Konferenzreihe beschäftigt sich mit Computing-Aspekten der Hochenergiephysik. Sie ist in drei Gruppen gegliedert: Grid Computing und Data Acquisition, Analysetechniken und Simulation sowie Computeralgebra und Algorithmen.

Für Zwecke dieses Rundbriefs ist nur die dritte Gruppe interessant. Hier lagen die Schwerpunkte einerseits auf der Berechnung von Multi- (aber besonders 2-) Schleifen-Integralen, andererseits auf der Entwicklung von Generatoren, d. h. Programmen zur Simulation von Ereignissen im Detektor. Letzteres ist natürlich bedingt durch den in Kürze startenden LHC. Obgleich auf ersterem Gebiet erhebliche Fortschritte gemacht wurden, ist der Aufbau einer benutzerfreundlichen Bibliothek aller 2-Schleifen-Integrale, die sicher viele phänomenologische Rechnungen zur Folge hätte, zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht möglich. Erfreulich ist aber, dass einige erst kürzlich entwickelte Methoden bereits den Weg in Übersichtsvorträge geschafft haben.

An Hauptvorträgen seien besonders erwähnt Les Hattons „To What Extent Can We Rely on the Results of Scientific Computations?“ und Lenore Mullins „Theoretical Foundations for Computational Physics: Numerical, Symbolic and Algebraic Computing Grand Challenges: An NSF View“. Ob allerdings die nach Ansicht Frau Mullins unbedingt zu entwickelnde algebraische Programmiersprache in naher Zukunft das Computing revolutionieren wird, bleibt abzuwarten.

Thomas Hahn (München)

#### 5. Tagung der Fachgruppe Computeralgebra

Kaiserslautern, 29. – 31.05.2007

<http://www.mathematik.uni-kl.de/~malle/CA2007/ca2007.htm>

Einen ausführlichen Bericht zu dieser Tagung der Fachgruppe finden Sie auf S. 9 in diesem Rundbrief.

#### 6. CoCoA 2007 – International School on Computer Algebra

RISC Institut, Hagenberg (Österreich), 18. – 22.06.2007

<http://cocoa.dima.unige.it/conference/cocoa2007/>

Vor acht Jahren als Zusatzangebot zur Serie der CoCoA-Konferenzen gegründet, fand die CoCoA-Schule dieses Jahr bereits zum fünften Mal statt. Die vorangegangenen Schulen waren 1999 in Turin (Italien), 2001 in Kingston (Kanada), 2003 in Cadiz (Spanien) und 2005 in Alghero (Sardinien/Italien). Wie jedes Mal nahm ein internationales, breit gestreutes Feld von insgesamt 27 Diplomanden, Doktoranden und Post-Docs teil.

Es gab zwei Kurse: Lorenzo Robbiano (Genua) trug über „Approximate Methods in Commutative Algebra“ vor und Aldo Conca (Genua) über „Betti Numbers and Generic Initial Ideals“. Jeder Kurs bestand aus fünf Vorträgen zu je 75 Minuten. Dazu gab es nachmittags die traditionellen CoCoA-Tutorien von je 90 Minuten zu beiden Kursen sowie abendliche Sitzungen bis in die späte Nacht. Die Tutorien wurden von Anna Bigatti (Genua) und dem Berichterstatter geleitet. Ferner wurde eine Poster-Session veranstaltet, bei der die Teilnehmer ihre aktuellen Arbeiten vorstellen konnten.

Ein besonderer Dank gebührt dem RISC Institut für die hervorragende Unterstützung, insbesondere der lokalen Organisatorin Camelia Rosenkranz, Prof. Bruno Buchberger für die Aufnahme der Schule in den „RISC Summer 2007“ und das gespendete Konferenzdinner sowie der Firma Shell International Exploration and Production (SIEP), Rijswijk (Niederlande) und der Universität Genua für die finanzielle Unterstützung.

Martin Kreuzer (Passau)

#### 7. CADGME – First Central and Eastern European Conference on Computer Algebra and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Education

Pécs, Ungarn, 20. – 23.06.2007

<http://materv.pmmf.hu/cadgme/>

Die „First Central- and Eastern European Conference on Computer Algebra and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Education“ fand an der Universität von Pécs, Ungarn, vom 20. bis zum 23. Juni 2007 statt. Ca. 140 Teilnehmer kamen bei sengender Hitze zusammen. Die eingeladenen Hauptvorträge hielten Bruno Buchberger (RISC, Universität Linz): *Lazy Thinking: A reasoning strategy for inventing algorithms*, Vlasta Kokol-Voljc (Universität Maribor, Slowenien): *Assessment in CAS and DGS environment*, Colette Laborde (Université Joseph Fourier, Grenoble): *The design of tasks taking full advantage of dynamic geometry: what kinds of knowledge does it require from teachers?*, Kenneth Ruthven (University of Cambridge): *Herschel's heritage and today's technology integration: a postulated parallel*, und Edith Schneider (Universität Klagenfurt): *CAS as didactical challenge*.

Zudem gabe es eine Vielzahl von weiteren Vorträgen, u. A. auch in verschiedenen Arbeitsgruppen: *Automated Reasoning and Mathematical Education*, *Computer-aided Experiments and Visualization in Education*, *Future Trends in Interactive Geometry*, *Informatical Concepts and CAS*, *Integrated Use of Tool in Mathematics Education*, *Relating procedural and conceptual knowledge of mathematics through*

*CAL und Research perspectives of the impact of dynamic mathematics on teaching and learning.*

Bemerkenswert war, dass ein großer Anteil der Teilnehmer aus Kanada und den USA kam. Daher ist es nicht verwunderlich, dass nach dem Vorbild des CADGME Ende September 2007 die „First Canadian Computer Algebra and Dynamic Geometry in Mathematics Education (CCADGME) conference“ an der Nipissing University stattfand. Es ist geplant, dass weitere Konferenzen der CADGME-Serie stattfinden, was angesichts der Aktualität des Themas überaus wünschenswert ist. Zu hoffen bleibt, dass bei der zweiten CADGME der Anteil der deutschen Teilnehmer steigt, die diesmal nur vereinzelt anzutreffen waren. Hier fehlt die Anbindung der deutschen Forschungslandschaft der Mathematikdidaktik an die internationale Szene.

Ulrich Kortenkamp (Schwäbisch Gmünd)

## 8. MEGA 2007 – Effective Methods in Algebraic Geometry

Strobl, Österreich, 24. – 30.06.2007

<http://www.ricam.oeaw.ac.at/mega2007/>

Die MEGA-Konferenz fand heuer am schönen Wolfgangsee statt. Die Beiträge kamen aus einem breiten Spektrum von Gebieten wie Codierungstheorie, Lie-Algebren, Komplexität, tropische Geometrie, approximative Methoden, Invariantentheorie, Differentialgleichungen und rechnerische kommutative Algebra. Die Hauptvortragenden waren Thomas C. Hales, Ilia Itenberg, Michael Stoll und Peter Bürgisser. Abgesehen von den Hauptvorträgen fanden 23 eingereichte Vorträge, acht Kurzvorträge und vier Softwarevorführungen statt. Ein Höhepunkt war für mich der Vortrag von Itenberg über „Enumerative tropical geometry“, der als fast reiner Tafelvortrag den Weg von Problemen in der „reellen“ Welt hin zu deren Lösung mit Hilfe von tropischer Geometrie und einer Einführung in die tropische Geometrie ging.

Aus der Konferenz wird ein Sonderband des Journal of Symbolic Computation hervorgehen. Eingeladen zur Einreichung von Manuskripten (bis zum 31.10.2007) sind die Teilnehmer, aber auch auswärtige Beiträge werden berücksichtigt.

Gregor Kemper (München)

## 9. ICTMA13 – 13th International Conference on the Teaching of Mathematical Modeling and Applications

ICTMA13 gehört zu einer in zweijährigem Abstand stattfindenden Kongress-Reihe, die sich als weltweites Forum für die Vorstellung von und den Austausch über Informationen, Erfahrungen und Ideen bezüglich Lehren, Lernen und Beurteilen im Problemfeld „mathematisches Modellieren und Anwendungen der Mathematik“ versteht. Das Spektrum umfasst alle Bereiche von der Primarstufenausbildung bis hin zur tertiären und universitären Ausbildung. Die diesjährige ICTMA13 ist ein Sonderfall: Wegen der Unruhen in Nepal Anfang 2006 fand die „Haupt-ICTMA“ vom 22. – 26.07.2007 an der University of Indiana, USA, statt. Vorher fand an der Kathmandu University, Dhulikhel, Nepal, vom 24. – 29.06.2007 eine Satellite-Conference statt.

Kathmandu University, Dhulikhel, Nepal, 24. – 29.06.2007

<http://www.ku.edu.np/ictma13/>

Die Kathmandu-University (KU), eine Privatuniversität, war unter Leitung von Prof. Tuladhar die Veranstalterin; Tagungsort war der Hauptcampus der KU in Dhulikhel, einem Ort in der Nähe von Kathmandu. Die Tagung war von großer Bedeutung für Nepal, nach Aussagen der örtlichen Kollegen war es die erste derartige internationale Konferenz, die jemals in Nepal stattgefunden hat. Dementsprechend waren bei der gesamten Eröffnungszeremonie nicht nur der zuständige Minister sondern auch alle Führungskräfte der KU und der staatlichen Tribhuvan University anwesend.

Die Kongressarbeit teilte sich in sechs Plenarveranstaltungen und knapp 40 Sektionsvorträge auf. An der Tagung nahmen ca. 140 Teilnehmer, hauptsächlich aus Nepal teil. Ausländische Teilnehmer (aus 11 weiteren Ländern) kamen mehrheitlich aus den SAARC-Staaten (Südasiatische Wirtschaftsgemeinschaft); nur wenige Teilnehmer kamen aus Südafrika, Nordamerika und Europa. Entsprechend war der wichtigste Aspekt der Tagung, dass nepalesische Wissenschaftler die Gelegenheit hatten, mit Kollegen aus dem Ausland im eigenen Land in Kontakt und Informationsaustausch zu treten; eine Gelegenheit, die sie mit ganz wenigen Ausnahmen sonst nicht wahrnehmen können.

Hans-Wolfgang Henn (Dortmund)

University of Indiana, USA, 22. – 26.07.2007

<http://www.ictma13.org>

Die Thirteenth International Conference on the Teaching of Mathematical Modeling and Applications fand an der Indiana University in Bloomington unter der Leitung von Prof. Richard Lesh statt. Obwohl die Tagung auf Grund der Unruhen in Nepal relativ kurzfristig geplant werden musste, gab es ein breites wissenschaftliches Programm sowie ein umfangreiches Rahmenprogramm, z. B. mit BBQ & Jam Session, Sonderausstellungen und Musikveranstaltungen speziell für die Konferenz.

Von den über hundert Teilnehmerinnen und Teilnehmern kam etwa die Hälfte aus den USA. Insgesamt fanden vier Plenarvorträge und über 70 Sektionsvorträge, Workshops und Diskussionsgruppen statt. Die Sektionen waren nach *Zielgruppe, Inhalt und Themen* in insgesamt 18 Untergruppen aufgeteilt. Dadurch gab es die Möglichkeit, bestimmte Themen in mehreren Untergruppen zu diskutieren. Beispielsweise beschäftigte sich eine Untergruppe im Bereich *Themen mit Modellieren im Vergleich zu Problemlösen*. Diese Problematik konnte auch in verschiedenen Untergruppen im Bereich *Zielgruppe*, z. B. *Modellieren und Anwendungen in der Sekundarstufe I* oder *Modellieren und Anwendungen in der Lehrerbildung*, diskutiert werden.

In den Diskussionen wurde insbesondere ein unterschiedlicher Begriff des mathematischen Modellierens deutlich. Während beispielsweise in den USA auch innermathematisches Arbeiten häufig schon als Modellieren bezeichnet wird, spielt Modellieren aus europäischer Sicht vornehmlich bei außermathematischen Problemen eine Rolle.

Gilbert Greefrath (Wuppertal)

## 10. AB 2007 – Second International Conference on Algebraic Biology

Linz, Österreich, 02. – 04.07.2007

<http://www.risc.uni-linz.ac.at/conferences/ab2007/>

Das RISC im Schloss Hagenberg war Gastgeber der zweiten internationalen Konferenz „Algebraic Biology“. Wie bereits die vorangegangene Konferenz, AB 2005, die im November 2005 in Tokyo stattfand, war es das selbsterklärte Ziel, neuen Entwicklungen in allen Bereichen der Anwendung des symbolischen Rechnens in der Biologie ein interdisziplinäres Forum zu bieten. Den Vorsitz der Organisation hatten H. Anai (Fujitsu Laboratories Ltd., Japan), B. Buchberger (Universität Linz, Österreich), H. Hong (North Carolina State University, USA) und K. Horimoto (National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, Japan).

Initiiert wurde diese Tagungsreihe in Reaktion auf neuere Entwicklungen sowohl auf dem Gebiet des symbolischen Rechnens als auch in der Biologie. Die Hoffnung ist, dass mit Fortschritten auf der mathematisch-informatischen Seite aktuellen Problemstellungen der Biologie begegnet werden kann. Konzeptionell steht dabei nicht nur die bereits erfolgreiche wissenschaftliche Verquickung beider Bereiche im Mittelpunkt. Ebenso zentral ist das Anliegen dieser Tagung, Biologen mit Mathematikern und Informatikern zusammenzubringen, damit sich diese gegenseitig Probleme, Modelle und Methoden vorstellen und darüber austauschen können.

Diese Zielsetzung spiegelte sich auch in den drei eingeladenen Hauptvorträgen wider. Einführend gab Bud Mishra (New York University, USA) eine Übersicht über das junge Gebiet Algebraic Systems Biology und illustrierte anhand seiner Forschung, wie eine gewinnbringende Verknüpfung von Algebra und Biologie zum Zwecke einer verbesserten Modellbildung aussehen könnte. Reinhard Laubenbacher (Virginia Bioinformatics Institute, USA) lieferte in seinem Vortrag ein weiteres Beispiel, wie abstrakte Algebra neue Modelle für biologische Vorgänge liefern kann, indem er eine Varietät gewisser boolescher Funktionen vorstellte, die eine neue Grundlage für diskrete Modelle zellulärer biochemischer Netzwerke bildet. Einen Einfluss der Biologie in der Informatik stellt das von Gheorghe Paun (Institute of Mathematics of the Romanian Academy, Rumänien) vorgestellte und mitentwickelte „Membrane Computing“ dar: In diesem wird die lebendige Zelle als Vorbild für Computerberechnungen genommen.

Darüber hinaus sahen sich die 66 Teilnehmerinnen und Teilnehmer einem umfangreichen und straffen Tagungsprogramm gegenüber, das vor allem bei den in den Vorträgen zur Anwendung gekommenen Methoden eine große Breite aufwies. Dabei war ein zentrales Problem, das in einer Vielzahl von Vorträgen behandelt wurde, das Modellieren von relativ einfachen biologischen Prozessen. So wurden zahlreiche Methoden vorgeschlagen, intrazelluläre Vorgänge wie z. B. die Genexpression oder ausgewählte Stoffwechselprozesse einfacher Organismen mit mathematisch-informatischer Hilfe valide zu modellieren. Diese Validität wurde von den Teilnehmern stets kontrovers diskutiert. Ergänzt wurde die Vorstellung von Forschungsergebnissen durch Tutorial-Vorträge, die zum einen den anwesenden Biologen eine Einführung in eine mathematische Methode und zum anderen den anwesenden Mathematikern einen Einblick in eine Problemstellung der Biologie geben sollte.

Sämtliche Vorträge der Konferenz sind im zugehörigen Tagungsband enthalten, der in der Reihe „Lecture Notes in Computer Science“ als Band 4545 bei Springer erschienen ist. Die nächste Konferenz Algebraic Biology ist für das Jahr 2008 geplant. Gastgeber soll wieder das RISC sein, das diese im Rahmen des „RISC Summer“ anbieten wird.

Felix Noeske (Aachen)

## 11. ACA 2007 – 13th International Conference on Applications of Computer Algebra

Oakland University, Rochester, USA, 19. – 22.07.2007

<http://www2.oakland.edu/aca/index.cfm>

The ACA series of conferences is devoted to promoting all manner of computer algebra applications and encouraging the interaction of developers of computer algebra systems and packages with researchers and users (including scientists, engineers, educators, etc). Additional information and a listing of previous and future conferences can be found at <http://math.unm.edu/~aca>.

ACA 2007 was held at Oakland University in Rochester, Michigan (north of Detroit) with Tony Shaska as chair. Sponsors were Oakland University and the National Science Foundation. There were 129 attendees. Special sessions covered the following topics:

- Algebraic and Numerical Computation for Engineering and Optimization Problems
- Approximate Algebraic Computation
- Coding Theory
- Computational Algebraic Geometry
- Computer Algebra in Education
- Non-Standard Applications of Computer Algebra
- Numerical Algebraic Geometry
- Symbolic Symmetry Analysis and Its Applications

The educational session talks will be published by Aulona Press in a printed proceedings, and the talks of the non-standard session in a forthcoming special issue of *Mathematics and Computers in Simulation*.

Michael Wester (Albuquerque)

## 12. Festkolloquium anlässlich der Emeritierung von Prof. Dr. Adalbert Kerber

Bayreuth, 20.07.2007

In seinem 99. Semester wurde Prof. Dr. Adalbert Kerber am Freitag, dem 20.07.2007, in Bayreuth anlässlich seiner Emeritierung mit einem Festkolloquium geehrt. Als Vortragende waren Wegbegleiter und Schüler eingeladen. In alphabetischer Reihenfolge sprachen Michael Clausen, Johannes Grabmeier, Reinhard Laue, Herbert Pahlings, Peter Paule. In den Vorträgen spiegelte sich insbesondere das breite Spektrum der Aktivitäten und der Impulse von A. Kerber wieder.

M. Clausen aus Bonn referierte zum Thema „Perspektiven des Music Information Retrieval“. Neben den vielen Herausforderungen aus der Informatik zu dieser Problemstellung gibt es im Kern auch mathematische Fragestellungen. So lässt sich mittels Gruppenoperationen, einem Hauptarbeitsgebiet von Prof. Kerber, eine allgemeine Technik beschreiben, die ein effizientes Multimedia Information Retrieval erlaubt. Im Musikbereich führt diese Technik u. A. zur schnellen inhaltsbasierten Suche in großen Partitur- oder CD-Sammlungen.



Prof. Dr. Adalbert Kerber

J. Grabmeier aus Deggendorf referierte in einem Vortrag mit dem Titel „Perspektiven der Computeralgebra“ über einige Entwicklungen dieses Gebietes seit dem Erscheinen des „Computer Algebra Handbooks“. Dazu waren in der Vorbereitung die Autoren dieses Handbuchs angeschrieben worden. Insbesondere wurde die Arbeit von A. Kerber auf dem Gebiet der Computeralgebra gewürdigt. Als einer der ersten setzte er Computer bei Berechnung bei Fragestellungen von Darstellungen der symmetrischen Gruppe ein. Besonderer Schwerpunkt seiner Aktivitäten waren algebraische Methoden zur Konstruktion diskreter Strukturen. A. Kerber förderte die Computeralgebra insbesondere auch in den Jahren von 1996 bis 1999 als Mitglied der Fachgruppenleitung. Die ersten beiden Symposien der Reihe zum Thema „Computeralgebra in Lehre, Ausbildung und Weiterbildung“ wurden unter seiner Leitung auf Schloß Thurnau bei Bayreuth veranstaltet.

Sein Kollege und Partner bei den Forschungsaktivitäten zur Konstruktion diskreter Strukturen, R. Laue aus Bayreuth sprach dann über „Konstruktive Kombinatorik, Reminiszenzen und Perspektiven“, insbesondere über die in Bayreuth erstmalig konstruierten  $t$ -Designs.

P. Paule (RISC, Johannes Kepler Universität Linz) behandelte das Thema „Perspektiven: Beweisen mit dem Computer“. Das zentrale Anliegen seines Vortrags war das Zusammenführen von Algorithmen der Computeralgebra zu neuen Methoden zum Beweisen, aber auch zum Entdecken neuer mathematischer Erkenntnisse. Paules Anwendungsbeispiele reichten vom Beweisen von Ungleichungen zwischen speziellen Funktionen bis hin zum Aufspüren neuer Theoreme der Zahlentheorie (Partitionen). Insbesondere wies Paule darauf hin, dass Prof. Kerber in seiner Forschung (Kombinatorik und Darstellungstheorie) derartige Methodik in pionierhafter Weise eingeführt hat.

Den Abschluss bildete H. Pahlings von der RWTH Aachen. In einem klassischen Tafelvortrag sprach er über „Perspektiven der algorithmischen Darstellungstheorie endlicher Gruppen“. Ausgangspunkt war die gemeinsame Zeit mit A. Kerber als Doktoranden in Gießen.

Den Höhepunkt des Nachmittags aber bildete schließlich der Vortrag von A. Kerber selbst, in dem er „Retrospektive: ... 99 Semester ...“ und vieles Bedenkenswerte aus seinem Erfahrungsschatz als Forscher, Lehrer und kritischer Begleiter der Hochschulpolitik vermittelte.

Der Festtag klang aus mit einem fränkischen Buffet, weiteren Reden und Würdigungen und Gesprächen der vielen Gäste bis tief in die Nacht.

Johannes Grabmeier (Deggendorf)

### 13. ISSAC 2007 – International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation

Waterloo, Kanada, 28.07. – 01.08.2007

<http://www.cs.uwaterloo.ca/~issac07>

Die ISSAC-Konferenz fand in diesem Jahr im Davis Center der University of Waterloo, in Waterloo, Ontario, Kanada statt. Die Konferenz war gut besucht; es waren etwa 190 Teilnehmer registriert. Von diesen wurden 50 Paper und 21 Poster vorgestellt. Die Titel der Paper finden sich auf der Webseite der Konferenz, leider nicht die der Poster. Es wurden auch in diesem Jahr sämtliche Paper zusammen mit denen von SNC 2007 und PASCO 2007 von der ACM auf einer DVD veröffentlicht. Das ist wieder einmal vorbildlich.

Die Stadt Waterloo als Heimat von Maplesoft und der Universitäten in Waterloo sowie der University of Western Ontario, London Ontario, ganz in der Nähe, ist natürlich ein hervorragender Veranstaltungsort für die ISSAC, weil es wohl nirgendwo sonst eine so hohe Dichte von Computeralgebraikern gibt.

Eingeladene Paper wurden von William Kahan, Jean Bernard Lasserre und Hoon Hong präsentiert: William Kahan: *The Top of a Wish-List for the Integration of Hardware Floating-Point Computation into Computerized Algebra Systems*, Jean Bernard Lasserre: *Solving Polynomial Equations via Semidefinite Programming and Linear Algebra*, Hoon Hong: *Subresultants in roots*.

Tutorials wurden von Fritz Schwarz, David Cox und Gilles Villard gegeben: Fritz Schwarz: *Loewy Decomposition of Linear Differential Equations*, David A. Cox: *Gröbner Bases: A Sampler of Recent Development*, Gilles Villard: *Some Recent Progress in Symbolic Linear Algebra and Related Questions*.

Zum ersten Mal seit einigen Jahren fand die Konferenz wieder mit zwei parallelen Sessions für die Contributed Papers statt. Das entspannte zwar das tägliche Programm, aber wie immer hatte man dabei oft die Qual der Wahl.

Als bestes Paper wurde ausgewählt: *A Recipe for Symbolic Geometric Computing: Long Geometric Product* von Hongbo Li und als bestes Student Paper: *Implicitization of Bihomogeneous Parametrizations of Algebraic Surfaces via Linear Syzygies* von Marc Dohm (mit Laurent Busé).

Eine Beobachtung am Rande: Das Paper, das die meiste Beachtung in den lokalen Medien fand – das Fernsehen kam zur Präsentation, Zeitungen machten Interviews – war: *Twenty-Six Moves Suffice for Rubik's Cube* von Daniel Kunkle und Gene Cooperman. Da weiß man doch, worum es geht. Und das Fernsehen kann gleich Rubik's Cube in der Sendung als Illustration nehmen.

Es fanden auch Software-Demonstrationen statt, allerdings mit wenig Nachfrage. Es wurden dabei einige Demos durch die Sicherheitsmaßnahmen im Davis Center erheblich behindert. Es dauerte etwa eine Viertelstunde, bis man ans WLAN kam. Das LAN war blockiert für fremde Laptops. Ferner stellte Maplesoft die neue Maple-Version vor.

Das Conference Banquet fand im Seagram's Museum statt. Wenn man „antike“ Technik mag, ein beeindruckender Ort voll (leerer) Whiskyfässer.

Die ISSAC 2008 findet im RISC Linz in Hagenberg, Österreich, statt. Als Veranstaltungsort für die ISSAC 2009

wurde in diesem Jahr beim ISSAC Business Meeting Seoul in Süd-Korea gewählt.

Winfried Neun (Berlin)

---

## Hinweise auf Konferenzen

---

### 1. Zehnter Mitteldeutscher Computeralgebra-Tag

Cottbus, 12.10.2007

<http://www.informatik.uni-leipzig.de/~graebe/MCAT/mcat10.html>

Es ergeht die herzliche Einladung zum Zehnten Mitteldeutschen Computeralgebra-Tag. Als Vortragende haben bereits zugesagt: Klaus Altmann (FU Berlin), Anita Dorfmayr (Universität Wien und Realgymnasium Tulln) und Gerhard Pfister (TU Kaiserslautern).

#### Organisation:

Hans-Gert Gräbe (Leipzig), Bernd Martin (Cottbus)

### 2. Neunter Berliner Mathematica-Tag

Berlin, 16.11.2007

<http://www.ordinate.de/mathematicaTag.htm>

Der neunte Berliner Mathematica-Tag wird am 16.11.2007 stattfinden. Gastgeber ist wie in den Jahren zuvor das WIAS Berlin. Nähere Informationen sind demnächst auf der oben genannten Webseite verfügbar.

### 3. ASCM 2007 – The Eighth Asian Symposium on Computer Mathematics

National University of Singapore, 15. – 17.12.2007

<http://www.comp.nus.edu.sg/~ascm2007/>

The Asian Symposia on Computer Mathematics (ASCM) are a series of conferences which offer a forum for participants to present original research, to learn of research progress and new developments, and to exchange ideas and views on doing mathematics using computers. ASCM 2007 will consist of invited talks, regular sessions of contributed papers, and software demonstrations.

ASCM 2007 is the eighth in the series. The previous symposia in this series were held in Beijing (China), Kobe (Japan), Lanzhou (China), Chiang Mai (Thailand), Matsuyama (Japan), Beijing (China), and Seoul (Korea), respectively. Specific topics include but are not limited to symbolic, algebraic,

and geometric computation and computational methods for differential and difference equations.

#### Organization:

Wang Huaxiong (Nanyang Technological University, Singapore), Xing Chaoping (National University of Singapore, Singapore)

### 4. Jahrestagung der GDM 2008

Budapest, Ungarn, 13. – 20.03.2008

<http://mathdid.elte.hu/GDM2008/elementsh.html>

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) lädt herzlich zu ihrer Jahrestagung 2008 nach Budapest ein.

Das wissenschaftliche Programm umfasst Hauptvorträge, Sektionsvorträge, selbstmoderierte Sektionen, Poster-Präsentationen, Sitzungen der GDM-Arbeitskreise, Doktorandentreffen, Sitzung der jungen Wissenschaftler, ... Während der Tagung finden an der Eötvös Loránd Universität Budapest mehrere Ausstellungen statt. Casio und Texas Instruments bieten je einen Workshop zum unterrichtlichen Einsatz des Classpads bzw. des Programms CABRI 3D an.

### 5. GCR 2008 – Geometric Constraints and Reasoning

Fortaleza, Ceara, Brasilien, 16. – 20.03.2008

<http://axis.u-strasbg.fr/gcr08>

GCR2008 is a technical track of the International Symposium on Applied Computing (SAC, see <http://www.acm.org/conferences/sac/sac2008>). For the past twenty years the ACM Symposium on Applied Computing (SAC) has been a primary forum for applied computer scientists, computer engineers and application developers to gather, interact, and present their work. SAC is sponsored by the ACM Special Interest Group on Applied Computing (SIGAPP); its proceedings are published by ACM in both printed form and CD-ROM; they are also available on the web through ACM's Digital Library. More information about SIGAPP and past SACs can be found at URL: <http://www.acm.org/sigapp>.

As a special track of SAC, GCR is dedicated to geometric reasoning taken in a relatively large sense. Initially, this track was more specialized in geometric constraint solving (and



indeed, all the papers about this subject are welcome) but it appears that geometric reasoning is closely related to this topic. Our aim is then to enlarge the audience and to make GCR becoming a place where the communities of geometric constraint solving and of computer aided deduction in geometry can meet and have fruitful exchanges.

SAC 2008 is also an opportunity to attend tracks related to GCR, about combinatorial optimization, constraint programming (non geometrical constraints), graph algorithms, numerical methods or interval analysis, etc.

## 6. Computeralgebra in Lehre, Ausbildung und Weiterbildung VI: Computeralgebra und ihre Didaktik – Einfluss auf Lernen und Prüfen

Landesinstitut für Schule/Qualitätsagentur Soest,  
26. – 29.03.2008

<http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/CLAW>

Diese Tagungsreihe, die bereits fünfmal in Thurnau, Schöntal und Schönenberg stattfand, wird im Rahmen des Wissenschaftsjahres 2008 (Jahr der Mathematik) in Soest weitergeführt werden. Die Tagung war ursprünglich für die Reinhardswaldschule bei Kassel geplant worden. Von dort musste aber wegen eines Ministeriums-Termins abgesagt werden, so dass wir uns jetzt in dem schönen Tagungshaus in Soest treffen werden.



Auf der gemeinsamen Jahrestagung der DMV und GDM in Berlin in diesem Jahr wurde im Minisymposium „Computeralgebra und ihre Didaktik“ der Frage nachgegangen, welchen Einfluss die verfügbaren CA-Werkzeuge für den Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen und für die Anfängerausbildung an Universitäten und Hochschulen haben können und sollen. Insbesondere die Frage, ob und wie CA-Werkzeuge in Klausuren und zentralen Prüfungen eingesetzt werden sollen, wurde kontrovers diskutiert. Es war der Wunsch aller Teilnehmer, diesen Fragen während der hier angekündigten Tagung weiter nachzugehen. Während der Tagung sollen verschiedene in den Bundesländern Deutschlands und außerhalb Deutschlands praktizierte Modelle vorgestellt und diskutiert werden und Perspektiven für eine weitere Entwicklung aufgezeigt werden.

Auf der Homepage der Fachgruppe (<http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/CLAW>) finden Sie das Anmeldeformular für die Tagung und ausführliche Informationen über die vergangenen Tagungen. Die Tagung wird am Mittwoch um 11.00 Uhr beginnen und mit dem Mittagessen am Samstag enden. Auf Wunsch der Teilnehmer der letzten Tagung wollen wir das Programm diesmal weniger dicht gestalten, mehr Diskussionen einplanen und auch wieder einen Ausflug durchführen.

## 7. 79. Jahrestagung der GAMM

Bremen, 31.03. – 04.04.2008

<http://www.zarm.uni-bremen.de/gamm2008/>

Die Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM) lädt herzlich zu ihrer Jahrestagung 2008 nach Bremen ein. Nähere Informationen erhalten Sie auf oben genannter Webseite.

## 8. ICME 11 – The International Congress on Mathematical Education

Monterrey, Mexiko, 06. – 13.07.2008

<http://extra.shu.ac.uk/iowme/icmi.html>

A major event in the life of the international mathematics education community is formed by the quadrennial International Congress on Mathematical Education, ICME, held under the auspices of ICMI.

For each ICME the scientific program is planned by an International Program Committee, IPC, appointed by but in principle working independently of the ICMI EC.

## 9. ISSAC 2008

RISC Linz, Österreich, 20. – 23.07.2008

<http://www.risc.uni-linz.ac.at/about/conferences/issac2008/>

The International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC) is the premier annual conference to present and discuss new developments and original research results in all areas of symbolic mathematical computation. Planned activities include invited presentations, research papers, poster sessions, tutorial courses, vendor exhibits and software demonstrations.

ISSAC 2008 will take place in Hagenberg, Austria, at the Research Institute for Symbolic Computation (RISC), July 20-23, 2008.

## 10. ACA 2008

RISC Linz, Österreich, 27. – 30.07.2008

<http://www.risc.uni-linz.ac.at>

The ACA Conferences are dedicated to reporting serious applications of symbolic computation and computer algebra theories and tools for science, engineering and education. The 14th ACA Conference is going to be held at the Research Institute for Symbolic Computation (RISC) of the Johannes Kepler University in Linz, Austria.

## 11. ADG 2008 – Automated Deduction in Geometry

Shanghai, 24. – 26.09.2008

ADG is a forum to exchange ideas and views, to present research results and progress, and to demonstrate software tools

on the intersection between geometry and automated deduction. The previous five workshops were held in Pontevedra (2006), Gainesville (2004), Linz (2002), Zurich (2000), Beijing (1998), and Toulouse (1996).

## **12. Jahrestagung der GI 2008**

München, 08. – 13.09.2008

<http://www.informatik2008.de>

Die 38. Jahrestagung der Gesellschaft für Informatik e.V. (GI), die INFORMATIK 2008, findet vom 8. bis zum 13. September 2008 in München statt.

Die INFORMATIK 2008 steht unter dem Motto „Beherrschbare Systeme – dank Informatik“. Die zunehmende Komplexität von Systemen stellt große Herausforderungen an deren

Beherrschbarkeit dar. Ein hoher Wartungs- und Bedienungsaufwand, unzuverlässiges Verhalten und Fehler können erhebliche finanzielle Belastungen für Hersteller und ihre Kunden nach sich ziehen. Die Herausforderungen für die Informatik sind nach wie vor groß.

## **13. Jahrestagung der DMV 2008**

Erlangen, 14. – 19.09.2008

<http://dmv.mathematik.de/aktivitaeten/tagungen/index.html#jahrestagungen>

Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV) lädt herzlich zu ihrer Jahrestagung 2008 nach Erlangen ein. Nähere Informationen erhalten Sie auf oben genannter Webseite.

---

## Kurze Mitteilungen

---

**Prof. Dr. Martin Kreuzer** (Dortmund) hat zum 01.10.2007 einen Ruf auf eine W3-Professur *Mathematik mit dem Schwerpunkt Symbolic Computation* (Nachfolge von Prof. Dr. Volker Weispfenning) an der Universität Passau angenommen.

---

## Lehrveranstaltungen zu Computeralgebra im WS 2007/2008

---

- **Rheinisch–Westfälische Technische Hochschule Aachen**  
*Computeralgebra II*, G. Nebe, V2+Ü1  
*Arbeitsgemeinschaft MAPLE*, V. Dietrich, G. Hartjen, AG2  
*Begleitpraktikum Computermathematik I*, W. Plesken, G. Hartjen, E. Zerz, P2
- **Technische Universität Berlin**  
*Kryptographie*, F. Heß, V4+Ü2  
*Oberseminar Algorithmische Zahlentheorie*, F. Heß, S2
- **Technische Universität Braunschweig**  
*Kryptographie*, N. N., V4  
*Seminar zur Algebra und Computeralgebra*, N. N., S2
- **Justus–Liebig–Universität Gießen**  
*Computeralgebra*, T. Sauer, V4+Ü2
- **Universität Hamburg**  
*Software-Praktikum*, D. Bahns und C. Schweigert, P2
- **Technische Universität Hamburg-Harburg**  
*Diskrete Mathematik I*, K.-H. Zimmermann, V2+Ü1  
*Diskrete Mathematik II*, K.-H. Zimmermann, V2+Ü1
- **Universität Heidelberg**  
*Computeralgebra*, B. H. Matzat, V2+Ü2  
*Seminar Konstruktive Galoistheorie II*, B. H. Matzat, S2
- **Technische Universität Kaiserslautern**  
*Kryptographie und Kodierungstheorie*, G. Pfister, V4+Ü2  
*Computeralgebra*, T. Markwig, V4+Ü2
- **Pädagogische Hochschule Karlsruhe**  
*Informatik I*, J. Ziegenbalg, V2  
*Codierung und Kryptographie*, J. Ziegenbalg, V2
- **Universität Kassel**  
*Grundlagen der Algebra und Computeralgebra*, W. M. Seiler, V2+Ü1  
*Einführung in Computeralgebrasysteme I (Mathematica)*, R. Schaper, V2  
*Seminar Computational Mathematics*, W. Koepf, S2  
*Oberseminar Computational Mathematics*, W. Bley, W. Koepf, H.-G. Rück, W. Seiler, S2
- **Universität Köln**  
*Algebraische Algorithmen (mit Einführung in die Computeralgebra)*, S. Porschen, Blockveranstaltung
- **Hochschule für Technik, Wirtschaft und Gestaltung Konstanz**  
*Laborübungen 1*, E. Heinrich, P1  
*Laborübungen 2*, E. Heinrich, P1
- **Universität Leipzig**  
*Gröbnerbasen und Anwendungen*, H.-G. Gräbe, V2  
*Einführung in das symbolische Rechnen*, H.-G. Gräbe, V2+Ü1
- **Universität Oldenburg**  
*Formelmanipulation und Programmieren mit Maple*, Hubert, Blockveranstaltung  
*Einführung in Matlab*, Hubert, V2+Ü2

- **Universität Passau**

*Kryptographie*, M. Kreuzer, V3+Ü2  
*Computeralgebra*, A. Dolzmann, V4+Ü2  
*Niederbayerisch-Oberösterreichisches Computeralgebraseminar*, S2  
*Seminar Quantorenelimination*, T. Sturm, S2  
*Oberseminar Symbolic Computation*, T. Sturm, OS2

- **Universität Paderborn**

*Zahlen und Algorithmen*, J. Blömer, V2  
*Kryptographie (Englisch)*, J. Blömer, V2+Ü1

- **Universität Würzburg**

*Einführung in die Computeralgebra*, Helmke, V2+Ü1

## Aufnahmeantrag für Mitgliedschaft in der Fachgruppe Computeralgebra

(Im folgenden jeweils Zutreffendes bitte im entsprechenden Feld ☐ ankreuzen bzw. \_\_\_\_\_ ausfüllen.)

Titel/Name: _____		Vorname: _____	
<b>Privatadresse</b>			
Straße/Postfach: _____			
PLZ/Ort: _____		Telefon: _____	
E-mail: _____		Telefax: _____	
<b>Dienstanschrift</b>			
Firma/Institution: _____			
Straße/Postfach: _____			
PLZ/Ort: _____		Telefon: _____	
E-mail: _____		Telefax: _____	
Gewünschte Postanschrift: <input type="checkbox"/> Privatadresse <input type="checkbox"/> Dienstanschrift			

1. Hiermit beantrage ich zum 1. Januar 200\_\_\_\_ die Aufnahme als Mitglied in die Fachgruppe

### Computeralgebra (CA) (bei der GI: 0.2.1).

2. Der Jahresbeitrag beträgt €7,50 bzw. €9,00. Ich ordne mich folgender Beitragsklasse zu:

- ☐ **€7,50** für Mitglieder einer der drei Trägergesellschaften
- |                               |                        |
|-------------------------------|------------------------|
| <input type="checkbox"/> GI   | Mitgliedsnummer: _____ |
| <input type="checkbox"/> DMV  | Mitgliedsnummer: _____ |
| <input type="checkbox"/> GAMM | Mitgliedsnummer: _____ |

Der Beitrag zur Fachgruppe Computeralgebra wird mit der Beitragsrechnung der Trägergesellschaft in Rechnung gestellt. (Bei Mitgliedschaft bei mehreren Trägergesellschaften wird dies von derjenigen durchgeführt, zu der Sie diesen Antrag schicken.) ☐ Ich habe dafür bereits eine Einzugsvollmacht erteilt. Diese wird hiermit für den Beitrag für die Fachgruppe Computeralgebra erweitert.

- ☐ **€7,50.** Ich bin aber noch nicht Mitglied einer der drei Trägergesellschaften. Deshalb beantrage ich gleichzeitig die Mitgliedschaft in der

☐ GI ☐ DMV ☐ GAMM.

und bitte um Übersendung der entsprechenden Unterlagen.

- ☐ **€9,00** für Nichtmitglieder der drei Trägergesellschaften. ☐ Gleichzeitig bitte ich um Zusendung von Informationen über die Mitgliedschaft in folgenden Gesellschaften:

☐ GI ☐ DMV ☐ GAMM.

3. Die in dieses Formular eingetragenen Angaben werden elektronisch gespeichert. Ich bin damit einverstanden, dass meine Postanschrift durch die Trägergesellschaften oder durch Dritte nach Weitergabe durch eine Trägergesellschaft wie folgt genutzt werden kann (ist nichts angekreuzt, so wird c. angenommen).

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/><br><input type="checkbox"/><br><input type="checkbox"/> | a. Zusendungen aller Art mit Bezug zur Informatik, Mathematik bzw. Mechanik.<br>b. Zusendungen durch wiss. Institutionen mit Bezug zur Informatik, Mathematik bzw. Mechanik.<br>c. Nur Zusendungen interner Art von GI, DMV bzw. GAMM. |
|--|--|

Ort, Datum: \_\_\_\_\_ Unterschrift: \_\_\_\_\_

Bitte senden Sie dieses Formular an:

Sprecher der Fachgruppe Computeralgebra  
Prof. Dr. Wolfram Koepf  
Fachbereich Mathematik/Informatik  
Universität Kassel  
Heinrich-Plett-Str. 40  
34132 Kassel  
0561-804-4207, -4646 (Fax)  
koepf@mathematik.uni-kassel.de



---

## Fachgruppenleitung Computeralgebra 2005-2008

---

**Sprecher:**

Prof. Dr. Wolfram Koepf  
Universität Kassel  
Fachbereich Mathematik/Informatik  
Heinrich-Plett-Str. 40  
34132 Kassel  
0561-804-4207, -4646 (Fax)  
koepf@mathematik.uni-kassel.de  
<http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf>

**Stellvertretender Sprecher:**

Prof. Dr. Gerhard Hiss  
Lehrstuhl D für Mathematik  
RWTH Aachen  
Templergraben 64  
52062 Aachen  
0241-80-94543, -92108 (Fax)  
Gerhard.Hiss@Math.RWTH-Aachen.de  
<http://www.math.rwth-aachen.de/~Gerhard.Hiss>



Prof. Dr. Bettina Eick  
Arbeitsgruppe Algebra und diskrete Mathematik  
Institut Computational Mathematics  
Technische Universität Braunschweig  
Pockelsstrasse 14  
38106 Braunschweig  
0531-391-7525, -8206 (Fax)  
beick@tu-bs.de  
<http://www.tu-bs.de/~beick>

**Vertreter der GI, Fachreferent  
Computeralgebra-Neuerscheinungen:**

Prof. Dr. Johannes Grabmeier  
Hochschule für angewandte Wissenschaften –  
FH Deggendorf  
94469 Deggendorf  
0991-3615-141  
johannes.grabmeier@fh-deggendorf.de  
<http://www.fh-deggendorf.de/home/allgemein/professoren/grabmeier>

**Vertreter der GAMM,  
Fachreferent Computational Engineering:**

Prof. Dr. Klaus Hackl  
Ruhr-Universität Bochum  
Lehrstuhl für Allgemeine Mechanik  
Universitätsstr. 150  
44780 Bochum  
0234-32-26025, -14154 (Fax)  
klaus.hackl@rub.de

**Fachexperte Physik:**

Dr. Thomas Hahn  
Max-Planck-Institut für Physik  
Föhringer Ring 6  
80805 München  
089-32354-300, -304 (Fax)  
hahn@feynarts.de  
<http://www.th.mppmu.mpg.de/members/hahn>

**Fachreferentin Fachhochschulen:**

Prof. Dr. Elkedagmar Heinrich  
Hochschule für Technik,  
Wirtschaft und Gestaltung Konstanz  
Fachbereich Informatik  
78462 Konstanz  
07531-206-343, -559 (Fax)  
heinrich@fh-konstanz.de  
<http://www.in.fh-konstanz.de/de/Fachbereich/Kontakt/persseiten.nbc/heinrich.html>

**Fachreferent Lehre und Didaktik:**

Prof. Dr. Hans-Wolfgang Henn  
Universität Dortmund  
Fachbereich Mathematik  
44227 Dortmund  
0231-755-2939, -2948 (Fax)  
wolfgang.henn@mathematik.uni-dortmund.de  
<http://www.wolfgang-henn.de>

**Fachreferent Schule:**

OSTD. Heiko Knechtel  
An der Tränke 2a  
31675 Bückeburg  
05722-23628  
HKnechtel@aol.com

**Fachreferent Internet/Math. Software:**

Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp  
Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd  
Abteilung Informatik  
Oberbettringer Straße 200  
73525 Schwäbisch Gmünd  
07171-983-461, -212 (Fax)  
ulrich.kortenkamp@ph-gmuend.de  
<http://kortenkamps.net/>

**Fachexperte Jahr der Mathematik:**

Prof. Dr. Martin Kreuzer  
Universität Passau  
Fakultät für Informatik und Mathematik  
Innstr. 33  
94030 Passau  
0851-509-3001, -3002 (Fax)  
dekanat@fim.uni-passau.de

**Fachexperte Chemie:**

Prof. Dr. Reinhard Laue  
Universität Bayreuth  
Mathematisches Institut  
95440 Bayreuth  
0921-55-3275, -3385 (Fax)  
laue@uni-bayreuth.de  
<http://www.mathe2.uni-bayreuth.de/people/laue.html>

**Prof. Dr. Gunter Malle**

Technische Universität Kaiserslautern  
Fachbereich Mathematik  
Gottlieb-Daimler-Straße  
67663 Kaiserslautern  
0631-205-2264, -3989 (Fax)  
malle@mathematik.uni-kl.de  
<http://www.mathematik.uni-kl.de/~malle>

**Vertreter der DMV:**

Prof. Dr. B. Heinrich Matzat  
IWR, Universität Heidelberg,  
Im Neuenheimer Feld 368  
69120 Heidelberg  
06221-54-8242, -8318 (Sekt.), -8850 (Fax)  
matzat@iwr.uni-heidelberg.de  
<http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/compalg/matzat>

**Fachexperte Rundbrief:**

Dr. Markus Wessler  
Fachhochschule München  
Fakultät für Betriebswirtschaft  
Am Stadtpark 20  
81243 München  
089-1265-2711, -2714 (Fax)  
wessler@mathematik.uni-kassel.de