Berechnungskomplexität von Problemen in der Computational Social Choice*

Dorothea Baumeister
Institut für Informatik
Heinrich-Heine Universität Düsseldorf
40225 Düsseldorf, Deutschland
baumeister@cs.uni-duesseldorf.de

Abstract: Diese Arbeit untersucht die Berechnungskomplexität von verschiedenen Problemen aus drei Bereichen der *Computational Social Choice*. Der erste Bereich beschäftigt sich mit Wahlen und speziell dem Problem, zu bestimmen, ob ein ausgewählter Kandidat in einer Wahl mit unvollständiger Information ein Gewinner sein kann. Im zweiten Bereich, der im weiteren Sinne mit dem Problem der Gewinnerbestimmung verwandt ist, wird die Berechnungskomplexität von Problemen bezüglich *minimal upward* und *minimal downward covering sets* untersucht. Der letzte Bereich ist die gemeinsame Urteilsfindung. Hier wird nicht die Komplexität einer Art von „Gewinnerproblem" untersucht, sondern die dreier Formen von Beeinflussung, nämlich Manipulation, Bestechung und Kontrolle.

1 Einleitung

Computational Social Choice ist ein sich rasant entwickelndes Gebiet an der Schnittstelle von Social-Choice-Theorie und Informatik, mit einem bidirektionalen Wissenstransfer zwischen beiden Disziplinen. Die Social-Choice-Theorie liefert die theoretischen Grundlagen zur kollektiven Entscheidungsfindung, mit der wir auch häufig in alltäglichen Situationen konfrontiert werden. Betrachten wir zum Beispiel eine kontroverse Elfmeterentscheidung in einem Fußballspiel. Nach den Regeln ist klar, dass es bei einem Foul im Strafraum einen Elfmeter geben muss. Der erste Schiedsrichter sagt, dass es ein Foul im Strafraum war und es somit einen Elfmeter geben muss, aber die anderen beiden Schiedsrichter verweigern den Elfmeter. Der zweite Schiedsrichter sagt, dass das, was er im Strafraum gesehen hat, eine Schwalbe war, und der Dritte behauptet, dass es ein Foul außerhalb des Strafraums war. Diese individuellen Beurteilungen und die Auswertung anhand der Mehrheitsregel sind in Tabelle 1 dargestellt. Das gemeinsame Urteil, dass es ein Foul im Strafraum war, es jedoch keinen Elfmeter gibt ist allerdings nicht regelkonform.

*Englischer Titel der Dissertation: "Computational Complexity in Three Areas of Computational Social Choice: Possible Winners, Unidirectional Covering Sets, and Judgment Aggregation" [Bau12].

Tabelle 1: Schiedsrichterurteile einer Elfmeterentscheidung

	Strafraum	Foul	Elfmeter
Schiedsrichter 1	Ja	Ja	Ja
Schiedsrichter 2	Ja	Nein	Nein
Schiedsrichter 3	Nein	Ja	Nein
Mehrheitsentscheid	Ja	Ja	Nein

Ein wichtiges Resultat in der Social-Choice-Theorie ist, dass das Ergebnis einer solchen gemeinsamen Urteilsfindung inkonsistent sein kann, auch wenn alle zugrunde liegenden individuellen Urteile konsistent sind. Diese Tatsache wird auch *doctrinal Paradox* oder *diskursives Dilemma* genannt (siehe Kornhauser und Sager [KS86] für die ursprüngliche Formulierung und Pettit [Pet01] für eine Generalisierung).

Im Gebiet der Computational Social Choice werden nun einerseits Methoden aus der Informatik angewendet, um die Mechanismen der Social-Choice-Theorie zu untersuchen, andererseits werden aber auch die in der Social-Choice-Theorie entstandenen Konzepte in Informatiktechnologien eingesetzt. Die Methoden der Social-Choice-Theorie haben ihren Ursprung zumeist in politischen Wahlen, aber wie man an der Elfmeterentscheidung sieht, sind diese Entscheidungsfindungsprozesse sehr vielfältig. Unter anderem werden sie bei der Aggregation von Resultaten unterschiedlicher Suchmaschinen, bei der Interaktion von autonomen Agenten in Multi-Agenten-Systemen oder bei der Aufteilung von Internetbandbreite verwendet. Bei Szenarien von diesem Größenumfang ist eine formale mathematische Spezifikation und Analyse besonders wichtig und stellt uns vor neue Herausforderungen. Zum Beispiel bekommt betrügerisches Verhalten eine ganz andere Bedeutung. Hier kann eine hohe Berechnungskomplexität einen gewissen Schutz vor unerwünschter Einflussnahme auf Entscheidungsfindungsprozesse bieten. Neben Problemen, die im Zusammenhang mit Wahlen und Präferenzaggregation stehen, werden in der Computational Social Choice auch Probleme der gerechten Aufteilung (*fair division*), der gemeinsamen Urteilsfindung (*judgment aggregation*), der Ressourcenaufteilung in Multi-Agenten-Systemen, der algorithmischen Spieltheorie und aus vielen weiteren Bereichen untersucht. Weiterführende Informationen zu diesem Bereich bieten das Buch von Rothe et al. [RBLR11] und das Buchkapitel von Brandt et al. [BCE12]. In dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf der Untersuchung der Berechnungskomplexität von Wahlproblemen, Lösungskonzepten in Dominanzgraphen und Problemen der gemeinsamen Urteilsfindung.

2 Mögliche Gewinner

Ein großer Bereich in der Computational Social Choice ist der Untersuchung verschiedener Eigenschaften von Wahlsystemen gewidmet. Eine Wahl ist gegeben durch eine Menge von Kandidaten und eine Liste von Wählern, deren Präferenzen über die Kandidaten durch ihre Stimmen repräsentiert werden. Häufig sind die Stimmen komplette Rangfolgen (also vollständige lineare Ordnungen) der Kandidaten; es gibt aber auch andere Darstellungen. Ein Wahlsystem ist eine Vorschrift, wie aus den gegebenen Stimmen ein oder mehrere Sieger der Wahl bestimmt werden. Eine wichtige Klasse von Wahlsystemen bilden die sogenannten Scoring-Protokolle, die über einen Scoring-Vektor definiert werden. Dessen Einträge geben an, wie viele Punkte ein Kandidat für eine bestimmte Position in einer Wählerstimme bekommt. Die bekannte Pluralitätswahl wird durch den Scoring-Vektor $(1, 0, \ldots, 0)$ dargestellt, also bekommt nur der Kandidat an erster Position einen Punkt, alle anderen gehen leer aus. Entsprechend ist $(1, \ldots, 1, 0)$ der Scoring-Vektor für das Veto-System, bei dem alle Kandidaten einen Punkt bekommen, außer dem Kandidaten auf der letzten Position, der keinen Punkt bekommt. Bei einer k-approval-Wahl hat der Scoring-Vektor an den ersten k Positionen eine Eins und sonst nur Nullen. Neben den Scoring-Protokollen werden auch Copeland$^\alpha$-Wahlen betrachtet. Bei dieser Familie von Wahlsystemen werden zwei Kandidaten paarweise miteinander verglichen, und der Kandidat, der von mehr Wählern bevorzugt wird, bekommt einen Punkt, der Andere geht leer aus. Im Falle eines Gleichstandes bekommen beide α Punkte, wobei α eine rationale Zahl zwischen 0 und 1 ist.

Die ursprüngliche Annahme, dass die Präferenzen aller Wähler vollständige lineare Ordnungen sind, ist in der Praxis aus verschiedenen Gründen manchmal nicht realistisch. Wenn zum Beispiel die Menge der Kandidaten sehr groß ist, ist es für die Wähler unter Umständen nicht möglich, eine Rangfolge über alle Kandidaten zu erstellen. Allgemein modellieren PossibleWinner-Probleme unterschiedliche Situationen, in denen eine Wahl in einer bestimmten Weise unvollständig angegeben ist, und fragen, ob sie so vervollständigt werden kann, dass ein gewünschter Kandidat gewinnt. Das zentrale Problem der Gewinnerbestimmung in Wahlen ist in der Praxis wünschenswerterweise in Polynomialzeit zu lösen. Im Gegensatz dazu ist es meist jedoch nicht erwünscht, dass mögliche Gewinner in Polynomialzeit berechnet werden können, da dies einen Anreiz zur Manipulation des Wahlprozesses geben würde, denn PossibleWinner verallgemeinert das Manipulationsproblem. Im ersten Teil dieser Arbeit werden verschiedene Varianten von PossibleWinner-Problemen für unterschiedliche Wahlsysteme hinsichtlich ihrer algorithmischen Eigenschaften und Komplexität untersucht.

Das ursprüngliche PossibleWinner-Problem wurde von Konczak und Lang [KL05] definiert und fragt, ob die unvollständigen Präferenzen der Wähler so zu linearen Ordnungen über alle Kandidaten erweitert werden können, dass ein gewünschter Kandidat der Sieger der Wahl ist. Für ein konkretes Wahlsystem $\mathcal{E}$ ist dieses Problem folgendermaßen definiert.

$\mathcal{E}$-PossibleWinner	
Gegeben:	Eine Menge C von Kandidaten, eine Liste V von Stimmen, die Halbordnungen über C sind, und ein ausgezeichneter Kandidat $c \in C$.
Gesucht:	Gibt es eine Erweiterung V' der Stimmen in V zu einer linearen Ordnung über C, sodass c ein Gewinner der Wahl (C, V') unter dem Wahlsystem $\mathcal{E}$ ist?

In dieser Arbeit wird gezeigt, dass PossibleWinner für das konkrete Scoring-Protokoll $(2, 1, \ldots, 1, 0)$ NP-vollständig ist. Dieses Resultat ist besonders wichtig, da es zusammen mit den Resultaten von Betzler und Dorn [BD10] ein Dichotomie-Resultat für die Familie der Scoring-Protokolle ergibt. Die Komplexität des PossibleWinner-Problems ist somit für alle Scoring-Protokolle bekannt: Für Pluralitätswahlen und Veto ist das Problem in Polynomialzeit lösbar, und für alle anderen Scoring-Protokolle ist es NP-vollständig.

Neben dem ursprünglichen PossibleWinner-Problem werden auch Varianten dieses Problems untersucht, denen jedoch allen gemeinsam ist, dass sie fragen, ob ein gewünschter Kandidat durch eine geeignete Vervollständigung der Wahl zu einem Sieger werden kann. Eine dieser Problemvarianten ist PossibleWinner *mit Hinzufügen von neuen Kandidaten*. Dieses von Chevaleyre et al. [CLMM10] eingeführte Problem modelliert die Situation, bei der eine Teilmenge der Kandidaten erst zu einem späteren Zeitpunkt zur Wahl hinzugefügt wird, diese Kandidaten also in keiner der bisher abgegebenen Präferenzen auftauchen. Es wird gezeigt, dass dieses Problem für alle Scoring-Vektoren der Form $(\alpha_1, \alpha_2, 1, 0, \ldots, 0)$, mit $\alpha_1 > \alpha_2 > 1$, NP-vollständig ist, wenn ein neuer Kandidat hinzugefügt wird. Außerdem wird dieses Problem für k-approval-Wahlen untersucht, allerdings für den Fall, bei dem die Stimmen der Wähler unterschiedlich gewichtet werden. Hier wird ebenfalls NP-Vollständigkeit gezeigt, wenn ein neuer Kandidat hinzugefügt wird.

Bei der PossibleWinner-Variante *mit verkürzten Stimmen* haben die Präferenzen der Wähler alle eine bestimmte verkürzte Form. Wenn die Menge der Alternativen zu groß ist, als dass man eine lineare Ordnung über alle Kandidaten erwarten könnte, ist es sinnvoll, die Wähler nur nach ihren am meisten und/oder am wenigsten bevorzugten Kandidaten zu fragen. Im Gegensatz zu dem zuvor betrachteten Problem wird hier gezeigt, dass für k-approval-Wahlen das PossibleWinner-Problem für alle drei Formen von verkürzten Stimmen in Polynomialzeit lösbar ist.

Die PossibleWinner-Variante *mit unbekannten Gewichten* betrachtet eine andere Form einer unvollständigen Wahl. Im Gegensatz zu den vorherigen Problemen sind hier die Präferenzen der Wähler vollständig gegeben, allerdings ist nicht bekannt, welche Gewichte die Stimmen der einzelnen Wähler haben. Insgesamt werden vier verschiedene Varianten dieses Problems betrachtet, die für Copeland$^\alpha$-Wahlen alle NP-vollständig sind. Für k-approval-Wahlen werden, für verschiedene Werte von k, sowohl Polynomialzeitalgorithmen als auch NP-Vollständigkeitsbeweise angegeben.

Die letzte untersuchte Variante ist PossibleWinner *bei unbekanntem Wahlsystem*. Die Unsicherheit liegt hier nicht in den Stimmen der Wähler, ihren Gewichten oder der Menge der Kandidaten, sondern es ist nicht bekannt, welches Wahlsystem zur Aggregation der Stimmen verwendet wird. Falls das Wahlsystem aus der Familie der Copeland$^{\alpha}$-Wahlsysteme gewählt wird, ist dieses Problem in Polynomialzeit lösbar. Wenn allerdings eine geeignet eingeschränkte Klasse von Scoring-Protokollen betrachtet wird, ist dieses Problem NP-vollständig.

Die NP-Härte für die verschiedenen PossibleWinner-Probleme wird durch Reduktionen von den bekannten NP-vollständigen Problemen HittingSet, 3-DimensionalMatching, Partition, ExactCoverByThreeSets und IntegerKnapsack gezeigt. Für einige der Polynomialzeitalgorithmen werden Flußnetzwerke verwendet. In der Computational Social Choice werden weitere Probleme untersucht, die den verschiedenen Varianten der PossibleWinner-Probleme ähnlich sind. In direktem Zusammenhang stehen hierbei das Manipulationsproblem und die Bestechungsvariante SwapBribery, sodass einige der hier erzielten Resultate direkt übertragen werden können.

3 Unidirektionale Überdeckungsprobleme

Verwandt mit dem Gewinnerproblem für Wahlen sind Lösungskonzepte für Dominanzgraphen, wie sie aus einer paarweisen Mehrheitsrelation resultieren können. Ein Lösungskonzept ist eine Möglichkeit, die „beliebtesten" Elemente eines solchen Dominanzgraphen zu bestimmen. Die Knoten eines Dominanzgraphen entsprechen den Alternativen, und eine gerichtete Kante von a nach b liegt genau dann vor, wenn b von a dominiert wird. Anwendungen für solche Dominanzgraphen gibt es unter anderem in der Argumentationstheorie, der Spieltheorie und bei Sportturnieren. Im zweiten Teil dieser Arbeit wird die Komplexität von verschiedenen Problemen bezüglich sogenannter *upward* und *downward covering sets* untersucht. Diese Mengen basieren auf den *upward* und *downward covering relations*:

- Eine Alternative a *upward covers* eine Alternative b, wenn b von a dominiert wird und alle Alternativen, die a dominieren, auch b dominieren.
- Eine Alternative a *downward covers* eine Alternative b, wenn b von a dominiert wird und alle Alternativen, die von b dominiert werden, auch von a dominiert werden.

Die Lösungskonzepte, die auf diesen unidirektionalen Überdeckungsrelationen basieren, sind inklusionsminimale Teilmengen der Alternativen, die gewisse Kriterien der internen und externen Stabilität bezüglich der upward bzw. downward covering relations erfüllen. Kürzlich haben Brandt und Fischer [BF08] gezeigt, dass es NP-hart ist, zu entscheiden, ob für einen gegebenen Dominanzgraphen eine gegebene Alternative in einem minimal upward bzw. minimal downward covering set liegt. Dieses Problem wird mit $\mathrm{MC_u}$-Member bzw. $\mathrm{MC_d}$-Member bezeichnet. Die obere Schranke wurde in beiden Fällen offen gelassen. In dieser Arbeit wird die untere Schranke auf die Stufe $\Theta_2^p = \mathrm{P}^{\mathrm{NP}[\log]}$ der Polynomialzeithierarchie angehoben und die obere Schranke $\Sigma_2^p = \mathrm{NP}^{\mathrm{NP}}$ angegeben. Neben dem Problem, zu entscheiden, ob eine gegebene Alternative in einem minimal upward/downward covering set liegt, werden noch weitere Probleme untersucht. Für minimal upward covering sets sind es folgende Probleme:

- $\mathrm{MC_u}$-MemberAll: Liegt für einen gegebenen Dominanzgraphen eine gegebene Alternative in allen minimal upward covering sets?
- $\mathrm{MC_u}$-Size: Gibt es für einen gegebenen Dominanzgraphen und eine gegebene Zahl k ein minimal upward covering set mit höchstens k Alternativen?
- $\mathrm{MC_u}$-Unique: Hat ein gegebener Dominanzgraph ein eindeutiges minimal upward covering set?
- $\mathrm{MC_u}$-Test: Ist für einen gegebenen Dominanzgraphen eine gegebene Teilmenge der Alternativen ein minimal upward covering set?

Außerdem wird das Suchproblem betrachtet, bei dem ein minimal upward covering set für einen gegebenen Dominanzgraphen ausgegeben werden soll. Zusätzlich zu den inklusionsminimalen upward covering sets werden die Probleme auch für upward covering sets von minimaler Größe betrachtet. Diese Probleme werden jeweils mit $\mathrm{MSC_u}$ bezeichnet. Ebenso werden alle diese Probleme auch für downward covering sets untersucht, und entsprechend mit $\mathrm{MC_d}$ und $\mathrm{MSC_d}$ bezeichnet. Die Resultate für alle betrachteten Entscheidungsprobleme sind in Tabelle 2 zusammengefasst.

Tabelle 2: Resultate für upward und downward covering set Probleme. Die beiden mit * gekennzeichneten Resultate gehen auf Brandt und Fischer [BF08] zurück; alle weiteren Ergebnisse werden in dieser Arbeit gezeigt.

Problemtyp	$\mathrm{MC_u}$	$\mathrm{MSC_u}$	$\mathrm{MC_d}$	$\mathrm{MSC_d}$
Size	NP-vollst.	NP-vollst.	NP-vollst.	NP-vollst.
Member	Θ_2^p-hart, $\in \Sigma_2^p$	Θ_2^p-vollst.	Θ_2^p-hart, $\in \Sigma_2^p$	coNP-hart, $\in \Theta_2^p$
MemberAll	coNP-vollst.*	Θ_2^p-vollst.	coNP-vollst.*	coNP-hart, $\in \Theta_2^p$
Unique	coNP-hart, $\in \Sigma_2^p$	coNP-hart, $\in \Theta_2^p$	coNP-hart, $\in \Sigma_2^p$	coNP-hart, $\in \Theta_2^p$
Test	coNP-vollst.	coNP-vollst.	coNP-vollst.	coNP-vollst.

Um die Θ_2^p-Härte Resultate zu erzielen, wird mit Hilfe von raffinierten Konstruktionen Wagners Technik [Wag87] angewendet. Eine zentrale Folgerung aus diesen Resultaten ist, dass alle vier betrachteten Suchprobleme nicht in Polynomialzeit lösbar sind, sofern nicht $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$ gilt. Dies ist ein starker Kontrast zu dem Resultat von Brandt und Fischer [BF08], dass bidirektionale minimal covering sets in Polynomialzeit berechenbar sind.

4 Gemeinsame Urteilsfindung

Der letzte Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der gemeinsamen Urteilsfindung. Hier werden, wie im Beispiel der Elfmeterentscheidung, individuelle Urteile über möglicherweise miteinander verbundene logische Propositionen aggregiert. In der Social-Choice-Theorie werden verschiedene Möglichkeiten der Einflussnahme auf Wahlen untersucht, und in der Computational Social Choice wird die Berechnungskomplexität von Problemen in Bezug auf Manipulation, Bestechung und Kontrolle untersucht. Diese Probleme sind allerdings nicht nur für Wahlen interessant, sondern auch allgemein für Entscheidungsfindungsprozesse. Endriss et al. [EGP12] initiierten die algorithmische und komplexitätstheoretische Untersuchung von gemeinsamer Urteilsfindung, unter anderem mit der Analyse des Gewinner- und Manipulationsproblems. In dieser Arbeit werden die Ergebnisse zum Manipulationsproblem auf eine ganze Klasse von Urteilsfindungsprozeduren ausgeweitet, und es wird die Untersuchung von Bestechungs- und Kontrollproblemen in Urteilsfindungsprozessen motiviert und ihre Berechnungskomplexität untersucht. Auch hier kann NP-Härte eine Art Schutz gegen diese unerwünschten Arten von Einflussnahme bieten. Zusätzlich zur klassischen Komplexitätstheorie untersuchen wir hier auch die parametrisierte Komplexität und zeigen W[2]-Härte für verschiedene Probleme.

Die Teilnehmer eines Urteilsfindungsprozesses werden als *Richter* bezeichnet, und die Menge der Aussagen, über die sie ihr Urteil abgeben, ist die *Agenda*. Eine Urteilsfindungsprozedur ermittelt ein gemeinsames Urteil auf Basis der individuellen Urteile der Richter. Die hier betrachtete Klasse von voraussetzungsbasierten Urteilsfindungsprozeduren liefert, unter gewissen Voraussetzungen, immer konsistente gemeinsame Urteile. Dies wird durch eine geschickte Unterteilung der Agenda in Voraussetzungen und Folgerungen erreicht. Bei der Aggregation wird die Urteilsfindungsprozedur jetzt nur noch auf die Voraussetzungen angewendet, und das gemeinsame Urteil für die Folgerungen wird daraus abgeleitet. Die *Premise-based Procedure*, kurz *PBP*, bezeichnet die voraussetzungsbasierte Prozedur, bei der zur Aggregation der Voraussetzungen die Mehrheitsregel angewendet wird. Eine Verallgemeinerung ist die *Uniform Premise-based Quota Rule*, kurz $UPQR_q$, wobei q eine rationale Zahl zwischen 0 und 1 ist. Hier wird bei n Richtern eine Aussage der Agenda in das gemeinsame Urteil aufgenommen, wenn mindestens ein Schwellenwert von $n \cdot q$ Zustimmungen erreicht wird. Des weiteren wird die *Uniform Constant Premise-based Quota Rule*, kurz $UCPQR_q$, betrachtet, bei der der Schwellenwert q eine feste Anzahl von Richtern ist.

Das Manipulationsproblem in der gemeinsamen Urteilsfindung, definiert von Endriss et al. [EGP12], fragt, ob ein Richter einen Anreiz hat, ein unaufrichtiges Urteil abzugeben, da es zu einem für ihn besseren Ergebnis führt. Die Distanz zwischen zwei Urteilen ist hierbei über die Hammingdistanz definiert. Eng verwandt mit dem Manipulationsproblem ist das in dieser Arbeit für gemeinsame Urteilsfindung eingeführte Bestechungsproblem (Bribery). Hier versucht eine externe Person das Ergebnis durch Bestechung der Richter zu seinen Gunsten abzuändern, ohne dabei sein Budget zu überschreiten. Durch die Zahlung eines Bestechungsgeldes wird erreicht, dass der Richter das von der externen Person gewünschte Urteil abgibt. Auch hier wird die Distanz zwischen zwei Urteilen über die Hammingdistanz definiert. Zusätzlich wird jedoch auch eine exakte Variante (ExactBribery) betrachtet, bei der das Ziel der externen Person ist, ein bestimmtes (möglicherweise unvollständiges) Urteil zu erzielen. Außerdem wird für diese beiden Varianten auch die sogenannte Mikrobestechung (Microbribery) untersucht, bei der nicht dafür gezahlt wird ein komplettes individuelles Urteil abzuändern, sondern für jeden einzelnen Eintrag der Voraussetzungen, der abgeändert werden soll.

Neben der klassischen Berechnungskomplexität werden einige dieser Probleme auch bezüglich ihrer parametrisierten Komplexität untersucht. Hier wird untersucht, ob NP-harte Probleme vielleicht doch in Polynomialzeit lösbar sind, wenn bestimmte Parameter der Eingabe fest vorgegeben sind. Wenn dies der Fall ist, dann wird ein Problem *fixed-parameter tractable* bezüglich dieses Parameters genannt. In dieser Arbeit wird allerdings Härte für die Klasse W[2] gezeigt, welche Probleme beinhaltet, die als *fixed-parameter intractable* angesehen werden. Im Bezug auf Wahlsysteme können solche Parameter zum Beispiel die Anzahl der teilnehmenden Wähler oder die Anzahl der Kandidaten sein. Die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse zum Manipulationsproblem und den verschiedenen Bestechungsproblemen in gemeinsamer Urteilsfindung sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

Tabelle 3: Übersicht über die Ergebnisse zu Manipulation und Bestechung

Parameter	$UPQR_q$-Manipulation	*PBP*-Bribery	*PBP*-ExactBribery	*PBP*-Microbribery	*PBP*-ExactMicrobribery
# Richter	NP-vollst.	NP-vollst.		NP-vollst.	NP-vollst.
max # Änderungen	W[2]-hart	✗	✗	✗	✗
# Bestechungen	✗	NP-vollst.	W[2]-hart	✗	✗
# Mikrobestechungen	✗	✗	✗	NP-vollst.	NP-vollst.
Allg. Problem	NP-vollst.	NP-vollst.	NP-vollst.	NP-vollst.	NP-vollst.

Zusätzlich zur NP-Härte für die allgemeinen Probleme wird gezeigt, dass einige der Probleme NP-hart bleiben, selbst wenn bestimmte Parameter der Eingabegröße fest sind. So bezeichnet „# Richter“ eine feste Anzahl von Richtern, und „max # Änderungen“ die maximale Anzahl von Änderungen in den Voraussetzungen, die nötig sind, um das Ziel zu erreichen. „# Bestechungen“ bezeichnet das Problem, bei dem nur eine feste Anzahl von Richtern bestochen werden kann, und „# Mikrobestechungen“ steht für das Problem, bei dem die Anzahl der Mikrobestechungen eine feste Konstante ist. Die NP-Vollständigkeit wird in allen Fällen durch Reduktionen vom NP-vollständigen Problem DominatingSet gezeigt. Für den Parameter „Größe der dominierenden Menge“ ist dieses Problem ebenfalls W[2]-vollständig. Diese Tatsache wird verwendet, um W[2]-Härte für das Manipulationsproblem zu zeigen. Die W[2]-Härte im Falle der exakten Bestechung folgt jedoch aus der W[2]-Härte des eng verwandten OptimalLobbying-Problems. Der Eintrag ✗ impliziert, dass die gegebene Kombination von Problem und Parameter nicht anwendbar ist. Für die W[2]-harten (und erst recht für die für feste Parameter NP-harten) Probleme sind Manipulation bzw. Bestechung in den hier untersuchten Urteilsfindungsprozeduren nicht ohne weiteres durchführbar.

Neben Manipulation und Bestechung werden in dieser Arbeit drei Arten von Kontrolle untersucht, bei denen die Menge der teilnehmenden Richter verändert wird. Zum einen ist das Kontrolle durch Hinzufügen oder Entfernen von Richtern (Control by Adding/Deleting Judges) und zum anderen Kontrolle durch Ersetzen von Richtern (Control by Replacing Judges). Die ersten beiden Probleme sind abgeleitet von den Kontrollproblemen durch Hinzufügen oder Entfernen von Wählern, und das dritte wird in dieser Arbeit speziell für die gemeinsame Urteilsfindung eingeführt. Da das Eingreifen in eine Wahl durch Kontrolle meist ein unerwünschtes Verhalten ist, übernehmen wir hier die Notation aus dem Bereich Wahlen und sagen, ein Problem ist resistent gegen ein bestimmtes Kontrollproblem, wenn das entsprechende Entscheidungsproblem NP-hart ist. Auch hier werden wieder je zwei Varianten der Probleme untersucht: die auf der Hammingdistanz basierende und die exakte Variante. Im Gegensatz zu Manipulation und Bestechung sind hier die Uniform Premise-based Quota Rule und die Uniform Constant Premise-based Quota Rule echt verschiedene Klassen von Urteilsfindungsprozeduren, da sich die Zahl der teilnehmenden Richter, und somit der Schwellenwert, durch die Kontrollaktion verändern kann. Die Ergebnisse für die in dieser Arbeit untersuchten Kontrollprobleme sind in Tabelle 4 zusammengefasst. Ähnlich zu den Härteresultaten für Manipulation und Bestechung ist die Resistenz der untersuchten Urteilsfindungsprozeduren ein positives Resultat.

Tabelle 4: Übersicht über die Ergebnisse für die verschiedenen Kontrollprobleme

Problem	$UCPQR_q$	$UPQR_{1/2}$	$UPQR_q$
Control by Adding Judges	resistent	resistent	
Exact Control by Adding Judges	resistent	resistent	
Control by Deleting Judges	resistent	resistent	
Exact Control by Deleting Judges	resistent	resistent	
Control by Replacing Judges	resistent	resistent	resistent
Exact Control by Replacing Judges	resistent	resistent	resistent

Fazit: Insgesamt beinhaltet die Social-Choice-Theorie viele interessante Probleme, die uns auch im Alltag immer wieder begegnen. Mit der Verbindung zur Informatik wurde mit der Computational Social Choice ein Gebiet geschaffen, welches uns vor spannende Herausforderungen stellt, vor allem bei der Untersuchung der algorithmischen Eigenschaften und der Komplexität der zugehörigen Probleme.

Literatur

[Bau12] D. Baumeister. *Computational Complexity in Three Areas of Computational Social Choice: Possible Winners, Unidirectional Covering Sets, and Judgment Aggregation*. Dissertation, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, Germany, 2012.

[BCE12] F. Brandt, V. Conitzer und U. Endriss. Computational Social Choice. In G. Weiß, Hrsg., *Multiagent Systems*. MIT Press, 2012. 2nd edition, to appear.

[BD10] N. Betzler und B. Dorn. Towards a Dichotomy of Finding Possible Winners in Elections Based on Scoring Rules. *Journal of Computer and System Sciences*, 76(8):812–836, 2010.

[BF08] F. Brandt und F. Fischer. Computing the Minimal Covering Set. *Mathematical Social Sciences*, 56(2):254–268, 2008.

[CLMM10] Y. Chevaleyre, J. Lang, N. Maudet und J. Monnot. Possible Winners when New Candidates Are Added: The Case of Scoring Rules. In *In Proceedings of AAAI'10*, Seiten 762–767. AAAI Press, 2010.

[EGP12] U. Endriss, U. Grandi und D. Porello. Complexity of Judgment Aggregation. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 45:481–514, 2012.

[KL05] K. Konczak und J. Lang. Voting Procedures with Incomplete Preferences. In *Proceedings of the Multidisciplinary IJCAI-05 Worshop on Advances in Preference Handling*, Seiten 124–129, 2005.

[KS86] L. A. Kornhauser und L. G. Sager. Unpacking the Court. *Yale Law Journal*, 96(1):82–117, 1986.

[Pet01] P. Pettit. Deliberative Democracy and the Discursive Dilemma. *Philosophical Issues*, 11:268–299, 2001.

[RBLR11] J. Rothe, D. Baumeister, C. Lindner und I. Rothe. *Einführung in Computational Social Choice: Individuelle Strategien und kollektive Entscheidungen beim Spielen, Wählen und Teilen*. Spektrum Akademischer Verlag, 2011.

[Wag87] K. Wagner. More Complicated Questions About Maxima and Minima, and some Closures of NP. *Theoretical Computer Science*, 51:53–80, 1987.

Dorothea Baumeister wurde am 01. Juli 1983 in Duisburg geboren. Von Oktober 2002 bis September 2007 studierte sie Informatik mit Nebenfach Mathematik an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf. In ihrer Masterarbeit beschäftigte sie sich mit der Berechnungskomplexität des Problems Tantrix™Rotation Puzzle. Seit Oktober 2007 arbeitet sie als wissenschaftliche Mitarbeiterin in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Jörg Rothe und hat ihre Dissertation in dem interdisziplinären Gebiet Computational Social Choice im September 2012 erfolgreich abgeschlossen. Seit September 2011 ist sie außerdem Mutter einer Tochter. Zur Zeit arbeitet sie als Postdoc in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Jörg Rothe.