

März 2017

Computeralgebra Rundbrief

> Ausgabe 60

- ▶ Tagung der Fachgruppe 2017
- ▶ Some steps to improve software information
- ▶ SINGULAR online
- ▶ Der goldene Schnitt und Polynome 4. Grades



DMV





Inhaltsverzeichnis

Inhalt	3
Impressum	4
Mitteilungen der Sprecher	5
Tagung der Fachgruppe	7
Themen und Anwendungen der Computeralgebra	9
<i>Some steps to improve software information</i> (A. Heinle, W. Koepf, W. Sperber)	9
Neues über Systeme	17
<i>SINGULAR online</i> (F. Hinkelmann, L. Kastner, Y. Ren)	17
Computeralgebra in der Schule	22
<i>Der goldene Schnitt und Polynome 4. Grades</i> (A. Zitterbart)	22
Publikationen über Computeralgebra	27
Promotionen in der Computeralgebra	27
Habilitationen in der Computeralgebra	31
Hinweise auf Konferenzen	32
Fachgruppenleitung Computeralgebra 2017–2020	35

Impressum

Der Computeralgebra-Rundbrief wird herausgegeben von der Fachgruppe Computeralgebra der GI in Kooperation mit der DMV und der GAMM
(verantwortlicher Redakteur: Dr. Fabian Reimers car@mathematik.de)

Der Computeralgebra-Rundbrief erscheint halbjährlich, Redaktionsschluss 15.02. und 15.09. ISSN 0933-5994. Mitglieder der Fachgruppe Computeralgebra erhalten je ein Exemplar dieses Rundbriefs im Rahmen ihrer Mitgliedschaft. Fachgruppe Computeralgebra im Internet:
<http://www.fachgruppe-computeralgebra.de>.

Konferenzankündigungen, Mitteilungen, einzurichtende Links, Manuskripte und Anzeigenwünsche bitte an den verantwortlichen Redakteur.

GI (Gesellschaft für
Informatik e.V.)
Wissenschaftszentrum
Ahrstr. 45
53175 Bonn
Telefon 0228-302-145
Telefax 0228-302-167
gs@gi-ev.de
<http://www.gi-ev.de>



DMV (Deutsche Mathematiker-
Vereinigung e.V.)
Mohrenstraße 39
10117 Berlin
Telefon 030-20377-306
Telefax 030-20377-307
dmv@wias-berlin.de
<http://www.dmv.mathematik.de>



GAMM (Gesellschaft für Angewandte
Mathematik und Mechanik e.V.)
Technische Universität Dresden
Institut für Statik und Dynamik der
Tragwerke
01062 Dresden
Telefon 0351-463-33448
Telefax 0351-463-37086
GAMM@mailbox.tu-dresden.de
<http://www.gamm-ev.de>



Mitteilungen der Sprecher

Liebe Mitglieder der Fachgruppe Computeralgebra,

Ende letzten Jahres fand turnusgemäß die Wahl der neuen Fachgruppenleitung statt. Eine erfreulich hohe Anzahl von 80 Mitgliedern beteiligte sich an der Wahl. Die abgegebenen Stimmen (maximal 9 pro Wähler) verteilten sich folgendermaßen:

Prof. Dr. Gregor Kemper	München	59
Prof. Dr. Florian Heß	Oldenburg	57
Prof. Dr. Eva Zerz	Aachen	57
Prof. Dr. Anne Frühbis-Krüger	Hannover	55
Prof. Dr. Claus Fieker	Kaiserslautern	45
StD Jan Hendrik Müller	Dortmund	42
Prof. Dr. Jürgen Klüners	Paderborn	41
Prof. Dr. Martin Kreuzer	Passau	39
Dr. Thomas Hahn	München	36
Prof. Dr. Meinolf Geck	Stuttgart	33
Prof. Dr. Max Horn	Gießen	31
StR Oliver Wagener	Duisburg-Essen	26

Die ersten neun Kandidaten sind damit gewählt, die weiteren drei bilden die Nachrückerliste. Wir danken allen Kandidaten für ihre Bereitschaft, sich zur Wahl zu stellen, und ebenso den Wahlleitern, Wolfram Koepf und Ernst W. Mayr, für die Auswertung der Wahl. Neben den gewählten Mitgliedern gehören der Fachgruppenleitung die Vertreter der Fachgesellschaften an:

Prof. Dr. Ernst W. Mayr (München) als Vertreter der GI
Prof. Dr. Wolfram Koepf (Kassel) als Vertreter der DMV

Eine Entscheidung der GAMM über die Nachfolge ihrer zum 1.1.2017 aus der Fachgruppenleitung ausgeschiedenen Vertreterin liegt derzeit noch nicht vor.

Die neue Fachgruppenleitung konstituierte sich in der Sitzung am 13.02.2017 in Kassel, bei der eine der ersten Aufgaben die Benennung von Fachexperten war, die mit ihrer Expertise die Fachgruppenleitung komplettieren. Neben den bewährten Ressorts Industrie und Redaktion Rundbrief, die neu zu besetzen waren, trug die Benennung des dritten Fachexperten der gerade erst erfolgten Einrichtung des SFB-TR "Symbolische Werkzeuge in der Mathematik und ihre Anwendung" Rechnung:

Fachexperte Industrie:	Prof. Dr. Christoph Thiel (Bielefeld)
Fachexperte Redaktion Rundbrief:	Dr. Fabian Reimers (München)
Fachexperte Sonderforschungsbereich 195:	Prof. Dr. Meinolf Geck (Stuttgart)

Die Kontaktadressen sowie die derzeitigen Aufgabenbereiche und Zuständigkeiten finden Sie in der Übersicht auf Seite 35. An dieser Stelle möchten wir auch den ausscheidenden Mitgliedern der Fachgruppenleitung unseren herzlichen Dank für ihr tatkräftiges Engagement, für ihre Ideen und ihre Expertise aussprechen. Dies sind Prof. Dr. Michael Cuntz, der sich über viele Jahre um den Rundbrief gekümmert hat, Prof. Dr. Bettina Eick, die unter anderem den Bereich „Themen und Anwendungen der Computeralgebra“ bereichert hat, und Prof. Dr. Sandra Klinge, die die GAMM in der Fachgruppenleitung vertreten hat. Wir hoffen, dass Sie uns auch in Zukunft verbunden bleiben und wir in Zukunft auf ihren Rat und ihre Erfahrung zurückgreifen können. Als neu hinzugestoßene Mitglieder begrüßen wir Meinolf Geck, Fabian Reimers und Christoph Thiel und freuen uns auf die Zusammenarbeit in den kommenden drei Jahren.

In der konstituierenden Sitzung der Fachgruppenleitung mussten turnusgemäß auch Sprecher und stellvertretender Sprecher neu gewählt werden. Hier fiel die Wahl einstimmig (bei einer Enthaltung) auf Herrn Kemper als Sprecher und Frau Frühbis-Krüger als stellvertretende Sprecherin. Unser besonderer Dank gilt Herrn Heß, der insgesamt sechs Jahre lang mit großem Engagement die Fachgruppe als

Sprecher bzw. stellvertretender Sprecher vertreten hat und dabei insbesondere den Übergang in die administrative Betreuung durch die GI reibungslos gestaltet hat.

Nach einer vollen Seite Personalia möchten wir uns nun dem Inhaltlichen zuwenden und auch da gibt es diesmal eine ganze Reihe interessanter Entwicklungen:

Bei der Benennung der Fachexperten klang es schon an: Bereits kurz nach Auslaufen des Schwerpunktprogramms “Algorithmic and Experimental Methods in Algebra, Geometry and Number Theory” wird die DFG wieder ein strukturiertes Programm aus dem Bereich Computeralgebra fördern: In einer gemeinsamen Initiative waren die Gruppen in Aachen, Kaiserslautern und Saarbrücken erfolgreich bei der Einwerbung eines Sonderforschungsbereichs, an dem noch eine Reihe weiterer Gruppen als Satelliten oder externe Partner beteiligt sind. Ein herzlicher Glückwunsch zu diesem großen Erfolg an all diejenigen, die bereits seit Jahren darauf hingearbeitet haben!

*Mit einem Jahr Verspätung – dem Abschluss des Schwerpunktprogramms geschuldet – findet vom 4. bis 6. Mai 2017 wieder eine Computeralgebra-Tagung der Fachgruppe in Kassel statt, für deren Hauptvorträge wir Kollegen aus ganz verschiedenen aktuellen Teilgebieten der Computeralgebra gewinnen konnten. Abstracts zu diesen Vorträgen und wichtige organisatorische Informationen sind ab Seite 7 für Sie zusammengestellt. Vorab möchten wir an dieser Stelle allerdings schon auf die recht knappe Frist für die Anmeldung von Vorträgen hinweisen, den **15.3.2017**. Wir würden uns freuen, Sie in Kassel begrüßen zu dürfen; besonders schön wäre es, wenn die Professorinnen und Professoren unter Ihnen auch Promovierende und junge PostDocs zur Teilnahme und zu einem Vortrag motivieren könnten. Der beste Vortrag eines Nachwuchswissenschaftlers wird übrigens traditionsgemäß mit einem Geldpreis ausgezeichnet.*

Über die Computeralgebra-Tagung hinaus möchte die Fachgruppenleitung Aktivitäten im Bereich der Computeralgebra in Deutschland stärken, insbesondere in Hinblick auf die Nachwuchsförderung. Daher wurde beschlossen, erstmals auch einem thematisch enger umrissenen Workshop eine kleine Förderung zukommen lassen, wofür ein Budget von 1000,- Euro zur Verfügung gestellt wurde.

Wir wünschen Ihnen eine angenehme und anregende Lektüre dieses Hefts.

Gregor Kemper

Anne Frühbis-Krüger

Workshop-Förderung der Fachgruppe:

Sie veranstalten eine Workshop zu einem Thema aus dem Bereich der Computeralgebra und könnten mit einer kleinen finanziellen Unterstützung den Workshop deutlich interessanter oder effektiver gestalten? Die Fachgruppe Computeralgebra möchte 2017 erstmals einen Workshop mit bis zu 1000,- Euro unterstützen.

Anträge können bis **20. April 2017** mit einer kurzen Beschreibung des Workshops (ca. 1 DIN A4 Seite; kurze Beschreibung des Gebiets, Thema des Workshops, Zielgruppe, Budget-Planung) und einer Darstellung, inwiefern diese Förderung einen deutlich erkennbaren Beitrag zum Gelingen des Workshops und zur Nachwuchsförderung liefert, an den Sprecher der Fachgruppe gerichtet werden: **kemper@ma.tum.de**, bitte ‘**Workshop-Förderung**’ im Betreff angeben. Eine Entscheidung über die Vergabe dieser Mittel wird den Antragstellern ca. Mitte Mai mitgeteilt.

Anträge, die nach Ende der Frist, aber vor dem 31.8.2017 eintreffen, können ggf. für die Vergabe von Restmitteln berücksichtigt werden und erhalten Anfang Oktober Bescheid.





Tagung in Kassel, 2014

Tagung der Fachgruppe Computeralgebra in Kassel, 04.05. – 06.05.2017

<http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/tagung-kassel-2017/>

In Fortsetzung der erfolgreichen Tagungen 2003, 2005, 2009, 2012, 2014 in Kassel und 2007 in Kaiserslautern führt die Fachgruppe im Mai 2017 wieder eine derartige Tagung in Kassel durch. Ziel ist es, wie auf den Vorgängerkonferenzen ein Forum zu bieten, das es erstens Nachwuchswissenschaftlern ermöglicht, ihre Ergebnisse vorzustellen, andererseits aber auch einige Hauptvortragende zu gewinnen, die Übersichtsvorträge über wichtige Gebiete der Computeralgebra und über Computeralgebra-Software geben sollen.

Wir konnten folgende Wissenschaftler für einen Hauptvortrag gewinnen:

- **Dr. Christian Eder (Kaiserslautern):** *Aktuelle Softwareentwicklungen zum effizienten und parallelen Berechnen von Gröbnerbasen*

Das Berechnen von Gröbnerbasen lässt sich zu großen Teilen auf lineare Algebra zurückführen: Der Reduktionsvorgang von Polynomen entspricht der Eliminierung von speziellen Matrizen (Macaulay Matrizen, Faugères F4 Algorithmus), ein Verfahren, das auf natürliche Weise parallelisiert werden kann. Weiterhin ergibt sich durch Informationen aus der Gröbnerbasis eine bestimmte Struktur der entsprechenden Matrizen, welche wiederum zur Optimierung der Elimination ausgenutzt werden kann. Wir präsentieren, basierend auf den oben genannten Ideen, zwei quell-offene und freie Softwarepakete zum effizienten und parallelen Berechnen von Gröbnerbasen.

Hierbei werden wir eingehend die Möglichkeiten von Mehrkern-CPU-Systemen sowie die Herausforderungen der Skalierbarkeit von entsprechender Software diskutieren. Abschließend geben wir einen Ausblick auf gegenwärtige Implementierungsstudien im Bereich des verteilten sowie des heterogenen Rechnens (CPU/GPU). Teile des Vortrags beruhen auf einer Zusammenarbeit mit Jean-Charles Faugère.

- **Dr. Stephan Elsenhans (Paderborn):** *Berechnungen zur Geometrie und Arithmetik algebraischer Flächen*

Algebraische Flächen werden seit über 100 Jahren in der Mathematik studiert. Sie entstehen als Lösungsmengen polynomieller Gleichungen. Ist eine solche Fläche als Nullstellenmenge von Polynomen mit ganzen Koeffizienten gegeben, so kann man diese Nullstellenmenge einerseits als komplexe Mannigfaltigkeit verstehen, ande-

rerseits aber kann man diese Polynome auch modulo einer Primzahl reduzieren und dann die Lösungsmenge betrachten. Es zeigt sich, dass diese beiden Betrachtungsweisen aufs engste verwandt sind. Im Vortrag möchte ich zeigen, wie dieses Wechselspiel algorithmisch genutzt werden kann, d.h., ich möchte Algorithmen vorstellen, die über endlichen Körpern arbeiten und Aussagen über komplexe algebraische Mannigfaltigkeiten liefern. Im weiteren werden diese Algorithmen dann zur Suche von algebraischen Flächen mit speziellen Eigenschaften eingesetzt.

- **Prof. Dr. Meinolf Geck (Stuttgart):** *Computations with structures in Lie theory*

Lie algebras and Lie groups, and various algebraic structures related to them, admit combinatorial skeletons which make it possible to perform calculations in a highly efficient way. We present a number of examples and applications.

- **Prof. Dr. Alice Niemeyer (Aachen):** *Randomisierte Algorithmen in der Gruppentheorie*

Gruppen beschreiben Symmetrien von Objekten und spielen daher eine wichtige Rolle in vielen Gebieten der Mathematik und der Naturwissenschaften. In vielen Situationen werden Gruppen durch eine kleine Menge von Elementen beschrieben, zum Beispiel kann eine Matrixgruppe durch wenige Matrizen erzeugt werden. Eine solche Beschreibung einer Gruppe eignet sich besonders gut, um mit der Gruppe auf einem Computer zu rechnen. In der Tat ermöglichen moderne Computeralgebrasysteme es, viele wichtige Fragen über konkrete Gruppen mit Hilfe eines Computers zu beantworten. Allerdings können selbst endliche Gruppen sehr viele verschiedene Elemente haben.

So hat zum Beispiel die Gruppe aller Permutationen einer Menge der Mächtigkeit 100 schon mehr als 10157 Elemente, während die Gruppe der invertierbaren binären 20x20 Matrizen mehr als 10119 Elemente hat. Daher ist es nicht sehr verwunderlich, dass moderne Algorithmen in der Gruppentheorie randomisiert sind. Solche Algorithmen ziehen Schlussfolgerungen aus der Betrachtung weniger zufällig gewählter Elemente. Können wir uns aber auf eine Antwort eines randomisierten Algorithmus verlassen?

- **Dr. Daniel Robertz (Plymouth):** *Eliminationsverfahren für nicht-lineare PDE-Systeme*

Analog zur Korrespondenz zwischen Radikaleidealen eines Polynomrings und Varietäten in der algebraischen Geometrie gibt es eine Korrespondenz zwischen Radikaldifferentialidealen und den Mengen von analytischen Funktionen, die Lösungen der zugehörigen Systeme von polynomialen partiellen Differentialgleichungen (PDE) sind. In diesem Vortrag werden algorithmische Aspekte dieser Korrespondenz untersucht. Insbesondere wird eine Einführung in die Methode der differentiellen Thomas-Zerlegung gegeben. Dabei wird ein nicht-lineares PDE-System in endlich viele sogenannte einfache Systeme zerlegt, deren Lösungsmengen eine Partition der Lösungsmenge des gegebenen PDE-Systems bilden und deren Potenzreihenlösungen sich einfach bestimmen lassen. Umgekehrt lassen sich gewisse Mengen von analytischen Funktionen implizit durch Differentialgleichungen und -ungleichungen beschreiben. Es werden Verfahren zur Lösung der sich ergebenden Eliminationsprobleme vorgestellt. Eine Implementation der differentiellen Thomas-Zerlegung als Maple-Paket ist frei erhältlich.

Termin: Die Tagung findet in der Zeit vom 04.–06. Mai 2017 an der Universität Kassel statt. Sie wird am 04. Mai 2017 um 13:00 Uhr eröffnet (Anreisetag) und endet am 06. Mai 2017 gegen 12:30 Uhr (Abreisetag).

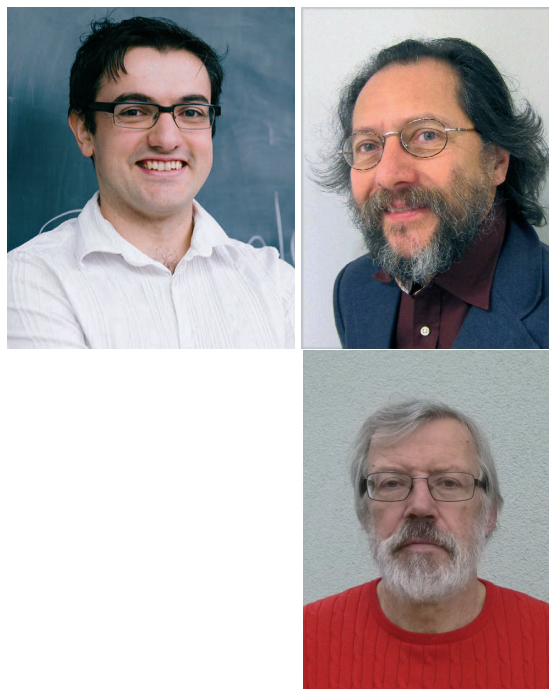
Anmeldung: Die Anmeldung eines Vortrags ist bis 15. März 2017 möglich. Die Anmeldung ohne Vortrag ist bis 15. April 2017 möglich. Bitte benutzen Sie dazu das auf der Webseite der Tagung bereitgestellte Formular.

Konferenzgebühren: Jedes Nichtmitglied der Fachgruppe entrichtet vor Ort einen Unkostenbeitrag in Höhe von 20 € für die Kaffeepausen, alternativ kann man vor Ort zum Jahresbeitrag von 9 € Mitglied der Fachgruppe werden.

Hotel-Kontingente: Bis Ende März sind spezielle Hotel-Kontingente verfügbar. Details hierzu entnehmen Sie bitte dem Anmeldeformular.

Reisekostenbeihilfe: Die Fachgruppe Computeralgebra kann in begrenztem Umfang Mittel als Reisekostenbeihilfe zur Verfügung stellen. Bewerbungen auf Reisekostenbeihilfe mit einem erklärenden Anschreiben, einer Referenzperson sowie einer Aufstellung der benötigten Mittel bitten wir einzureichen.

Nachwuchspreis: Die Fachgruppe Computeralgebra vergibt für den besten Vortrag eines Nachwuchswissenschaftlers wieder einen mit 500 € dotierten Nachwuchspreis.



Some steps to improve software information

Albert Heinle, University of Waterloo

Wolfram Koepf, Universität Kassel

Wolfram Sperber, FIZ Karlsruhe

`aheinle@uwaterloo.ca`

`koepf@mathematik.uni-kassel.de`

`wolfram@zbmath.org`

Introduction

Computer Algebra Systems (CASs) and their use in research are a critical part of modern mathematics and moreover for a broad class of applications. More generally, scientific software has established itself as an autonomous kind of scientific research. But the existing scientific infrastructure is focussed on articles and books and does not support the information about software optimally. Also, methods for the evaluation and quality control of scientific software, in particular computer algebra software, must be developed and the development of scientific software should be given the same credit and reputation as it is given to other research results.

Citations play an essential role for identifying resources, as they help to track and weight the development and the realization of ideas and theories. Furthermore, the evaluation of research results, improvement of visibility of the cited resources and proper credits to authors are the origin for developing information services. Section *Software Citations* describes recommendations for a better citation practice for software.

Scientific software development and software information are widely distributed which complicates the integration of scientific software into existing infrastructures in an adequate way. In *The Landscape of Mathematical Software Information* we give a brief overview about existing information resources, their role, and some problems in scientific software information services in mathematics. At the top, portal and catalogues are a first contact point to find software and information

about it. There exist a lot of portals, also for symbolic computation, but manual maintenance and updating the information is expensive. The *swMATH* service – for a brief description of this system see Section *swMATH* – is an attempt to create a comprehensive information service on mathematical software in a (nearly) automatic way. To this end the close relationships between software and publications are used in an essential way. But the context of mathematical software is broader, it covers also algorithms, data, languages, people, communities, institutions, etc. The idea of a social network for the symbolic computation community is introduced in Section *The CA Social Network*. It is based on semantic-web technologies allowing to maintain the information in distributed resources. It is one of the aims of this paper to sensitize the symbolic computation community to the questions and problems of a suitable scientific infrastructure for this mathematical subject. We hope that it will lead to an intensive discussion on these addressed problems within the community.

Software Citations

Publications – as the classical products of scientific research – use citations for embedding the content of a publication into its scientific context. Citations of publications are – at least in principle – standardized. But this is not at all true for software citations up until now. This results from the character of software. Software is dynamic and has a life cycle, has often different versions, releases, or bug fixes, etc., which prompt questions of archiving, reproducibility, and sustainability.

Software is written in a formal language and is accompanied by documentation, manuals, metadata files, etc. The line between software and other types of research, especially algorithms, languages, environments and services is fuzzy. Software is dependent on hardware, the operating system and other software; licenses and usability conditions for software are varying. A metadata standard for software is missing. Mathematical software is closely linked to models and mathematical objects, theories and algorithms.

With respect to the use of computer algebra systems and packages within these systems the missing citation standard leads to the absurd situation that in most cases citation is just “turned off,” hence the author of the software is not cited at all. Users of such systems who get results that they use in their papers often are not aware of whom they should cite and how they should do this properly.

Recently, the increasing importance of software expresses itself in more software citations in scientific publications. But these citations often provide not enough information about the software used. Fig. 1 gives an example for the citation of the *Singular* software in a publication.

Böhm, Janko; Decker, Wolfram; Keicher, Simon; Ren, Yue
 Current challenges in developing open source computer algebra systems. (English) Zbl 06585009
 Kotsireas, Ilias S. (ed.) et al., Mathematical aspects of computer and information sciences. 6th international conference, MACIS 2015, Berlin, Germany, November 11–13, 2015. Revised selected papers. Cham: Springer (ISBN 978-3-319-32858-4/pbk; 978-3-319-32859-1/ebook). Lecture Notes in Computer Science 9582, 3-24 (2016).
 Summary: This note is based on the plenary talk given by the second author at MACIS 2015, the Sixth International Conference on Mathematical Aspects of Computer and Information Sciences. Motivated by some of the work done within the Priority Programme SPP 1489 of the German Research Council DFG, we discuss a number of current challenges in the development of Open Source computer algebra systems. The main focus is on algebraic geometry and the system Singular.

Figure 1: An example of a typical software citation.

Such a citation practice for software is more or less typical not only in mathematics. Howison and Bullard [9] analyzed nearly 300 software references in biology:

Mention Type	Count (n=286)	Percentage
Cite to publication	105	37%
Cite to users manual	6	2%
Cite to name or website	15	5%
Instrument-like	53	19%
URL in text	13	5%
In-text name only	90	31%
Not even name	4	1%

Figure 2: Software citing in biology.

A lot of initiatives, being run by e.g., software companies, publishers, or repositories have discussed and developed proprietary recommendations for software citations. Mike Jackson has given in his blog [11] a detailed state-of-the-art analysis and pitfalls of software citation and recommendations for a better citation practice. Currently, the FORCE 11 Software Citation Working group [18], an international initiative of more than 50 information experts from different scientific areas, has discussed basic concepts for software citation. As

one result the group has published the Software Citation Principles (SCPs) [16]. They emphasize that software is a legitimate product of research and therefore must be citable. The six principles address the importance of software within research which should manifest that all relevant software will be cited, that software citations should facilitate giving credit and attribution to the developers and contributors of software, include methods for a unique identification, refer to persistent information about software, should facilitate access to the software, and provide accurate information about software (e.g., the version used). The SCPs define a general frame for software citations and moreover formulate principles for maintaining of information about software.

The SCPs do not discuss the realization of the principles. This is planned to be subject for a follow-up working group.

Exact information about software – together with the data used – is a necessary condition to evaluate and reproduce scientific results which were achieved by using mathematical software. Therefore, for the citation format, the following recommendation is given: “We recommend that all text citation styles support the following: a) a label indicating that this is software, e.g., [software], potentially with more information such as [Software: Source Code], [Software: Executable], or [Software: Container], and b) support for version information, e.g., Version 1.8.7” [16]. Each researcher who uses a software for research and publishes her or his results (e.g., in form of a paper, software, or data file) is recommended to cite software according to this recommendation.

The mathematical community uses the \TeX format for publishing. References are encoded in the (outdated) Bib \TeX format or, more up to date, in the Bib \LaTeX format. Actually, neither Bib \TeX nor Bib \LaTeX support a type “software.” Up to now, the Bib \LaTeX standard contains no special document type for software. Software must be typed as “misc.” A pragmatic recommendation is that it should be added to the title if a citation refers to a software, together with detailed information about the software instance. This could be done in the following form: title [Software:special type (Source Code, Package, Executable, Library, Other)] [Version or release or URL and/or date of the update and/or date of the download]. This would be a first step to a better software citation practice and provides the required information for the human user.

A more rigorous and Semantic Web-compatible solution would be an extension of Bib \LaTeX standard. Bib \LaTeX together with the backend software Biber provides the opportunity to define new document types, e.g., software and the corresponding fields. A prototype for a \TeX implementation is under development within the framework of the swMATH activities. It is planned to provide a template for \TeX encoding of software citations.

The Bib \LaTeX encoding allows also a simple transformation to other formats, e.g., JSON, which can be

used for a machine-based semantic processing of software citations.

Comment: Also software which cites another software should contain the corresponding notations. This could be done by separate citation files which are encoded in the same form as for papers, e.g., in Bib_{La}T_EX.

The SCPs recommend that “the software itself should be cited on the same base as any other research product,” and should have a unique and persistent identifier, preferably a DOI. This does not mean that the DOI is assigned to the software code. Outdated software is often removed from the Web. Instead, “the software identifier should resolve to a persistent landing page that contain metadata and a link to the software itself, rather than directly to the source code files, repository, or executable”, [16]. The problem of persistent identifiers and landing pages, especially of a DOI, is connected with additional efforts. Up to now, the existing landing pages, e.g., portals and software directories, provide only metadata about families of software which is offered under the same name, not about versions. But it seems to make sense that – similar to publications – persistent identifiers should be provided and maintained by special information services which integrate the information about software in a subject and make it available. The SCPs make clear that a citation standard would be very helpful for better software information but it is only a building block in a better digital information infrastructure for software and scientific information in general. That is why we continue with a brief description about resources which are relevant for mathematical software information.

The Landscape of Mathematical Software Information in the Web

The landscape of Web resources of mathematical software information is heterogeneous, widely distributed,

and has different layers. Here is an incomplete list of the relevant resources:

- *Individual websites of a software*

This is in some sense the basic layer of the software information infrastructure. Websites exist for many though not all software packages (from our experiences in the swMATH project we estimate that nearly two thirds of mathematical software packages provide information on own websites). Typically, these websites contain a lot of detailed information about a software, documentation, manuals, tutorials, software code (if the software is free), the programming language used, contact information, usability and licences, hard- and software requirements, publication lists, etc.

- *Repositories*

Software repositories as “The Comprehensive R Archive Network (CRAN)” [15] or “The Comprehensive Perl Archive Network (CPAN)” [14] provide and maintain metadata plus the source code of software collections. CRAN is a repository for statistical software written in the R language and presents standardized meta information, the version history, and links to the source code for nearly 10,000 packages.

- *Portals, directories and information services*

Portals or directories of software provide lists of software, metadata, and links. “Fachgruppe Computeralgebra” [2] or “SIGSAM” [17] offer structured webpages for computer algebra systems. These services, like the Symbolic Data project [6], are not limited to information about software but also on conferences and workshops, researchers, and data. We will discuss this in more detail below.

An informative list of computer algebra systems can also be found in Wikipedia [20].

Functionality [edit]

Below is a summary of significantly developed *symbolic* functionality in each of the systems.

System	Formula editor	Arbitrary precision	Calculus		Solvers						Graph theory	Number theory	Quantifier elimination	Boolean algebra	Tensors	Probability	Control theory	Coding theory	Group theory
			Integration	Integral transforms	Equations	Inequalities	Diophantine equations	Differential equations	Recurrence relations										
Axiom	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	No	Yes
Magma	No	Yes	No	No	Yes	No	Yes	No	No	Yes	Yes	No	No	No	?	?	Yes	No	Yes
Maple	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes
Mathcad	Yes	No	Yes	No	Yes	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No
Mathematica	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes ^[20]	Yes	Yes	No	Yes
Mathomatic	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	No	Yes	No	No	No	No	No	No	No	No
Symbolic Math Toolbox (MATLAB)	No	Yes	Yes	Yes	Yes	No	No	Yes	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No
Maxima	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes
SageMath	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes ^[4]	Yes	Yes	Yes	Yes	No	No	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes
SymPy	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes ^[21]	Yes	Yes	Yes	No	Yes	No	Yes	Yes	Yes	No	No	Yes
Wolfram Alpha	Pro version only	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	?	?	No	Yes
GAP	No	Yes	No	No	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	No	Yes	Yes
Xcas/Giac	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes	No	Yes	Yes	No	Yes	No	No	No	Yes	?	No	No	?
Yacas	No	Yes	Yes	No	Yes	No	No	No	No	No	No	No	No	No	?	?	No	No	No

Figure 3: A snippet of Wikipedia (1): functionalities of computer algebra systems

System	Creator	Development started	First public release	Latest stable version	Latest stable release date	Cost (USD)	License	Notes
Axiom	Richard Jenks	1977	1993 and 2002 ^[7]		August 2014 ^[9]	Free	modified BSD license	General purpose CAS. Continuous Release using Docker Containers
Cadabra	Kasper Peeters	2001	2007	2.1.2	January 4, 2017	Free	GNU GPL	CAS for tensor field theory
CoCoA-4	The CoCoA Team	1987	1995	4.7.5	2009	Free for non-commercial use	own license	Specialized CAS for commutative algebra
CoCoA-5	Abbott, Bigatti, Lagorio	2000	2011	5.1.1	2014	Free	GNU GPL	Specialized CAS for commutative algebra
Derive	Soft Warehouse	1979	1988	6.1	November 2007	Discontinued	Proprietary	CAS designed for pocket calculators; it was discontinued in 2007
DataMelt (DMelt)	jWork.ORG (Sergei Chekanov)	2005	2015	1.5	May 14, 2016	\$0 for academic usage, commercial license unknown	Proprietary	Java-based. Runs on the Java platform. Supports Python, Ruby, Groovy, Java and Octave.
Erable (aka ALGB)	Bernard Parisse, Mika Heiskanen, Claude-Nicolas Flechter	1993	1993	4.20060919	April 21, 2009	Free	LGPL	CAS designed for Hewlett-Packard scientific graphing calculators of the HP 48/49/40/50 series; discontinued in 2009
Fermat	Robert H. Lewis	1986	1993	5.25	July 5, 2016	\$70 if grant money available, otherwise \$0	Proprietary	Specialized CAS for resultant computation and linear algebra with polynomial entries
FORM	J.A.M. Vermaseren	1984	1989	4.1	October 25, 2013 ^[9]	Free	GNU GPL	CAS designed mainly for particle physics
FricAS	Waldek Hebisch	2007	2007	1.3.0	August 31, 2016	Free	modified BSD license	Full-featured general purpose CAS. Especially strong at symbolic integration.
GAP	GAP Group	1986	1986	4.8.6	November 12, 2016	Free	GNU GPL ^[10]	Specialized CAS for group theory and combinatorics.
GiNaC	Christian Bauer, Alexander Frink, Richard B. Kreckel, et al.	1999	1999	1.7.1	October 2, 2016	Free	GNU GPL	Integrate symbolic computation into C++ programs; no high-level interface, but emphasis on interoperability.
KANT/KASH	KANT Group	?	?	3	2005/2008	Free for non-commercial use	own license	Specialized CAS for algebraic number theory
Macaulay2	Daniel Grayson and Michael Stillman	1992	1994	1.8	2015	Free	GNU GPL	Specialized CAS for algebraic geometry and commutative algebra
Macsyma	MIT Project MAC and Symbolics	1968	1978	2.4	1999	\$500	Proprietary	The oldest general purpose CAS. Still alive as Maxima.
Magma	University of Sydney	~1990	1993	2.22-3	July 20, 2016	\$1,440	Proprietary	General purpose CAS, originally specialized in group theory. Works with elements of algebraic structures rather than with non typed mathematical expressions
Maple	Symbolic Computation Group, University of Waterloo	1980	1984	2016	March 2, 2016	\$2,275 (Commercial), \$2,155 (Government), \$1245 (Academic), \$239 (Personal Edition), \$99 (Student), \$79 (Student, 12-Month term) ^[11]	Proprietary	One of the major general purpose CAS
Mathcad	Parametric Technology Corporation	1985	1985	15.0 M045	November 2015	\$1,600 (Commercial), \$105 (Student), Free (Express Edition) ^[12]	Proprietary	Numerical software with some CAS capabilities
Mathematica	Wolfram Research	1986	1988	11.0.1 (September 28, 2016) ^[a] ^[13]	April 18, 2016	\$2,495 (Professional), \$1095 (Education), \$295 (Personal), ^[14] \$140 (Student), \$69.95 (Student annual license), ^[15] free on Raspberry Pi hardware ^[16]	Proprietary	One of the major general purpose CAS

Figure 4: A snippet of the Wikipedia (II): list of computer algebra systems.

The lists mentioned here are manually maintained and updated, have different structure also for metadata and are weakly coordinated, see also the remarks about the Computer Algebra Social Network (CASN) below.

- *Further resources*

Services:

Software can be available in different forms, e.g., as a service (cloud computing, Class Group Database [1, 13]).

Journals specialized in mathematical software:

Also the software journals are mentioned here because they play a pioneering role for the quality control and evaluation of software. There exists a number of journals specialized in mathematical software, e.g., the Journal of Software for Algebra and Geometry [12], where the peer reviewing also includes mathematical software.

Conferences (including proceedings) on CASs

Moreover, mathematical software must be considered in its context which is given by mathematical theories, algorithms, programming languages, applications, data, e.g., benchmarks and data formats, and also the developers and user communities of software. Context analysis is also an important method to build up and develop powerful machine-based information services for mathematical software which will be demonstrated by the swMATH concept in the next section.

swMATH

The publication-based approach

An important feature of the swMATH [3] concept, the publication-based approach, has its origin in the analysis of context information. Instead of analyzing mathematical publications for software citations and information about software, the database zbMATH [4] is used. Specifically, the zbMATH database contains the following data of publications which are of relevance for the analysis: title, keywords, reviews or abstracts, reference lists, and classification codes.

The data analysis and knowledge generation of the swMATH approach has several steps:

1. *Identification of software references within the zbMATH data*

The title, the review or abstract, and the reference lists of publications are searched for indicators for software references by heuristic means. Such indicators can be artificial names in combination with characteristic words as software, module, package, etc. Of course, the methods used are very simple but work surprisingly well. The acceptance of a software citation standard corresponding to the recommendations given above would make the heuristic methods obsolete and permit a secure and complete identification of software.

2. Extraction of information about software

Reviews and abstracts of a mathematical publication contain most of all content information, especially a description of the problems investigated, the used methods, and results.

For software references it is useful to distinguish between two classes of publications: The publications which describe a software (labeled as “standard publications”) and publications which use a software for solving a problem (labeled as “user publications”). Both types provide different information about a software and are processed in different ways. Some information directly enters into swMATH, e.g., keywords or MSC codes.

3. Aggregation and ranking of information

Currently, swMATH has nearly 16,000 entries on software packages and other mathematical research data which contain more than 215,000 software citations in more than 130,000 publications. In other words, there is often a great number of publications citing a software. This allows to weight the information by the corresponding number of the keyword frequencies which is done in the keyword cloud, to create an “acceptance profile” of the software (citation graph) by the number of annual publications citing a software. It’s also possible to give some information about related software based on the MSC classification codes. The number of publications citing a software could also be used as a measure for credit to the developers. Further features are possible, e.g. the definition of an application profile of the software. All this can be done automatically by heuristic means.

The Web-based approach

The publication-based method is a powerful tool but has limitations. Publications do not cover technical details about the implementation, the programming language, or the required hard- and software environment of a software. Typically, this information is given in manuals and documentations. Also other context information, e.g., test data and benchmarks or programming languages, are important for reproducing the results of a publication. As said above, this kind of information can often be found on other resources on the Web.

Therefore swMATH tries to enrich the information about software by adding information from the Web. At first, swMATH tries to find the website of a software and links it if the search was successful. We have started to develop methods for analyzing the websites, see [8]. For this purpose the Internet Archive [10] is used which provides also the data from a lot of websites of mathematical software from the past. Also the information of some repositories is integrated in swMATH. swMATH shows that the analysis of different resources is a promising way to run and maintain useful and efficient information services for mathematical software.

swMATH in a Nutshell

Currently swMATH provides the following information:

1. a list of mathematical software packages (and other related mathematical research data), as complete as possible
2. a persistent identifier (a five digit number) for each software,
3. metadata, especially about its content (description, keywords, MSC codes),
4. links to the websites of the software (if existing).
5. a list of publications citing a software
6. a list of similar software
7. an acceptance profile for the software
8. links from the publications to the corresponding versions (currently only in the test version)
9. links to the Internet archive
10. links to manuals, documentation, source code, etc.

Moreover, swMATH provides a simple and an extended search functionality for software. In the case of computer algebra systems, swMATH lists more than 100 entries, cutouts of this list and the swMATH page for the software “Singular” are shown below.

CAS

Results 1 to 20 of 124

Sort by: Name Relevance

Mathematica Referenced in 3800 articles [sw00554]
Individual or enterprise solutions. Computer algebra system (CAS...

Maple Referenced in 3762 articles [sw00545]
Images, sound, and diagrams. Computer algebra system (CAS...

GAP Referenced in 1587 articles [sw00320]
your special use. Computer algebra system (CAS...

Magma Referenced in 1564 articles [sw00540]
Computer algebra system (CAS). Magma is a large, well-supported software package designed for computations...

Macaulay2 Referenced in 920 articles [sw00537]
rings, and more. Computer algebra system (CAS...

SINGULAR Referenced in 882 articles [sw00866]
SINGULAR is a Computer Algebra system (CAS) for polynomial computations in commutative algebra, algebraic geometry...

SageMath Referenced in 696 articles [sw00825]
Mathematica, Magma, and MATLAB. Computer algebra system (CAS...

MACSYMA Referenced in 662 articles [sw01209]
graphical mathematics software product. Computer algebra system (CAS). You can use it to solve simple...

REDUCE Referenced in 625 articles [sw00789]
mathematicians, scientists and engineers. Computer algebra system (CAS). It has been produced by a collaborative...

CoCoA Referenced in 468 articles [sw00143]
common to most platforms. Computer algebra system (CAS...

PARI/GP Referenced in 295 articles [sw00680]
widely used Computer Algebra System (CAS) designed for fast computations in number theory, but also...

GeoGebra Referenced in 257 articles [sw04203]
open source software. Computer algebra system (CAS...

Figure 5: A snippet of the swMATH list for computer algebra systems.

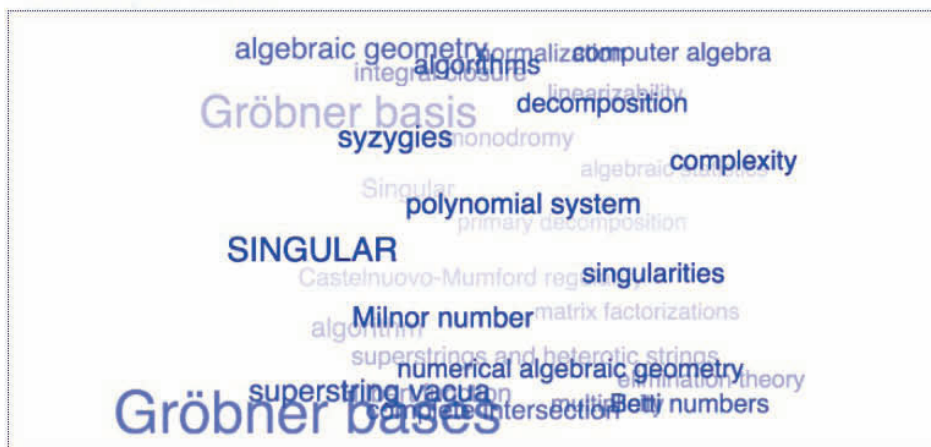


SINGULAR

SINGULAR is a Computer Algebra system (CAS) for polynomial computations in commutative algebra, algebraic geometry, and singularity theory. SINGULAR's main computational objects are ideals and modules over a large variety of baserings. The baserings are polynomial rings over a field (e.g., finite fields, the rationals, floats, algebraic extensions, transcendental extensions), or localizations thereof, or quotient rings with respect to an ideal. SINGULAR features fast and general implementations for computing Groebner and standard bases, including e.g. Buchberger's algorithm and Mora's Tangent Cone algorithm. Furthermore, it provides polynomial factorizations, resultant, characteristic set and gcd computations, syzygy and free-resolution computations, and many more related functionalities. Based on an easy-to-use interactive shell and a C-like programming language, SINGULAR's internal functionality is augmented and user-extendible by libraries written in the SINGULAR programming language. A general and efficient implementation of communication links allows SINGULAR to make its functionality available to other programs.

 This software is also referenced in ORMS.

Keywords for this software



References in zbMATH (referenced in 882 articles , 4 standard articles)

Showing results 1 to 20 of 882.

Sorted by year (citations) 20

1 2 3 ... 43 44 45 next

1. Alberich-Carramiñana, Maria; Dachs-Cadefau, Ferran; Álvarez Montaner, Josep: Multiplier ideals in two-dimensional local rings with rational singularities (2016)
2. Bivià-Ausina, Carles; Fukui, Toshizumi: Mixed Łojasiewicz exponents and log canonical thresholds of ideals (2016)
3. Bobowik, Justyna; Szafraniec, Zbigniew: Counting signed swallowtails of polynomial selfmaps of \mathbb{R}^3 (2016)
4. Boels, Rutger H.; Knierl, Bernd A.; Yang, Gang: Master integrals for the four-loop Sudakov form factor (2016)
5. Böhm, Janko; Decker, Wolfram; Fieker, Claus; Laplagne, Santiago; Pfister, Gerhard: Bad primes in computational algebraic geometry (2016)
6. Böhm, Janko; Decker, Wolfram; Keicher, Simon; Ren, Yue: Current challenges in developing open source computer algebra systems (2016)

URL: www.singular.uni-kl.de

InternetArchive

Manual: www.singular.uni-kl.de...

Authors: Wolfram Decker;

Gert-Martin Greuel; Gerhard

Pfister; Hans Schönemann

Platforms: ix86-Linux, SunOS-5,

IRIX-6, ix86-Win (runs on

Windows 95/98/NT4/2000/XP

/Vista), FreeBSD, MacOS X,

x86_64-Linux (AMD64/Opteron

/EM64T), IA64-Linux

License: free and open-source

under the GNU General Public

Licence.

Add information on this software.

Related software:

Macaulay2

CoCoA

Magma

Maple

SageMath

primdec

Plural

GAP

FGb

Mathematica

Show more...

Article statistics & filter:

Search for articles

Clear

MSC classification / top

- ☒ Top MSC classes
- ☒ 13 Commutative algebra
- ☒ 14 Algebraic geometry
- ☒ 32 Functions of several...
- ☒ 34 Ordinary differential...
- ☒ 68 Computer science
- ☒ Other MSC classes

Figure 6: A snippet of the swMATH webpage for the software Singular.

The Computer Algebra Social Network

Software information is an important part of the scientific digital information and communication infrastructure. The scientific digital infrastructure is widely distributed and must be able to process and link heterogeneous resources, e.g., information about researchers, publications, software, conferences and workshop, etc. and data formats in a semantic way. This requires an active goal-oriented conceptual and technical cooperation between different players. All relevant data must be digitized, semantically enriched, and encoded in a

machine-understandable way. The idea of the Computer Algebra Social Network (CASN), for an overview on CASN see H.-G. Gräbe [7], is an advancement and continuation of the Symbolic Data concept. Established Web technologies, especially RDF, should be used for the semantic annotation of resources. Each resource, e.g., the servers of the German CA Fachgruppe or SIGSAM, can become a node in this network. The RDF files of the metadata which are created by the provider of a node guarantee that the information can be automatically linked and is accessible via CASN. The swMATH service is integrated in CASN.

Summary and outlook – what we can and should do

A powerful and sustainable infrastructure for mathematical software information is in the interest of developers and users. It is also important for the positioning and the role of this research subject in the sciences and in society. The infrastructure must be oriented towards the interests of the developers and users. The mathematical community should actively take part and influence the development.

Specifically, the information about software is inconsistent, is distributed, not standardized, and not machine-processable, which hampers the combination of heterogeneous resources of mathematical software and related information. A better citation practice, standardization, enrichment of the semantic information, coordination, and a better integration of software as desired in the Open DreamKit project [19] opens new perspectives for this research subject.

We need a broad dialogue and a communication forum which brings the developers, the user communities, information experts, and service providers together for a discussion of all aspects. The symbolic computation community could play a pioneering role to establish a sophisticated infrastructure for a mathematical subject which covers all relevant resources. These include

- definition of the overall goals and principles of an infrastructure for mathematical software
- standardization
 - for the authors: The authors should cite the software corresponding to the recommendations of the SCPs, especially marking up the type and give information about the versions, releases, etc,
 - for the developers and service providers: There should be developed a standardized metadata scheme for mathematical software (analyzing the different facets of software information),
 - for service providers: The information should be provided in a machine-understandable way which supports a semantically sensible combination of information,
 - for service providers: Development of intuitive tools to support the standardized description of citations
- a better linking of the information resources of software for service providers: This requires a co-operation between the providers of the different services for software and its context and the development of user interfaces.

Acknowledgement

We are grateful to the SIGSAM to help us reach a wider audience by additionally publishing this article in the “Communications in Computer Algebra”.

References

- [1] Boy, Maximilian: A Database for Class Groups of Number Fields, homepage.
<http://www.mathematik.uni-kl.de/~numberfieldtables/>
- [2] Fachgruppe Computeralgebra: Homepage.
<http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/systeme/>
- [3] FIZ Karlsruhe, ZIB Berlin: swMATH Homepage.
<http://www.swMATH.org>
- [4] FIZ Karlsruhe: zbMATH Homepage.
<http://www.zbMATH.org>
- [5] Gräbe, Hans-Gert: RDF File of CA Conferences.
<http://symbolicdata.org/rdf/Conferences/>
- [6] Gräbe, Hans-Gert: The SymbolicData Project.
<http://symbolicdata.org>
- [7] Gräbe, Hans-Gert: The SymbolicData Project – Maturing the Computer Algebra Social Network Perspective. *Computeralgebra Rundbrief* 59, p. 17-21,
<http://symbolicdata.org/Papers/aca-16-paper.pdf>
- [8] Holzmann, Helge; Sperber, Wolfram; Runnwerth, Mila: Archiving Software Surrogates on the Web for Future Reference. In: *Norbert Fuhr, László Kovács, Thomas Risse, Wolfgang Neidl, Research and Advanced Technology for Digital Libraries: 20th International Conferences on Theory and Practice of Digital Libraries, TPDL 2016, Hannover 2016, LNCS 9819*, p. 215 - 226,
- [9] Howison, J.; Bullard, J.: Software in the scientific literature: Problems with seeing, finding, and using software mentioned in the biology literature. *Journal of the Association for Information Science and Technology*, 2015,
<http://dx.doi.org/10.1002/asi.23538>
- [10] Internet Archive: Homepage.
<https://archive.org/web/>
- [11] Jackson, Mike: How to cite and describe software?
<https://www.software.ac.uk/how-cite-and-describe-software>
- [12] Journal of Software for Algebra and Geometry Editorial Board: Homepage.
<http://msp.org/jsag/about/cover/cover.html>
- [13] Klüners, J; Malle, G: A Database for Number Fields, homepage.
<http://galoisdb.math.uni-paderborn.de/>
- [14] Perl Foundation: The Comprehensive Perl Archive Network. <http://www.cpan.org/>

- [15] R Foundation: The Comprehensive R Archive Network. <https://cran.r-project.org/>
- [16] Smith, Arfon M.; Katz, Daniel S.; Niemeyer, Kyle E.; FORCE11 Software Citation Working Group: Software citation principles. *Peer J. Computer Science* 2:e86, 2016, <https://doi.org/10.7717/peerj-cs.86>
- [17] Special Interest Group on Symbolic and Algebraic Manipulation of the ACM: Homepage. <http://www.sigsam.org/Resources/Software.html>
- [18] Software Citation Working Group: Homepage, <https://www.force11.org/group/software-citation-working-group>.
- [19] Thiéry, Nicolas M.: OpenDreamKit: Open Digital Research Environment Toolkit for the Advancement of Mathematics. *Computeralgebra Rundbrief* 57, p. 17-18, <http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/data/CA-Rundbrief/car57.pdf>
- [20] Wikipedia Community: The Wikipedia Web page of CASs. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems

SINGULAR online

F. Hinkelmann, Google

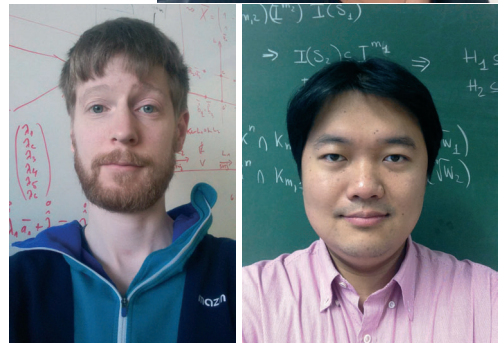
L. Kastner, FU Berlin

Y. Ren, Ben-Gurion University, Israel

franziska.hinkelmann@gmail.com

kastner@math.fu-berlin.de

reny@post.bgu.ac.il



Einführung

Ein häufig zu kurz kommendes Thema beim Design von mathematischer Software ist deren Zugänglichkeit für den Benutzer. Das erste Hindernis, über das viele potentielle Benutzer stolpern, ist die Installation. Die große Mehrheit der Anwender arbeitet nicht unter Linux, während sich ein nicht geringer Teil der mathematischen Software ausschließlich auf Linux beschränkt. Hinzu kommen eventuelle Software-Abhängigkeiten, die vor einer Installation aufgelöst werden müssen. Hierbei helfen Online-Plattformen, die es Anwendern ermöglichen, die Software von jedem beliebigen Browser aus in einer interaktiven Umgebung zu starten.

2011 begannen Franziska Hinkelmann, Lars Kastner und Mike Stillman die Entwicklung einer Online-Plattform für MACAULAY2 [6]. Dieses Projekt wurde vor kurzem unter dem Namen INTERACTIVESHELL [4] modularisiert, um auch für andere Programme nutzbar zu sein. Darauf aufbauend bietet SINGULAR [1] nun ebenfalls eine Online-Plattform an, welche wir hier kurz vorstellen wollen.

Ähnlich wie MACAULAY2 ist SINGULAR ein Computeralgebra-System für polynomiale Rechnungen, mit Fokus auf kommutativer und nicht-kommutativer Algebra, algebraischer Geometrie, und Singularitätentheorie.

Übersicht

Die Online-Schnittstelle von SINGULAR ist erreichbar über den Button “Try online” auf der Hauptseite <https://www.singular.uni-kl.de>. Abb. 1 zeigt den Startbildschirm, und Abb. 2 zeigt, wie eine typische Session aussehen könnte.

Auf der rechten Seite befindet sich eine aktive Instanz von SINGULAR. Die Fontgröße lässt sich variieren und das Fenster ist maximierbar. Die Session wird dem Benutzer eindeutig über einen Cookie zugewiesen und kann gegebenenfalls zu einem späteren Zeitpunkt automatisch wiederhergestellt werden, vorausgesetzt, sie wurde zwischenzeitlich vom Server nicht aufgrund zu hoher Belastung geschlossen. Jede Instanz besitzt eine begrenzte Anzahl an Ressourcen. Sind diese aufgebraucht, muss der Nutzer eine neue Instanz starten.

Auf der linken Seite befindet sich entweder ein interaktives Tutorial oder das Eingabefenster, in welchem der Benutzer zum Beispiel komplette Prozeduren niederschreiben kann, bevor er diese per SHIFT-ENTER an die rechte Seite weiterleitet. Zusätzlich verfolgt das Eingabefenster sämtliche Eingaben, die auf der rechten Seite direkt eingetippt werden.

Am oberen Rand befinden sich Buttons, mit denen entweder die aktive SINGULAR Instanz manuell unterbrochen oder neu gestartet werden kann, falls zum Beispiel eine Rechnung zu lange andauert. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, sämtliche Ein- und Ausgaben herunterzuladen, sowie eigene Dateien hochzuladen. So kann man beispielsweise den gesamten Fortschritt einer alten Session abspeichern, um ihn später in einer neuen Session zu rekonstruieren.

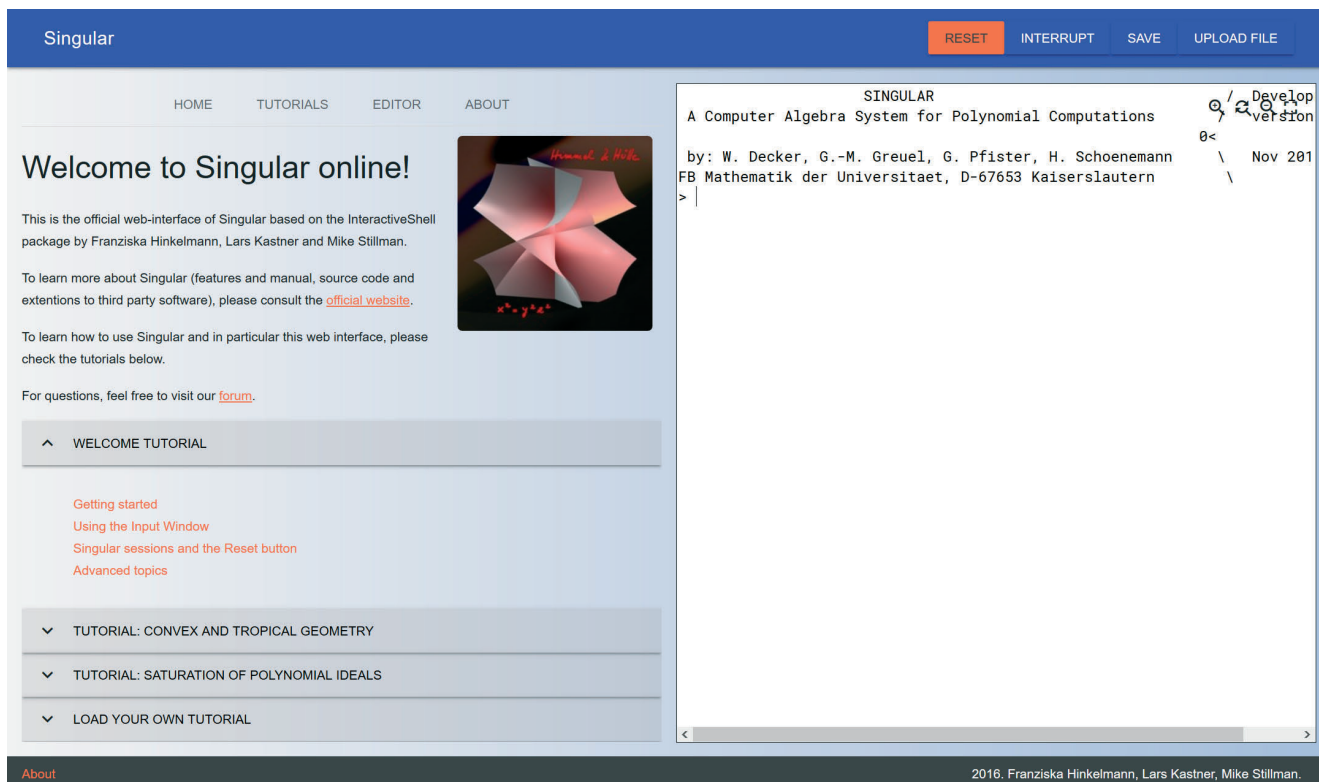


Abbildung 1: SINGULAR online Startseite

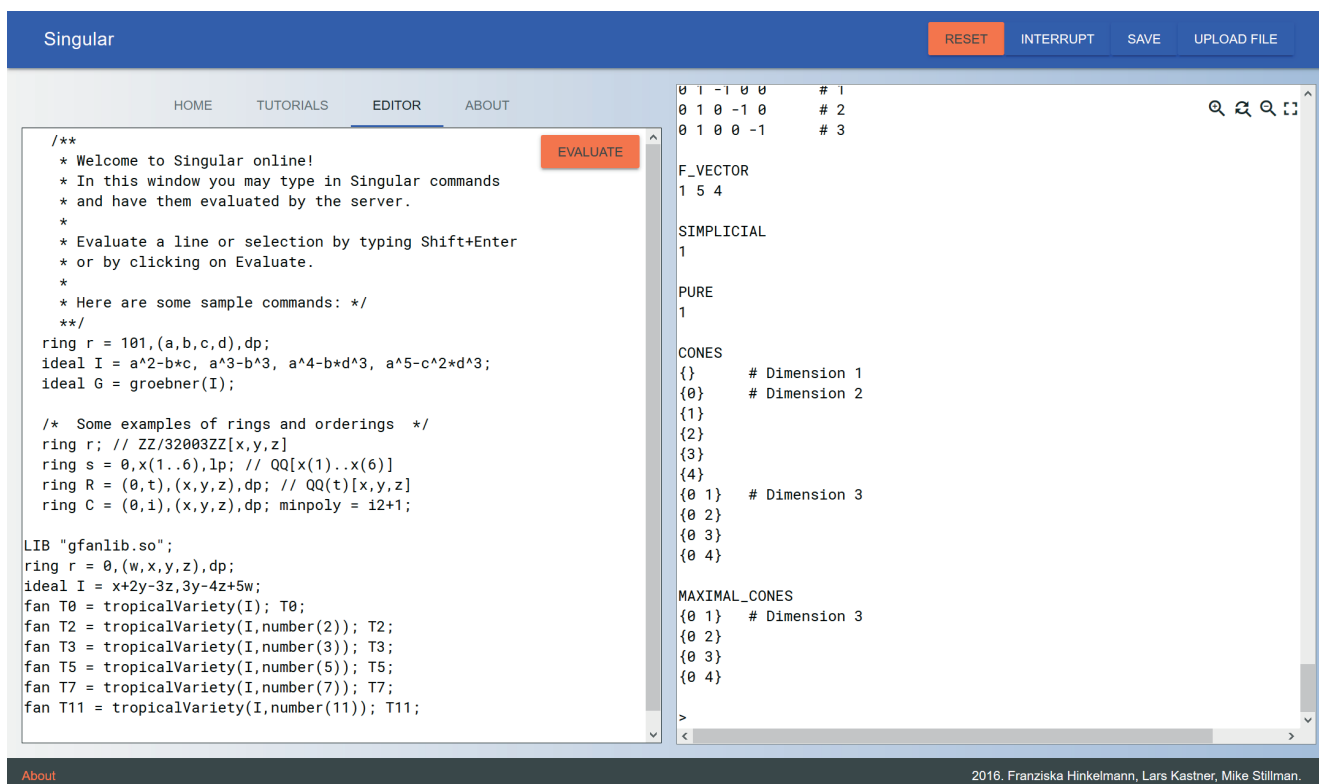


Abbildung 2: SINGULAR online Eingabefenster

Features

Tutorials Eines der zentralen Features sind die Tutorials. Zusätzlich zu den verfügbaren Tutorials, die neuen Benutzern den Einstieg erleichtern, besteht die Möglichkeit, eigene Tutorials zu schreiben und hochzuladen. Diese können unter anderem auch dazu genutzt

werden, um Forschungsergebnisse mit anderen zu teilen.

Das Erstellen der Tutorials erfolgt in HTML und ist sehr intuitiv (vgl. Rohdatei in Abb. 3 und fertiges Tutorial in Abb. 4). Dank MathJax [7] können gewohnte mathematische $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -Ausdrücke verwendet werden; diese können sowohl abgesetzt (Linien 14–15) als auch

im Fließtext (u.A. Linie 27) stehen. Eine code Umgebung erzeugt automatisch Buttons, die den Text an die SINGULAR Instanz im rechten Fenster weiterleitet; diese können eine (Linie 10) oder mehrere Zeilen umfassen (18–19). Letzteres ist nützlich, wenn man ganze Prozeduren definiert.

Das separate Hochladen von Bildern ist zur Zeit noch nicht möglich, diese müssen momentan direkt in den HTML-Dateien stehen.

```

1 <h4>Tropical geometry</h4>
2
3 <p>
4 Singular also has native features for
   tropical
5 geometry, which rely on the aforementioned
6 software packages for convex geometry. They
   can
7 be found in the library
8 </p>
9
10 <code>LIB "tropical.lib";</code>
11
12 <p>
13 Consider for example the linear ideal
14  $I := \langle x+2y-3z, 3y-4z+5w \rangle \subseteq \mathbb{Q}[x, y, z, w]$ 
15 </p>
16
17 <code>ring r = 0, (w, x, y, z), dp;
18 ideal I = x+2y-3z, 3y-4z+5w;</code>
19
20
21 <p>
22 Its tropical variety under the trivial
   valuation
23 consists combinatorially of 4 rays whose
24 primitive generators obviously add up to 0
   .
25 Because our ideal is homogeneous, the
   tropical
26 variety has a natural one-dimensional
   lineality
27 space  $(1, 1, 1, 1) \cdot \mathbb{R}$ .
28 </p>

```

Abbildung 3: SINGULAR online tutorial in html

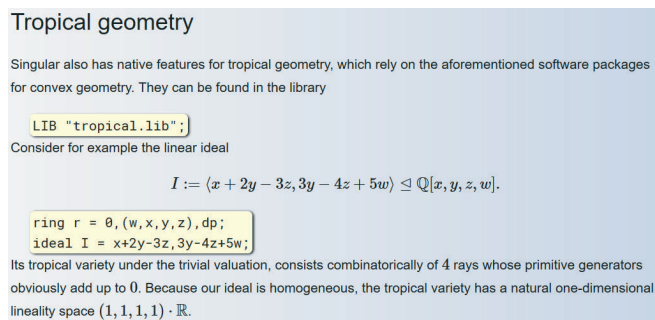


Abbildung 4: SINGULAR online tutorial im Browser

Online-Hilfe SINGULAR besitzt eine umfassende Online-Dokumentation mit Anleitungen, Beispielen und hilfreichen Verweisen. Aus der Interactive Shell ist diese mit `viewHelp` aufrufbar, zum Beispiel `viewHelp("groebner")` ruft die Seite in Abb. 8 in einem neuen Tab auf.

Plots In der SINGULAR-Bibliothek `surf.lib` [10] finden sich Prozeduren, die Flächen und Kurven über den reellen Zahlen mittels `surf` [9] visualisieren. Ruft

man diese in der INTERACTIVESHELL auf, so wird die Grafik in einem separaten Pop-Up angezeigt, wie in Abb. 5.

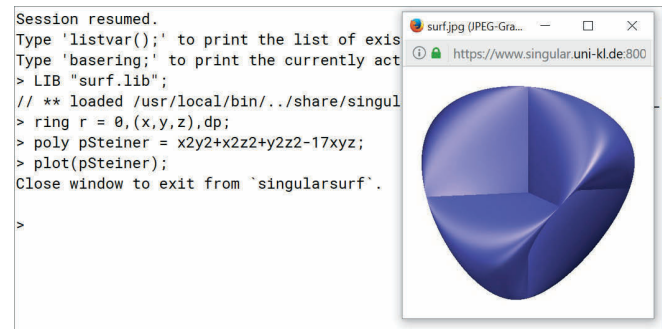


Abbildung 5: SURF visualization

Technische Details

Das Kernstück des Frameworks ist der nodejs-Server [8], der im Gegensatz zu anderen Webservern die asynchrone Kommunikation mit einer großen Anzahl an Nutzern erlaubt. Insbesondere können einzelne Nutzer nicht den gesamten Server blockieren, und der Server kann Daten an die Clients senden; die Clients müssen also nicht selbst nach neuen Daten fragen. So wird zum Beispiel der Output von SINGULAR sofort an den Nutzer gesendet.

Insgesamt besteht das Framework aus drei Teilen: Dem clientseitigen Code, der im Browser des Nutzers ausgeführt wird. Dem nodejs-Server, der die Kommunikation zwischen den Nutzern und den Containern koordiniert. Und den Containern, die jedem Nutzer ein eigenes Singular bereitstellen. Der Großteil des Codes ist in Javascript geschrieben.

Als Container werden Docker-Container [2] verwendet. Wenn ein neuer Nutzer die Webseite besucht, wird dies an den nodejs-Server gemeldet, der dann im Hintergrund einen neuen Docker-Container erstellt. Auf diesen loggt er sich per ssh ein und startet SINGULAR. Diese ssh-Verbindung wird offen gehalten und Befehle, die der Nutzer in die rechte Hälfte der Website eingibt, werden zuerst an den nodejs-Server und von diesem dann an SINGULAR im Docker-Container geschickt. Die Ausgabe von SINGULAR nimmt entsprechend den umgekehrten Weg. Docker übernimmt ebenfalls das Management der Ressourcen für die Container, wie zum Beispiel die Menge an Arbeitsspeicher oder wie viele Kerne ein Container benutzen darf.

Es ist möglich, andere Container-Technologien statt Docker zu verwenden, z.B. chroot oder freebsd jails. Dafür muss lediglich ein Modul für den nodejs-Server geschrieben werden.

Dateien, die der Nutzer hochlädt, nehmen denselben Weg wie Befehle, nur mit sftp statt ssh. Außerdem kann der Nutzer auf diesem Weg auch Dateien herunterladen.

Das Framework lässt verschiedene Konfigurationsmöglichkeiten zu. Die einfachste Variante ist es, den nodejs-Server lokal zu starten und ohne Container zu verwenden. Dabei sind die Nutzer nicht voneinander getrennt und haben Zugriff auf alle Dateien, auf die

auch der Server-Prozess Zugriff hat, daher ist diese Möglichkeit auch die unsicherste. Es stehen im Verzeichnis `setups` jedoch Vagrant-Dateien [11] für andere Konfigurationen zur Verfügung. Zum Beispiel können der nodejs-Server und die Docker-Container auf separaten virtuellen Maschinen betrieben werden. Weiterhin gibt es auch die Möglichkeit, alles auf eine Amazon AWS-Instanz auszulagern, wenn man einen entsprechenden Account hat. Im Grunde enthalten die Vagrant-Dateien also Definitionen von virtuellen Maschinen, sie sind leicht les- und modifizierbar.

Die Konfiguration des nodejs-Servers geschieht mittels der Datei `defaults.js`, deren Werte beim Start mit denen einer alternativen Datei überschrieben werden können. Darin befinden sich unter anderem, welche Container-Technologie der Server verwenden soll, die ssh Schlüssel für den Zugriff auf die Container, sowie die Ressourcen, die pro Container zur Verfügung gestellt werden. Außerdem lässt sich dort eine Obergrenze an Nutzern festlegen, die gleichzeitig auf dem Server aktiv sein können.

Zukünftige Pläne

Worksheets Eine beliebte Arbeitsumgebung sind sogenannte Worksheets. In einem Worksheet ist jede Eingabe in einer separaten Box aufgeführt und nachträglich veränderbar. So können ganze Ketten von Befehlen mit neuen Ausgangswerten bequem wiederausgeführt werden.

```
In [1]: ring r;

In [2]: r;

Out[2]: // characteristic : 32003
// number of vars : 3
//      block 1 : ordering dp
//           : names x y z
//      block 2 : ordering C

In [3]: ideal I = (xy,x^2);

In [4]: std(I);

Out[4]: _[1]=xy
        _[2]=x^2

In [5]: poly logo = ((x+3)^3 + 2*(x+3)^2 - y^2)*
                    (x^3 - y^2)*((x-3)^3-2*(x-3)^2-y^2);

In [6]: LIB "surf_jupyter.lib";

Out[6]: // ** loaded /usr/local/bin/..
        ../share/singular/LIB/surf_jupyter.lib

In [7]: plot_jupyter(logo);
```

Abbildung 6: SINGULAR in jupyter worksheet

SINGULAR lässt sich über eine neu entwickelte Anbindung an JUPYTER [5, 3] in einer Worksheet-Umgebung starten, siehe Abbildungen 6 und 7. Ein großes Ziel wäre es, diese in die Online-Plattform zu integrieren.

Accounts Ein weiteres Ziel wäre die Einführung von Accounts, unter denen die Nutzer permanent Dateien abspeichern können. Hierfür muss allerdings neue Infrastruktur aufgebaut werden. Das aktuelle Containermanagement kennt eine maximale Anzahl an Containern und unterscheidet nicht zwischen aktiven und gestoppten Containern.

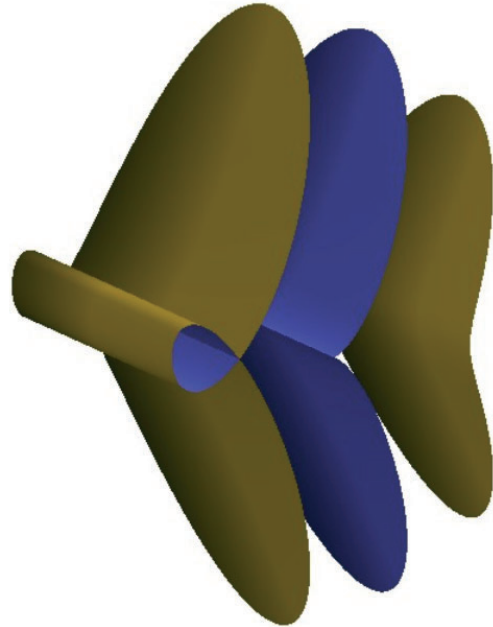


Abbildung 7: Plot aus Abbildung 6

Literatur

- [1] Wolfram Decker, Gert-Martin Greuel, Gerhard Pfister und Hans Schönemann. SINGULAR 4-1-0 – A computer algebra system for polynomial computations. 2016. Available at <http://www.singular.uni-kl.de>.
- [2] Docker – A software containerization platform Available at <https://www.docker.com/>
- [3] Sebastian Gutsche. jupyter.kernel.singular – A Jupyter kernel for SINGULAR. 2017. Available at https://github.com/sebasguts/jupyter_kernel_singular.
- [4] Franziska Hinkelmann, Lars Kastner and Michael Stillman. A Web Application for Macaulay2. submitted. Available at <https://github.com/fhinkel/InteractiveShell>.
- [5] Jupyter Development Team. Jupyter Notebooks – a publishing format for reproducible computational workflows. In: Proceedings of the 20th International Conference on Electronic Publishing.
- [6] Daniel Grayson and Michael Stillman. MACAULAY2, a software system for research in algebraic geometry. Available at <http://www.math.uiuc.edu/Macaulay2/>.
- [7] MathJax – MathJax is an open-source JavaScript display engine for LaTeX, MathML, and Ascii

iMath notation. Available at <https://www.mathjax.org/>.

[8] Node.js – a platform for easily building fast, scalable network application. Available at <http://nodejs.org>

[9] surf – a tool to visualize real algebraic geometry. Available at <http://surf.sourceforge.net/index.shtml>

[10] Schoenemann, Hans and Seelisch, Frank
surf.lib – A SINGULAR 4-1-0 library with
procedures for graphics for surf. 2016. Available at
<http://www.singular.uni-kl.de>

[11] Vagrant – a tool for building complete development environments. Available at <https://www.vagrantup.com/>

Home ▶ Online Manual



5.1.48 groebner

Procedure from library `standard.lib` (see [standard.lib](#)).

Syntax:

```
groebner ( ideal_expression )  
groebner ( module_expression )  
groebner ( ideal_expression, list of string_expressions )  
groebner ( ideal_expression, list of string_expressions and int_expression )
```

Type:

type of the first argument

Purpose:

computes a standard basis of the first argument \mathfrak{I} (ideal or module) by a heuristically chosen method (default) or by a method specified by further arguments of type string. Possible methods are:

- the direct methods "std" or "slimgb" without conversion,
- conversion methods "hilb" or "fglm" where a Groebner basis is first computed with an "easy" ordering and then converted to the ordering of the basering by the Hilbert driven Groebner basis computation or by linear algebra. The actual computation of the Groebner basis can be specified by "std" or by "slimgb" (not for all orderings implemented).

A further string "par2var" converts parameters to an extra block of variables before a Groebner basis computation (and afterwards back). `option(prot)` informs about the chosen method.

Hint:

Since there exists no uniform best method for computing standard bases, and since the difference in performance of a method on different examples can be huge, it is recommended to test, for hard examples, first various methods on a simplified example (e.g. use characteristic 32003 instead of 0 or substitute a subset of parameters/variables by integers, etc.).

Example:

```
intvec opt = option(get);  
option(prot);  
ring r = 0, (a,b,c,d), dp;  
ideal i = a+b+c+d, ab+ad+bc+cd, abc+abd+acd+bcd, abcd-1;  
groebner(i);
```

Abbildung 8: SINGULAR online help

Der goldene Schnitt und Polynome 4. Grades

A. Zitterbart
(Schwarzwaldgymnasium Triberg)

ae.zitterbart@t-online.de



Einleitung

Tor Andersen vom Norwegian Centre for Mathematics Education hatte beim Global Teachers Meeting der Firma Casio einen Zusammenhang zwischen der Zahl φ des goldenen Schnitts und einem Polynom 4. Grades anhand eines konkreten Beispiels vorgestellt und die Teilnehmer ermuntert, diesen Zusammenhang auch für weitere Polynome 4. Grades zu untersuchen. Zwischen Schriftlichem und Mündlichem Abitur machte sich eine Gruppe von vier Schülerinnen und Schülern des Schwarzwald-Gymnasiums Triberg daran, diesen Zusammenhang allgemein mithilfe des CAS ClassPad nachzuweisen.

1. Ein Beispiel mit konkreten Zahlen

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^4 - 3 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + x + 2$. Durch die beiden Wendepunkte wird eine Gerade g gelegt (Abb. 2). Das CAS liefert als Nullstellen von f'' :

```
solve(f2(x)=0, x)
{ x = -sqrt(33)/12 + 3/4, x = sqrt(33)/12 + 3/4 }
approx(
{x=0.2712864461, x=1.228713554}
```

Abbildung 1

Für die Untersuchung des konkreten Beispiels genügt es zunächst, mit den dezimalen Näherungen zu arbeiten: $x = 0.271... \Rightarrow xw1$ bzw. $x = 1.228... \Rightarrow xw2$ und $f(xw1) = 2.386... \Rightarrow yw1$ bzw. $f(xw2) = 2.962... \Rightarrow yw2$.

Die Ergebnisse werden in den angegebenen Variablen abgelegt. Die Gerade g schneidet f in zwei weiteren Punkten (siehe Abb. 2). Man erhält damit drei Geradenabschnitte, in denen die Zahl φ des Goldenen Schnitts enthalten ist. Für die Steigung m von g gilt

$$m = \frac{yw2 - yw1}{xw2 - xw1} = 0.625.$$

Der y -Achsenabschnitt von g kann bestimmt werden durch $\text{solve}(yw1 = m \cdot xw1 + t, t)$. Hieraus folgt $b = 2.194$ und somit $g(x) = 0.625 \cdot x + 2.194$. Die Berechnung der Schnittstellen von f und g mit dem Befehl $\text{solve}(f(x) = g(x))$ liefert: $x = xw1$, $x = xw2$, $x = -0.320$ und $x = 1.820$.

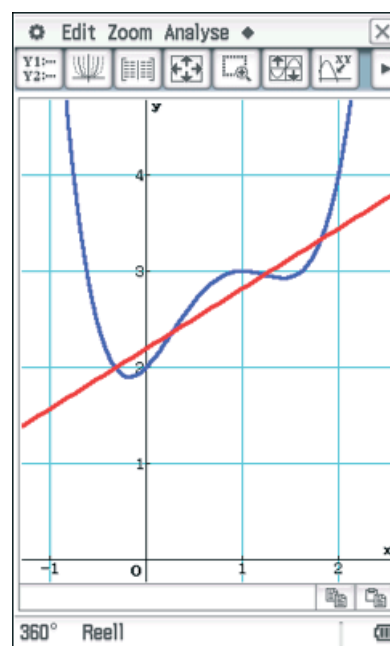


Abbildung 2

Nun wird der Abstand d zwischen den Wendepunkten und der Abstand a zwischen dem linken Schnittpunkt und dem linken Wendepunkt bestimmt:

$$\sqrt{(yw2 - yw1)^2 + (xw2 - xw1)^2} \Rightarrow d$$

Das CAS liefert: $d = 1.129...$

$$\sqrt{(yw2 - f(-0.320...))^2 + (xw2 - (-0.320...))^2} \Rightarrow a$$

Das CAS liefert: $a = 0.697...$. Als Verhältnis zwischen den beiden Abständen erhält man: $\frac{d}{a} = 1.618...$ und $\frac{a}{d} = 0.618...$. Diese beiden Verhältniszahlen kommen auch im Zusammenhang mit dem Goldenen Schnitt vor.

2. Goldener Schnitt

Eine Strecke der Länge 1 wird im Verhältnis des Goldenen Schnitts geteilt, wenn für die beiden Abschnitte x und $1-x$ gilt: $\frac{x}{1-x} = \frac{1}{x}$. Als Lösungen dieser Gleichung erhält man: $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ und $x = -\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ mit den dezimalen Näherungen: $x = 0.618\dots$ und $x = -1.618\dots$. Die erste Lösung bezeichnet man mit dem griechischen Buchstaben φ , den Betrag der zweiten Lösung als Φ .

3. Allgemeiner Fall

Das allgemeine Polynom 4. Grades hat die Gestalt $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$. Um die Komplexität der im Folgenden zu analysierenden Terme zu reduzieren, kann man zunächst überlegen, dass der Parameter e nur eine vertikale Verschiebung des Schaubildes bewirkt, also keinen Einfluss auf das zu untersuchende Verhältnis der beiden Geradenabschnitte hat. Durch eine Division durch den Leitkoeffizienten a , was geometrisch einer vertikalen Streckung bzw. Stauchung des Graphen entspricht, wird dieses Verhältnis ebenfalls nicht geändert. Demnach genügt es für den allgemeinen Fall Polynome (mit neu gewählten Parametern) der Gestalt $f(x) = x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x$ zu betrachten und aufgrund des Strahlensatzes die Projektion der Verhältnisse auf die x -Achse zu untersuchen. Der ClassPad liefert als Nullstellen der 2. Ableitung: $x = \frac{-(3 \cdot b \pm \sqrt{9 \cdot b^2 - 24 \cdot c})}{12}$ (vgl. Abb. 3).

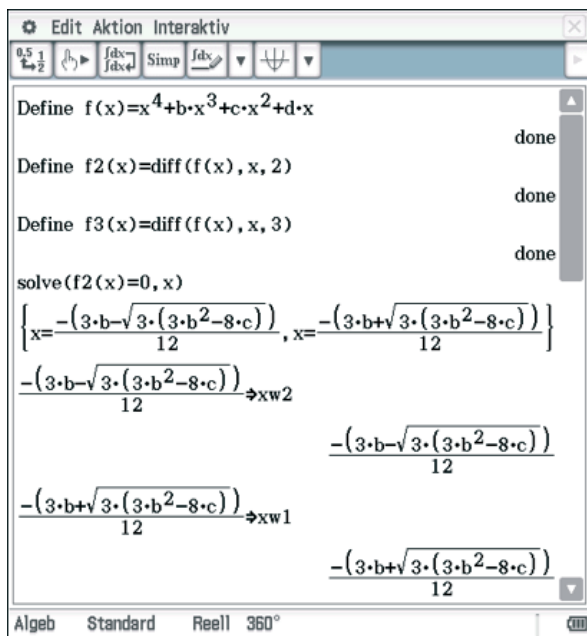


Abbildung 3

Mit Hilfe der dritten Ableitung werden die Nullstellen der zweiten Ableitung als Wendestellen identifiziert. Die Gerade g durch die beiden Wendepunkte erhält man mit der Punkt-Steigungsformel der Geradengleichung. Schneidet man g und f , so erhält man außer den Wendestellen die in Abb. 4 abgebildeten Lösungen: Die links neben $xw1$ liegende Schnittstelle ist L[4], sie wird als

$xs1$ gespeichert. Für das Verhältnis der beiden entsprechenden Abstände auf der x -Achse liefert der ClassPad (vgl. Abb. 5) den Term:

$$\frac{2 \cdot \sqrt{3 \cdot (3 \cdot b^2 - 8 \cdot c)}}{\sqrt{15 \cdot (3 \cdot b^2 - 8 \cdot c)} - \sqrt{3 \cdot (3 \cdot b^2 - 8 \cdot c)}}$$

Dieser muss manuell umgeformt werden zu $\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{15} - \sqrt{3}}$. Mit dem simplify-Befehl erhält man $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

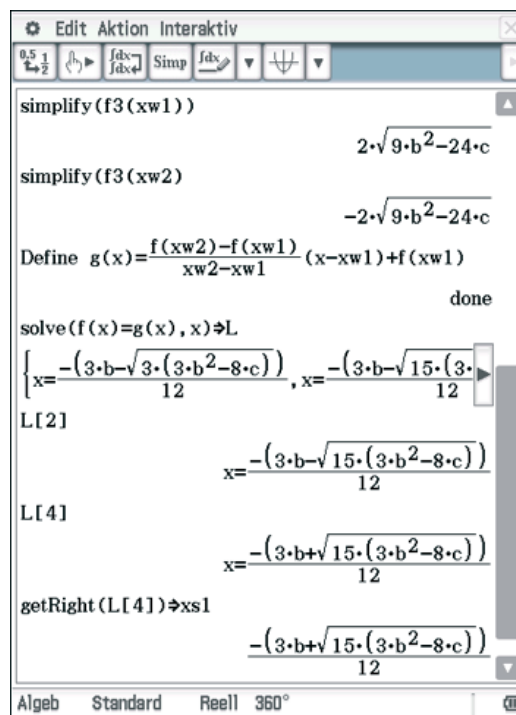


Abbildung 4

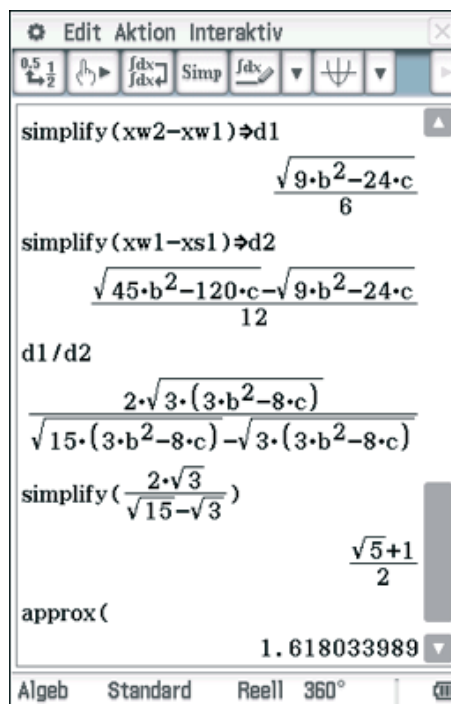


Abbildung 5

4. Weiterführende Gedanken

Bei einem späteren Treffen mit Tor Andersen erwähnte er, dass auch die Flächen, die durch die Gerade durch die Wendepunkte und den Funktionsgraph entstehen, in einem besonderen Verhältnis zueinander stehen. Zunächst wird dieser Zusammenhang wieder mit einem konkreten Beispiel erkundet (vgl. Abb. 8).

Die innere Fläche ist beim konkreten Beispiel doppelt so groß wie jede der Außenflächen. Dieser Zusammenhang für die Flächen gilt allgemein. Vertraut man bei der Überprüfung allerdings zu stark auf die Macht des CAS, so werden die Terme sehr schnell unübersichtlich (vgl. Abb. 9).

Man könnte jetzt wie bei dem konkreten Beispiel weiter rechnen und würde dann das Ergebnis des Screenshots aus Abb. 6 erhalten.

$$\begin{aligned}
 x_{a1} &:= \frac{-(3 \cdot a \cdot b + \sqrt{15 \cdot a^2 \cdot (3 \cdot b^2 - 8 \cdot a \cdot c)})}{12 \cdot a^2} \\
 x_{a2} &:= \frac{-(3 \cdot a \cdot b - \sqrt{15 \cdot a^2 \cdot (3 \cdot b^2 - 8 \cdot a \cdot c)})}{12 \cdot a^2} \\
 &\text{simplify} \left(\int_{x_{a1}}^{x_{a2}} f(x) - g(x) dx \right) \\
 &\quad \frac{\sqrt{3} \cdot (3 \cdot b^2 - 8 \cdot a \cdot c)^{\frac{5}{2}}}{4320 \cdot a^4} \\
 &\text{simplify} \left(\int_{x_{a1}}^{x_{a2}} g(x) - f(x) dx \right) \\
 &\quad \frac{\sqrt{3} \cdot (3 \cdot b^2 - 8 \cdot a \cdot c)^{\frac{5}{2}}}{8640 \cdot a^4}
 \end{aligned}$$

Abbildung 6

Ein anderer Zugang besteht darin zu erkunden durch welche Transformationen die allgemeine ganzrationale Funktion 4. Grades aus einfacheren Funktionen 4. Grades entsteht. Unmittelbar einsichtig ist, dass man sich auf Polynome 4. Grades der Gestalt $f(x) = x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ beschränken kann, weil aus ihnen durch

vertikale Streckung/Stauchung das allgemeine Polynom 4. Grades entsteht und sich dabei Wendestellen und die Flächenverhältnisse nicht verändern. Diese Polynome können durch eine horizontale Verschiebung aus Polynomen der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ entstehen (vgl. Abb. 7).

Man kann sich bei der Untersuchung des Zusammenhangs also auf Polynome der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ beschränken (vgl. Abb. 10).

5. Ergänzung

Polynome der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ könnten aus Polynomen der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2$ durch „additive Ergänzung um einen linearen Term“ entstehen. Dabei verändern sich die Wendestellen nicht und die Gerade durch die Wendepunkte wird durch den gleichen linearen Term ergänzt, so dass sich die Fläche zwischen Funktionsgraph und Wendepunktgerade durch diese Transformation nicht verändert. Denn wenn x_1 und x_2 die beiden Wendestellen sind, gilt für die Gerade durch die beiden Wendepunkte vor der Transformation:

$$g(x) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}(x - x_1) + f(x_1)$$

Nach der Transformation gilt:

$$\begin{aligned}
 g_{\text{neu}}(x) &= \frac{[f(x_1) + d \cdot x_1 + e] - [f(x_2) + d \cdot x_2 + e]}{(x_1 - x_2) \cdot (x - x_1)^{-1}} \\
 &\quad + [f(x_1) + d \cdot x_1 + e]
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow g_{\text{neu}}(x) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}(x - x_1) + f(x_1) + d \cdot x_1 + e$$

Es genügt also den Zusammenhang zwischen den Flächen für Polynome 4. Grades der Gestalt $f(x) = x^4 + c \cdot x^2$ zu untersuchen. Die Funktionsgraphen dieser Polynome sind aber symmetrisch zur y -Achse. Daraus folgt sofort, dass die beiden Außenflächen gleich groß sind.

Dieser Beitrag wurde mit freundlicher Genehmigung von CASIO Europe GmbH für den Nachdruck im CAR zur Verfügung gestellt

$$\begin{aligned}
 &\text{Define } f(x) = x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e \\
 &\text{collect}(f(x-v), x) \\
 &\quad x^4 - (4 \cdot v - b) \cdot x^3 + (6 \cdot v^2 - 3 \cdot b \cdot v + c) \cdot x^2 + (-4 \cdot v^3 + 3 \cdot b \cdot v^2 - 2 \cdot c \cdot v + d) \cdot x + v^4 - b \cdot v^3 + c \cdot v^2 - d \cdot v + e \\
 &\text{collect}(f(x-v) | v = \frac{b}{4}, x) \\
 &\quad x^4 + \left(\frac{-3 \cdot b^2}{8} + c \right) \cdot x^2 + \left(\frac{b^3}{8} - \frac{b \cdot c}{2} + d \right) \cdot x - \frac{3 \cdot b^4}{256} + \frac{b^2 \cdot c}{16} - \frac{b \cdot d}{4} + e
 \end{aligned}$$

Abbildung 7

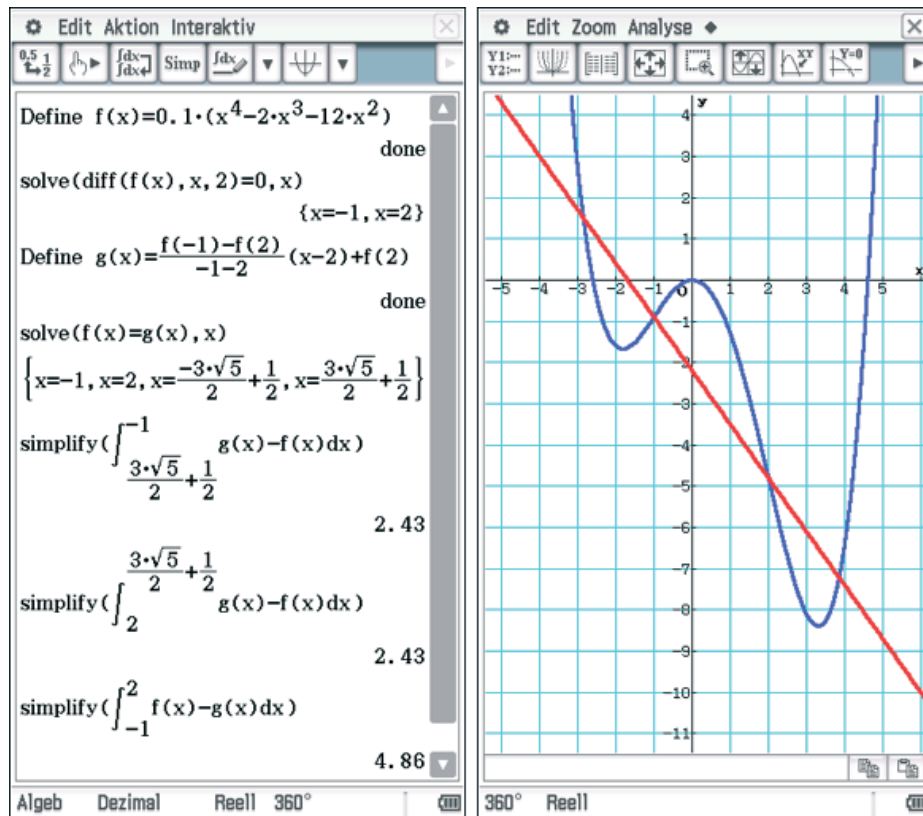


Abbildung 8

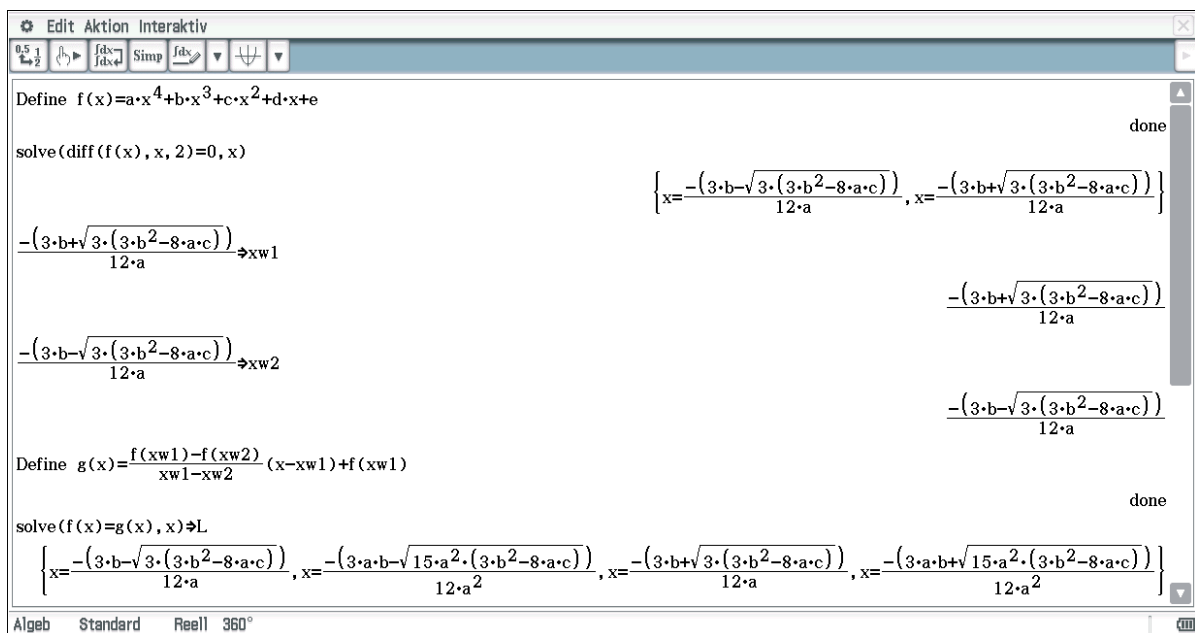


Abbildung 9

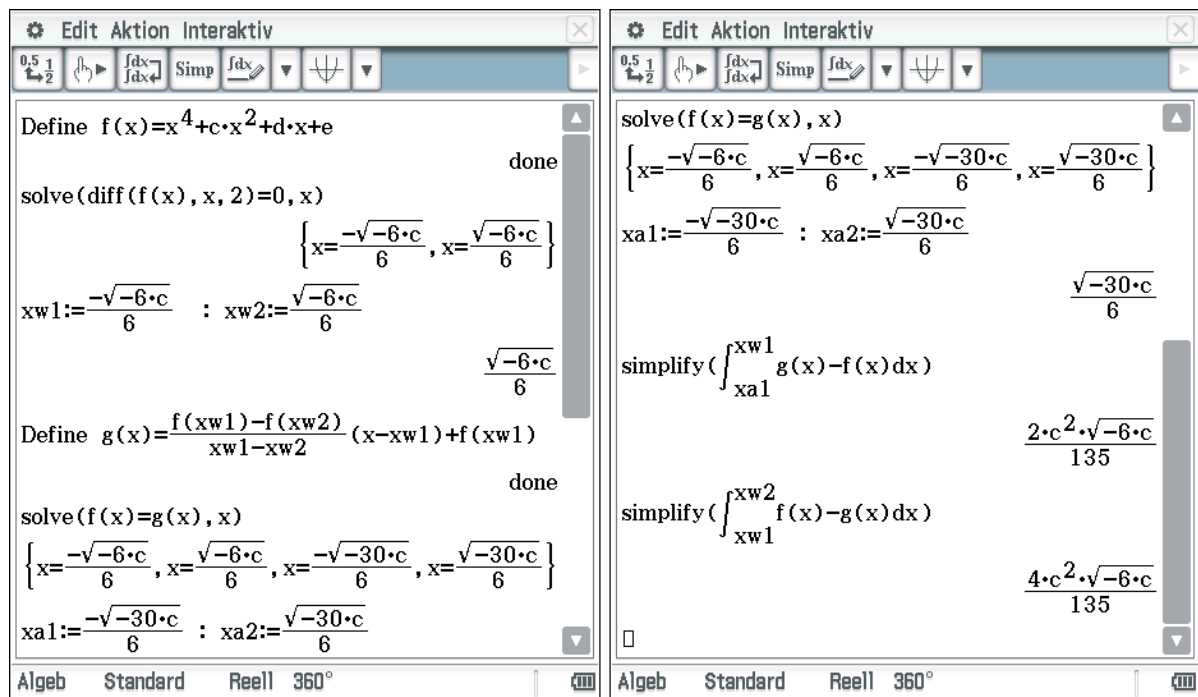
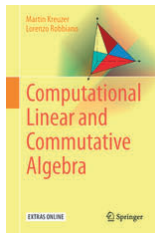


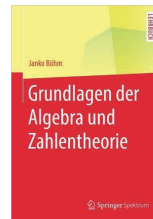
Abbildung 10

Publikationen über Computeralgebra

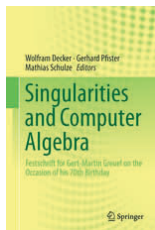
Neuerscheinungen:



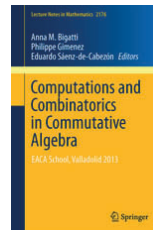
Martin Kreuzer, Lorenzo Robbiano,
*Computational Linear and Commu-
tative Algebra*,
Springer, 2016, 321 Seiten,
ISBN 978-3319435992



Janko Böhm,
*Grundlagen der Algebra und Zahlen-
theorie*,
Springer Spektrum, 2016, 372 Seiten,
ISBN 978-3662452288



Wolfram Decker, Gerhard Pfister,
Matthias Schulze (Eds.),
Singularities and Computer Algebra,
Springer, 2017, 389 Seiten,
ISBN 978-3-319-28828-4



Anna Bigatti, Philippe Gimenez,
Eduardo Saenz de Cabezón,
*Computations and Combinatorics in
Commutative Algebra*,
Springer, 2017, 129 Seiten,
ISBN 978-3-319-51318-8

Die Rubrik Publikationen ist nicht allein auf eine Liste von Neuerscheinungen und Neuauflagen beschränkt. Sie lebt vor allem von fundierten Rezensionen von Fachgruppenmitgliedern für Fachgruppenmitglieder, die wir an dieser Stelle gerne abdrucken. Sollte eines der oben genannten Bücher, insbesondere eine der Neuerscheinungen, Ihr Interesse geweckt haben, und Sie möchten dieses für den Computeralgebra-Rundbrief besprechen, nehmen Sie bitte Kontakt zu Florian Heß oder Martin Kreuzer (florian.hess@uni-oldenburg.de, martin.kreuzer@uni-passau.de) auf.

Promotionen in der Computeralgebra

Stefan Oberfranz: A Randomized Variant of the Groebner Walk

Betreuer: Gerhard Pfister (Kaiserslautern)

Zweitgutachter: Teresa Krick (Buenos Aires)

Februar 2016

Abstract: The conversion of Groebner bases with respect to different orderings can be done using the Groebner Walk, regardless the dimension of the ideal, which has been introduced by Collart, Kalkbrener and Mall in 1997. In general, this is less computational costly than to compute a Groebner basis with respect to the desired ordering directly using Buchberger's famous algorithm. Groebner Walk means computing Groebner bases of an ideal for different orderings along a path through the Groebner fan. Considering subalgebras instead of ideals, one can formulate the Sagbi Walk, an algorithm similar to the Groebner Walk algorithm for converting subalgebra bases. We present the idea of randomization in the Groebner Walk. This gives rise to new and efficient versions of the Gro-

ebner Walk, the Random Walk algorithms which we develop for Groebner bases and for subalgebra bases. We have implemented the Random Walk algorithms for Groebner bases and for subalgebra bases in a Singular library. In a comparison of the different walk algorithms, we have shown that in many tested examples, randomization speeds up the walk.

Pham Thuy Huong: On Finite Determinacy of Hypersurface Singularities and Matrices in Arbitrary Characteristic

Betreuer: Gert-Martin Greuel (Kaiserslautern)

Zweitgutachter: Antonio Campillo Lopez (Valladolid)

März 2016

Abstract: The thesis deals with singularities of algebroid hypersurfaces and with matrices whose entries are formal power series over an algebraically closed field of positive characteristic. A main problem is the question how much these objects

are uniquely determined up to isomorphism by a sufficiently large finite part of the power series. If this is the case, then one speaks of finite determinacy and the question of the lowest possible degree of determinacy arises.

The first part of her thesis is a generalization to formal power series over fields of positive characteristic of the much quoted theorem of Mather and Yau, saying that the finite dimensional Tjurina Algebra of an isolated complex hypersurface singularity f determines f up to analytical isomorphism. As there are counter-examples for a direct generalization, Dr. Pham shows that a finite dimensional higher Tjurina algebra of sufficiently high degree determines the singularity up to isomorphism. This theorem has achieved some attention in the singularity community. She also derives effective bounds, which can be calculated by means of computer algebra.

The second part of the thesis deals with the finite determinacy of matrices with formal power series as entries, with respect to various isomorphisms that can be described by means of group actions. In characteristic 0 one can consider the corresponding infinitesimal operation on the tangent spaces. In positive characteristic, however, this approach is not possible and Dr. Pham uses a direct power series approach instead. An important new observation by Mrs Pham is, that the tangent map of the orbit map is i.g. not surjective onto the tangent space of the orbit. Dr. Pham uses therefore the tangent image and she derives upper bounds for the determinacy of matrices, which are even new in characteristic 0.

Her thesis contains also a considerable computational part, where Dr. Pham develops algorithms to compute the determinacy for matrices, which she has implemented in the computer algebra system SINGULAR. (Bericht von Gert-Martin Greuel)

Oliver Braun: Orthogonal Representations of Finite Groups

Betreuer: Gabriele Nebe (Aachen)

Zweitgutachter: Gerhard Hiss (Aachen)

September 2016

Abstract: For a finite group G techniques are developed to determine the rational invariants of the G -invariant quadratic forms on the rational irreducible $\mathbb{Q}G$ -modules. The orthogonal character table of G is the ordinary character table with this information added. The orthogonal character tables of the groups $SL_2(p^f)$ are described and those of the finite quasisimple groups of order up to 200.000 are computed.

Adrian Popescu: Signature Standard Bases over Principal Ideal Rings

Betreuer: Gerhard Pfister (Kaiserslautern)

Zweitgutachter: Martin Kreuzer (Passau)

September 2016

Abstract: By using Groebner bases of ideals of polynomial algebras over a field, many implemented algorithms manage to give exciting examples and counter examples in Commutative Algebra and Algebraic Geometry. Part A of this thesis will focus on extending the concept of Groebner bases and Standard bases for polynomial algebras over the ring of integers and its factors $Z_m[x]$. Moreover we implemented two algorithms for this case in Singular which use different approaches in detecting useless computations, the classical Buchberger algorithm and a F5 signature based algorithm.

Part B includes two algorithms that compute the graded Hilbert depth of a graded module over a polynomial algebra

R over a field, as well as the depth and the multigraded Stanley depth of a factor of monomial ideals of R . The two algorithms provide faster computations and examples that lead B. Ichim and A. Zarojanu to a counterexample of a question of J. Herzog. A. Duval, B. Goeckner, C. Klivans and J. Martin have recently discovered a counter example for the Stanley Conjecture. We prove in this thesis that the Stanley Conjecture holds in some special cases.

Part C explores the General Neron Desingularization in the frame of Noetherian local domains of dimension 1. We have constructed and implemented in Singular and algorithm that computes a strong Artin Approximation for Cohen-Macaulay local rings of dimension 1.

Sebastian Schönnenbeck: Hecke Operators for Algebraic Modular Forms

Betreuer: Gabriele Nebe (Aachen)

Zweitgutachter: Julia Hartmann (Pennsylvania), Gerhard Hiss (Aachen)

September 2016

Abstract: Algebraic modular forms (as introduced by Benedict Gross in 1999) are certain objects in the theory of automorphic forms that are particularly well-suited for explicit computations. The space of algebraic modular forms of an algebraic group \mathbb{G} over a totally real number field depends on an open compact subgroup K of the adelic points of \mathbb{G} and a representation V and comes equipped with an action of the Hecke algebra H_K of \mathbb{G} with respect to K . One main task in this situation (e.g. for investigations in the Langlands program) is to explicitly determine this action.

In this thesis we introduce a method for computing two Hecke operators, acting on two spaces of algebraic modular forms with respect to two distinct open compact subgroups, simultaneously. The approach is based on an idea of Eichler's and it turns out that in certain cases one obtains a generating system for the full Hecke algebra in this way. The method was implemented for compact forms of G_2 as well as for symplectic groups and explicit calculations show that we get a significant improvement in the runtime compared to previously known algorithms.

Matthias Fetzer: Free Resolutions from Involutive Bases

Betreuer: Werner M. Seiler (Kassel)

Zweitgutachter: Georg Rück (Kassel)

Oktober 2016

Abstract: We show that the theory of involutive bases can be combined with discrete algebraic Morse Theory. For a graded $k[x_0, \dots, x_n]$ -module \mathcal{M} , this yields a free resolution \mathcal{G} , which in general is not minimal. We see that \mathcal{G} is isomorphic to the resolution induced by an involutive basis. It is possible to identify involutive bases inside the resolution \mathcal{G} .

The shape of \mathcal{G} is given by a concrete description. Regarding the differential $d_{\mathcal{G}}$, several rules are established for its computation, which are based on the fact that in the computation of $d_{\mathcal{G}}$ certain patterns appear at several positions. In particular, it is possible to compute the constants independent of the remainder of the differential. This allows us, starting from \mathcal{G} , to determine the Betti numbers of \mathcal{M} without computing a minimal free resolution: Thus we obtain a new algorithm to compute Betti numbers. This algorithm has been implemented in COCOA by Mario Albert. This way, in comparison to some other computer algebra system, Betti numbers can be computed faster in most of the examples we have considered.

For Veronese subrings $S^{(d)}$, we have found a Pommaret basis, which yields new proofs for some known properties of these rings. Via the theoretical statements found for \mathcal{G} , we can identify some generators of modules in \mathcal{G} where no constants appear. As a direct consequence, some non-vanishing Betti numbers of $S^{(d)}$ can be given.

Finally, we give a proof of the Hyperplane Restriction Theorem with the help of Pommaret bases. This part is largely independent of the other parts of this work.

Satya Swarup Samal: Analysis of Biochemical Reaction Networks using Tropical and Polyhedral Geometry Methods

Betreuer: Andreas Weber (Bonn)

Zweitgutachter: Ovidiu Radulescu (Montpellier)

November 2016

<http://hss.ulb.uni-bonn.de/2016/4557/4557.htm>

Abstract: The field of systems biology makes an attempt to realise various biological functions and processes as the emergent properties of the underlying biochemical network model. The area of computational systems biology deals with the computational methods to compute such properties. In this context, the thesis primarily discusses novel computational methods to compute the emergent properties as well as to recognize the essence in complex network models. The computational methods described in the thesis are based on the computer algebra techniques, namely tropical geometry and extreme currents. Tropical geometry is based on ideas of dominance of monomials appearing in a system of differential equations, which are often used to describe the dynamics of the network model. In such differential equation based models, tropical geometry deals with identification of the metastable regimes, defined as low dimensional regions of the phase space close to which the dynamics is much slower compared to the rest of the phase space. The application of such properties in model reduction and symbolic dynamics are demonstrated in the network models obtained from a public database namely Biomodols. Extreme currents are limiting edges of the convex polyhedrons describing the admissible fluxes in biochemical networks, which are helpful to decompose a biochemical network into a set of irreducible pathways. The pathways are shown to be associated with given clinical outcomes thereby providing some mechanistic insights associated with the clinical phenotypes. Similar to the tropical geometry, the method based on extreme currents is evaluated on the network models derived from a public database namely KEGG. Therefore, this thesis makes an attempt to explain the emergent properties of the network model by determining extreme currents or metastable regimes. Additionally, their applicability in the real world network models are discussed.

Laia Amorós Carafi: Images of Galois Representations and p -adic Models of Shimura Curves

Betreuer: Gabor Wiese (Luxembourg), Pilar Bayer (Barcelona)

Zweitgutachter: David Kohel (Aix-Marseille), Xavier Guitart (Barcelona)

Dezember 2016

Abstract: The thesis treats two questions situated in the Langlands program, which is one of the most active and important areas in current number theory and arithmetic geometry. The first question concerns the study of images of Galois

representations into Hecke algebras coming from modular forms over finite fields, and the second one deals with p -adic models of Shimura curves and its bad reduction. Consequently, the thesis is divided in two parts.

The first part is concerned with the study of images of Galois representations that take values in Hecke algebras of modular forms over finite fields. The main result of this part is a complete classification of the possible images of 2-dimensional Galois representations with coefficients in local algebras over finite fields under the hypotheses that: (i) the square of the maximal ideal is zero, (ii) that the residual image is big (in a precise sense), and (iii) that the coefficient ring is generated by the traces. In odd characteristic, the image is completely determined by these conditions; in even characteristic the classification is much richer. In this case, the image is uniquely determined by the number of different traces of the representation, a number which is given by an easy formula. As an application of these results, the existence of certain p -elementary abelian extensions of big non-solvable number fields can be deduced. Whereas some aspects of class field theory are accessible through this approach, it can be applied to huge fields for which standard techniques totally fail.

The second part of the thesis consists of an approach to p -adic uniformisations of Shimura curves $X(Dp, N)$ through a combination of different techniques concerning rigid analytic geometry and arithmetic of quaternion orders. The results in this direction lean on two methods: one is based on the information provided by certain Mumford curves covering Shimura curves and the second one on the study of Eichler orders of level N in the definite quaternion algebra of discriminant D . Combining these methods, an explicit description of fundamental domains associated to p -adic uniformisation of families of Shimura curves of discriminant Dp and level $N \geq 1$, for which the one-sided ideal class number $h(D, N)$ is 1, is given. The method presented in this thesis enables one to find Mumford curves covering Shimura curves, together with a free system of generators for the associated Schottky groups, p -adic good fundamental domains and their stable reduction-graphs. As an application, general formulas for the reduction-graphs with lengths at p of the considered families of Shimura curves can be computed.

David Husert: Similarity of Integer Matrices

Betreuer: Jürgen Klüners (Paderborn)

Zweitgutachter: Claus Fieker (Kaiserslautern)

Dezember 2016

Abstract: The thesis at hand deals with the question of how to decide whether two integer matrices are similar. To answer it, a module-theoretic approach will be pursued. In the first part of the work, a one-to-one correspondence will be established between classes of semisimple matrices and classes of modules which are defined over certain orders. For two such modules it then has to be examined whether they are isomorphic. In general, this problem can be solved by a principal ideal test, where the ideal concerned is a right ideal of a typically noncommutative matrix order. In a first approximation, the problem will be considered over a maximal order. It is well known how to conduct the test in this situation. Upon a positive outcome, it can be decided in a finite number of steps whether the original ideal is principal. Under suitable conditions, this can be done by methods for finite abelian groups. For instance, the ideal needs to be coprime to the conductor of an extension of matrix orders. Among other things, it will be shown how to ensure that this condition is satisfied.

The second part will deal with nilpotent elements of matrix orders. While the close connection between matrices and

modules will not persist in this case, it will suffice to consider a finite family of modules to decide similarity. Combining the methods of both parts will result in a complete algorithm.

Matthias Zach: Topological Invariants of Isolated Determinantal Singularities

Betreuer: Anne Fröhbis-Krüger (Hannover)

Zweitgutachter: Dirk Siersma (Utrecht)

Februar 2017

Abstract: The presented thesis contains an explicit treatment of the deformation theory of determinantal singularities based on K_V -equivalence and a careful construction of versal determinantal deformations. The necessary theory involved is gathered from the scattered literature and distinct viewpoints on the subject from different research groups are discussed. Based on the existence of versal determinantal deformations, we construct the determinantal Milnor fiber of a determinantal singularity as the preimage of the corresponding generic determinantal variety under a stabilization of the defining matrix considered as a map germ. In general, the determinantal Milnor fiber is a Whitney stratified space, which is unique for a given determinantal singularity up to homeomorphism.

We then turn to the study of topological invariants of the determinantal Milnor fiber. We describe the work done by different groups on the vanishing Euler-characteristic and reprove a formula for its computation from polar multiplicities for smoothable isolated determinantal singularities.

In Chapter 3, we introduce the Tjurina modification in family to reduce topological questions about determinantal singularities to questions about local complete intersections and hence derive explicitly computable, algebraic formulae. In case of isolated singularities in the Tjurina transform of a given determinantal singularity, this enables us to explicitly determine the distinct homology groups of the Milnor fiber and we deduce some formulas on their interplay with the space of infinitesimal deformations.

Finally, we pick up the theory for the topology of non-isolated singularities, to also treat the case when the Tjurina transform is singular along a whole projective line. To this end, we generalize certain connectivity results for the Milnor fibers of non-isolated singularities with one-dimensional singular locus to complete intersections with line singulari-

ties. This enables us to prove that for certain matrix sizes for smoothable isolated determinantal singularities we always find “characteristic cycles” which are directly related to the determinantal structure. They are the only contributions to the homology of the Milnor fiber below the middle degree. This phenomenon can not be observed for isolated complete intersection singularities.

David Dursthoff: Extremal Lattices and Hilbert Modular Forms

Betreuer: Gabriele Nebe (Aachen)

Zweitgutachter: Aloys Krieg (Aachen)

Dezember 2016

Abstract: Methods are developed to apply Hilbert Modular Forms to study lattices over real quadratic number fields. To define extremality a new total ordering is defined for totally real fields. Then a lattice is extremal, if its minimum is as large as it is allowed by the space of Hilbert Modular Forms. Using Hilbert theta series with harmonic coefficients allows in small cases to compute restrictions on the inner products of certain lattice vectors and therewith allows to classify all extremal lattice. Practical computations are performed for the fields $\mathbb{Q}[\sqrt{d}]$ with $d = 2, 3, 5$.

Corinna Lange: Lifting Properties of Blocks

Betreuer: Gabriele Nebe (Aachen)

Zweitgutachter: Wilhelm Plesken (Aachen)

Dezember 2016

Abstract: Florian Eisele developed in his thesis a very fruitful method to use derived equivalences to transfer lifting properties of algebras over a finite field to orders over a complete discrete valuation ring with this residue class field. The present thesis applies this method to study tame blocks with semidihedral defect groups. The author obtains new non-existence results and also finds the first example of a block having infinitely many non-isomorphic lifts. The second part is devoted to the construction of the unique lift of the principal block $B_0(\mathbb{F}_p(S_p \wr S_3))$ to the p -adic integers which has applications to lifting properties of defect 3 blocks of symmetric groups.

Viktor Levandovskyy (Aachen):
Computer Algebraic Analysis
November 2015

Abstract: Modules over Noetherian non-commutative domains over a field K , including ubiquitous G -algebras (with well-studied Gröbner bases theory), which encompass algebras of common linear partial functional operators are central in this work. One recognizes some infinitely generated algebras and modules as *Ore localizations* of finitely generated objects. The three most common types of localizations of algebras are distilled,

Their properties are studied and illustrated with important examples. The classification of G -algebras in two variables and their particular localizations up to isomorphism is derived. The *algebraic Mellin transform* and its quantum analogon are investigated.

The key notions, arising from the study of the relationship between a fin. gen. R -module and its Ore localization with respect to an Ore set S , are *S -torsion submodule*, *S -closure* and *S -saturation* of a submodule. We prove, that the category of fin. gen. S -torsion modules is a Serre subcategory of the category of fin. gen. R -modules and an S -torsion submodule of M is isomorphic to $Tor_1^R(S^{-1}R/R, M)$.

The property of being a *dimension function* holds for the Krull-Rentschler-Gabriel dimension, the reduced rank and the Gel'fand-Kirillov dimension, to name a few. We show, that the *homological co-grade* $gl.dim(R) - j(M)$ is a dimension function while projective, injective dimensions and the homological grade $j(M)$ are not. Properties of dimension functions, in particular on various constructions with modules, are studied in detail.

A module is *pure* (or *equidimensional*), if all its nonzero submodules are of the same dimension. We prove, that the purity is preserved while taking intersection, (direct) sums, certain quotients and tensor products of modules over a field. For a general module, we develop the notion of the *equidimensional series* as a weaker analogon of the composition series of a module.

For a dimension function δ on R , we generalize the notion *holonomic number* by V. Bavula to $h(R, \delta)$. This sheds light on the notion of a *holonomic* module, different definitions of which are discussed. Properties of modules of co-dimension 1 over R with $\delta(R) < \infty$ as well as the dimensions of modules over the single Ore extension of a division algebra D are established. We describe natural Serre subcategories of the category of fin. gen. R -modules arising from an exact dimension function and prove, that R -modules of dimension $h(R, \delta)$ are pure and co-pure.

Gel'fand-Kirillov dimension is studied very closely and used widely. By using the *subcentral character decomposition* we prove that the roots of the *Bernstein-Sato polynomial*

of a polynomial f are precisely the central characters of a natural D -module, associated to f .

We give a new proof of the non-triviality of global and local algebraic (generalized) Bernstein-Sato ideal of a polynomial morphism over a field of characteristic zero, thus unifying the results of J. Bernstein, C. Sabbah and N. Budur.

Markus Kirschmer (Aachen):
Definite Quadratic and Hermitian Forms with Small Class Number
November 2016

Abstract: Quadratische Räume über den rationalen Zahlen genügen nach H. Minkowski einem lokal-global Prinzip, d.h. zwei solche Räume sind genau dann isometrisch, wenn sie an allen Kompletierungen von \mathbb{Q} isometrisch sind. Dies ermöglicht eine übersichtliche Klassifikation aller rationalen quadratischen Räume.

Für quadratische \mathbb{Z} -Gitter (d.h. endlich erzeugte \mathbb{Z} -Moduln in einem rationalen quadratischen Raum) gilt ein entsprechendes lokal-global Prinzip nicht. Daher definiert man das Geschlecht eines Gitters L als die Menge aller \mathbb{Z} -Gitter, welche zu L lokal isometrisch sind.

Das Geschlecht von L zerfällt stets in endlich viele Isometrieklassen. Die Anzahl dieser Klassen nennt man die Klassenzahl von L . Ein Gitter hat also genau dann Klassenzahl 1, wenn es dem lokal-global Prinzip genügt.

Im Fall indefiniter Gitter hängt die Klassenzahl nur von lokalen Invarianten des Gitters sowie einer Strahlklassengruppe von \mathbb{Q} ab. Die Klassenzahl ist also apriori bekannt und sehr oft 1. Für definite Gitter zeigte G. L. Watson, daß Gitter mit Klassenzahl 1 höchstens Rang 10 haben können und klassifizierte von 1962–1984 in einer langen Reihe von Arbeiten alle solche Gitter vom Rang ≥ 3 .

In meiner Habilitationsschrift bestimme ich mit Hilfe eines Computers alle einklassigen Geschlechter definiter quadratischer bzw. (quaternional) hermitescher Gitter vom Rang ≥ 3 über beliebigen algebraischen Zahlkörpern. Aus der Siegelschen Maßformel ergibt sich zunächst eine Liste aller definiter quadratischer bzw. hermitescher Räume über Zahlkörpern, welche solche einklassigen Geschlechter eventuell zulassen. In jedem dieser Räume gibt es dann bis auf Reskalierung nur endlich viele *beinahe modulare* Gitter mit Klassenzahl 1. Der Idee von Watson folgend erhält man daraus eine Klassifikation aller definiten quadratischen / hermitescher Gitter über Zahlkörpern von Klassenzahl 1 und Rang ≥ 3 .

Die Klassifikation der definiten einklassigen Gitter vom Rang zwei führt, wie von Gauß für \mathbb{Z} -Gitter bereits gezeigt, auf ein relatives Klassenzahlproblem von CM-Erweiterungen und liegt nicht im Bereich heutiger Methoden.

1. CAPP 2017

Hamburg, 20.03. – 24.03.2017

<http://indico.desy.de/conferenceDisplay.py?confId=16305>

Applications of computer algebra are an essential and established calculational tool in elementary particle physics and methods and algorithms of computer algebra are an important area of research itself. The CAPP school combines theory and practice in an advanced environment. It provides education and training of about 40 students and young researchers at graduate and Ph.D. level on central topics at the interface of modern computer algebra and particle physics. The courses include exercises and practical hands-on training with modern software.

2. Polynomial Computer Algebra 2017

Euler International Mathematical Institute, St. Petersburg, Russland, 17.04. – 22.04.2017

<http://pca.pdmi.ras.ru/2017>

The annual conference Polynomial Computer Algebra is devoted to polynomial algorithms in Computer Algebra. This field has a lot of applications both in theoretical and applied mathematics as well as in Computer Science. The conference PCA'2017 is the eighth in the series. The first one PCA'2008 commemorated Eugene Pankratiev who was a brilliant specialist in the field of Computer Algebra and Differential Algebra.

3. 3C in G Workshop on Computational Algebra

King's College, Cambridge, Großbritannien, 18.04. – 21.04.2017

<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/A.Thompson.8/3CinGApril17.html>

This workshop forms part of the Cambridge-Imperial-Warwick EPSRC-funded 5-year programme grant Classification, Computation, and Construction: New Methods in Geometry (3C in G). The aim of the meeting is to discuss current and future applications of computational algebra in mathematics, with a particular focus on geometry.

The first day (Tuesday 18th) will be geared more towards young researchers, with a series of expository lectures, hands-on practical sessions, and short talks by graduate students. The main workshop will then run from Wednesday 19th to Friday 21st April.

4. Computeralgebra-Tagung der Fachgruppe

Kassel, 04.05. – 06.05.2017

<http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/tagung-kassel-2017>

In Fortsetzung der erfolgreichen Tagungen 2003, 2005, 2009, 2012, 2014 in Kassel und 2007 in Kaiserslautern führt die Fachgruppe im Mai 2017 wieder eine derartige Tagung in Kassel durch. Ziel ist es, ein Forum zu bieten, das es erstens Nachwuchswissenschaftlern ermöglicht, ihre Ergebnisse vorzustellen, andererseits aber auch einige Hauptvortragende zu gewinnen, die Übersichtsvorträge über wichtige Gebiete der Computeralgebra und über Computeralgebra-Software geben sollen.

Siehe ausführliche Ankündigung auf Seite 7.

5. MEGA 2017

Nizza, Frankreich, 12.06. – 16.06.2017

<http://mega2017.inria.fr>

MEGA is the acronym for Effective Methods in Algebraic Geometry (and its equivalent in Italian, French, Spanish, German, Russian, etc.). This series of biennial international conferences, with the tradition dating back to 1990, is devoted to computational and application aspects of Algebraic Geometry and related topics, over any characteristics.

6. CAI 2017

Kalamata, Griechenland, 25.06. – 28.06.2017

<http://www.cargo.wlu.ca/CAI2017>

CAI is the biennial conference serving the community interested in the intersection of theoretical computer science, algebra, and related areas.

CAI 2017 will feature invited presentations and a selective five-track program of contributed papers describing original and unpublished research.

7. Workshop Arithmetic Geometry and Computer Algebra

Oldenburg, 29.06. – 01.07.2017

<http://www.uol.de/math/wagca>

The idea of the workshop is to bring together arithmetic geometers who use computer algebra in their research and experts in computer algebra who work on algorithms motivated by or used in arithmetic geometry. Besides talks about new and improved algorithms and their applications in arithmetic geometry, we will also have presentations by developers of some of the major computer algebra systems and libraries used in arithmetic geometry about recent functionality and future plans. There will be ample time for discussions and collaboration and for trying out and developing new functionality.

8. FoCM 2017

Barcelona, Spanien, 10.07. – 19.07.2017

<http://www.ub.edu/focm2017>

The computer has profoundly changed the relationship between mathematics and computation. Besides its invaluable role in numeric, symbolic, and experimental applications, computation is an important object of mathematical study in its own right and a fundamental theoretical tool. It is a source of new and exciting problems for mathematics. The FoCM conference, held every three years, covers the entire spectrum of mathematical computation.

9. ACA 2017

Jerusalem, Israel, 17.07. – 21.07.2017

<http://www.math.unm.edu/~aca>

The ACA - Applications of Computer Algebra - conference series is devoted to promoting all kinds of computer algebra applications, and encouraging the interaction of developers of computer algebra systems and packages with researchers and users (including scientists, engineers, educators, and mathematicians). Topics include, but are not limited to, computer algebra in the sciences, engineering, communication, medicine, pure and applied mathematics, education and computer science.

10. PASCO 2017

Kaiserslautern, 23.07. – 24.07.2017

<http://www.sigsam.org/PASCO/2017>

The 8th International Workshop on Parallel Symbolic Computation (PASCO) is the latest instance in a series of workshops dedicated to the promotion and advancement of parallel algorithms and software in all areas of symbolic mathematical computation.

11. ISSAC 2017

Kaiserslautern, 25.07. – 28.07.2017

<http://www.issac-conference.org>

The International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC) is the premier annual conference to present and discuss new developments and original research results in all areas of symbolic mathematical computation.

12. ACAT 2017

Seattle, USA, 21.08. – 25.08.2017

<http://indico.cern.ch/event/567550>

The 18th edition of ACAT will bring together experts to explore and confront the boundaries of computing, automated data analysis, and theoretical calculation technologies, in particle and nuclear physics, astronomy and astrophysics, cosmology, accelerator science and beyond. ACAT provides a unique forum where these disciplines overlap with computer science, allowing for the exchange of ideas and the discussion of cutting-edge computing, data analysis and theoretical calculation technologies in fundamental physics research.

There is a fundamental shift occurring in how computing is used in research in general and data analysis in particular. The abundance of cheap, powerful, easy to use computing power in the form of CPUs, GPUs, FPGAs, etc., has changed the role of computing in physics research over the last decade. The rise of new techniques, like deep learning, means the changes promise to keep coming. Please join us to explore these future changes, and learn about new algorithms and ideas and trends in scientific computing physics. Most of all, join us for the discussions and the sharing of expertise in the field.

13. ÖMG-DMV-Jahrestagung 2017

Salzburg, Österreich, 11.09. – 15.09.2017

<http://oemg-dmv-2017.sbg.ac.at>

The board of the Austrian Mathematical Society (ÖMG) and the organizing committee cordially invite to the 19th International Congress of the ÖMG from September 11-15, 2017 in Salzburg. This conference is also the Annual Meeting of the Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV). The meeting takes place at Paris-Lodron University of Salzburg, Naturwissenschaftliche Fakultät (Hellbrunner Str. 34/II). The

scientific program starts on Monday, September 11, 2017 and ends in the evening of Thursday, September 14. In addition, a Teacher's Day will take place on Friday, September 15.

14. CASC 2017

Peking, China, 18.09. – 22.09.2017

<http://www.casc.cs.uni-bonn.de/2017>

The 19th International Workshop in Computer Algebra in Scientific Computing, CASC 2017, will be held in the city of Beijing, China, September 18 - 22, 2017. The deadline for submission is April 16, 2017.

The topics addressed in the workshop cover all the basic areas of scientific computing as they benefit from the application of computer algebra methods and software.

15. INFORMATIK 2017 — 47. Jahrestagung der Gesellschaft für Informatik

Chemnitz, 25.09. – 29.09.2017

<http://www.informatik2016.de>

Die Digitalisierung hat sich in den letzten Dekaden als Hauptmotor gesellschaftlichen Wandels etabliert. Sie umfasst alle Bereiche der Kultur, angefangen bei den seit den 1980er Jahren digitalisierten Schriften und Handschriften der Literaturwissenschaft, den virtuell rekonstruierten Funden der Archäologie über die nahezu komplett umstrukturierte Musikwirtschaft bis hin zu neuen Formen der Kommunikation über Soziale Netze und Foren, die besonders deutlich machen wie nah die Begriffe Kultur Subkultur und Unkultur beieinander liegen. Die INFORMATIK 2017 beleuchtet die Errungenschaften, Ziele, Herausforderungen und Risiken digitaler Kulturen.

16. GDMV 2018

Paderborn, 05.03. – 09.03.2018

<http://www.gdmv2018.de>

Im Jahr 2018 richtet Paderborn die gemeinsame Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) und der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) aus. Zuletzt gab es diese Kombination 2010 in München. Neben den beiden Jahrestagungen werden Themen auf der Schnittstelle in gemeinsamen Hauptvorträgen, sowie in speziellen Schnittstellensektionen adressiert. Beispielsweise sind dies Themen wie Übergang Schule/Hochschule, Hochschuldidaktik sowie die Mathematikausbildung von Lehrkräften. Eine der Sektionen innerhalb der DMV wird Diskrete Mathematik und Computeralgebra sein. Darüber hinaus können zu allen Bereichen Mini-Symposien beantragt werden. Hier ist die Deadline der 31.7.2017 und die nötigen Informationen stehen auf der Tagungshomepage.

Antrag auf Mitgliedschaft in der Fachgruppe Computeralgebra der GI in Kooperation mit der DMV und GAMM und auf Bezug des Computeralgebra-Rundbriefs

Bitte zurücksenden an:

Prof. Dr. Wolfram Koepf
Universität Kassel
FB Mathematik/Informatik
Heinrich-Plett-Str. 40
D-34132 Kassel



Name:	Vorname:
Akadem. Grad:	Geburtsjahr:
<i>Privatanschrift:</i>	
Straße/Postfach:	PLZ Ort:
Telefon:	Telefax:
<i>Dienstanschrift:</i>	
Firma/Institut:	Abteilung:
Straße/Postfach:	PLZ Ort:
Telefon:	Telefax:
E-Mail:	
Gewünschte Postanschrift: <input type="checkbox"/> Privatanschrift <input type="checkbox"/> Dienstanschrift	
Gewünschte Regionalgruppenzuordnung: (http://regionalgruppen.gi.de)	

- ☐ Ich bin persönliches Mitglied der GI und beantrage die Mitgliedschaft in der Fachgruppe Computeralgebra sowie den Bezug des Rundbriefs
- ☐ Ich beantrage assoziierte Mitgliedschaft in der GI und Mitgliedschaft in der Fachgruppe Computeralgebra sowie den Bezug des Rundbriefs
- ☐ ab 1. Januar
- ☐ rückwirkend zum 1. Januar des laufenden Jahres (bis zum 30. September möglich).

Ich ordne mich folgender Jahresbeitragsklasse zu:

- ☐ 7,50 Euro für Mitglieder der ☐ GI ☐ DMV ☐ GAMM,

Mitgliedsnummer:

- ☐ 7,50 Euro. Ich beantrage gleichzeitig Mitgliedschaft in der ☐ GI ☐ DMV ☐ GAMM und bitte um Zusendung der dazu erforderlichen Unterlagen.

- ☐ 9,00 Euro für Nichtmitglieder. Ich bitte um Zusendung von Informationen über ☐ GI ☐ DMV ☐ GAMM.

- ☐ Ich bitte lediglich um Aktualisierung meiner Adressdaten sowie meiner Angaben über die Zusendung von Informationen.

Ich nehme zur Kenntnis, dass die Aufnahme in die Fachgruppe Computeralgebra zum 1.1. erfolgt und dass die Mitgliedschaft zum 31.12. mit Frist 30.11. schriftlich gekündigt werden kann.

Datennutzung

Meine oben angegebenen personenbezogenen Daten werden im Rahmen meiner Mitgliedschaft soweit gesetzlich erlaubt oder aufgrund meiner Einwilligung durch die GI oder durch Dritte nach Weitergabe durch die GI wie folgt genutzt:

- ☐ für alle GI-gesellschaftsinternen Aussendungen,
- ☐ für von der GI ausgewählte Informationen mit Bezug zur Informatik, z.B. Weiterbildungsangebote, Informatikveranstaltungen oder -kongresse mit und ohne GI-Beteiligung sowie Publikationen mit Informatikbezug.

Wenn Sie uns Ihre E-Mail-Adresse angegeben haben, wird die Kommunikation soweit möglich elektronisch ausgeführt.

- ☐ Der Nutzung meiner E-Mail-Adresse zu Zwecken, die über die satzungsgemäßen Ziele der GI hinausgehen (wie z.B. Werbung, Markt- und Meinungsforschung) stimme ich zu.

Natürlich können Sie Ihre Zustimmung jederzeit widerrufen oder Ihre E-Mail-Adresse in unserem System löschen lassen, kurze Nachricht an mitgliederservice@gi.de, per Post oder Fax genügt.

Datum: Unterschrift:

Rückfragen: Telefon +49 (0)228-302-151/-149 Telefax +49 (0)228-302-167 E-Mail: mitgliederservice@gi.de <http://gi.de>

Fachgruppenleitung Computeralgebra 2017–2020

**Sprecher:**

Prof. Dr. Gregor Kemper
Zentrum Mathematik – M11
Technische Universität München
Boltzmannstr. 3, 85748 Garching
089-289-17454, -17457 (Fax)
kemper@ma.tum.de
<http://www-m11.ma.tum.de/~kemper>

**Fachreferent CA-Systeme und -Bibliotheken:**

Prof. Dr. Claus Fieker
Fachbereich Mathematik
Technische Universität Kaiserslautern
Gottlieb-Daimler-Straße, 67663 Kaiserslautern
0631-205-2392, -4427 (Fax)
fieker@mathematik.uni-kl.de
<http://www.mathematik.uni-kl.de/~fieker>

**Fachreferent Physik:**

Dr. Thomas Hahn
Max-Planck-Institut für Physik
Föhringer Ring 6, 80805 München
089-32354-300, -304 (Fax)
hahn@feynarts.de
<http://www.th.mpp.mpg.de/members/hahn>

**Fachreferent CA an der Hochschule:**

Prof. Dr. Jürgen Klüners
Mathematisches Institut der Universität Paderborn
Warburger Str. 100, 33098 Paderborn
05251-60-2646, -3516 (Fax)
klueners@math.uni-paderborn.de
<http://www2.math.uni-paderborn.de/people/juergen-klueners.html>

**Fachreferent Themen, Anwendungen und Publikationen:**

Prof. Dr. Martin Kreuzer
Fakultät für Informatik und Mathematik
Universität Passau
Innstr. 33, 94030 Passau
0851-509-3120, -3122 (Fax)
martin.kreuzer@uni-passau.de
<http://www.fim.uni-passau.de/~kreuzer>

**Fachreferent Schule und Didaktik:**

StD Jan Hendrik Müller
Rivius-Gymnasium der Stadt Attendorn
Westwall 48, 57439 Attendorn
02722-5953 (Sekretariat)
jan.mueller@math.uni-dortmund.de
www.mathebeimueller.de

**Fachexperte Industrie:**

Prof. Dr. Christoph Thiel
Fachhochschule Bielefeld
Fachbereich Campus Minden
Artilleriestr. 9, 32427 Minden
0571-8385-258
christoph.thiel@fh-bielefeld.de
<https://www.fh-bielefeld.de/fb2/personen/thiel>

**Stellvertretende Sprecherin:**

Prof. Dr. Anne Frühbis-Krüger
Institut für Algebraische Geometrie
Welfengarten 1, 30167 Hannover
0511-762-3592
fruehbis-krueger@math.uni-hannover.de
<http://www.iag.uni-hannover.de/~anne>

**Fachexperte Sonderforschungsbereich 195:**

Prof. Dr. Meinolf Geck
Universität Stuttgart
Institut für Algebra und Zahlentheorie
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart
0711 685-65367
meinolf.geck@mathematik.uni-stuttgart.de
<http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/~geckmf/>

**Fachreferent Themen, Anwendungen und Publikationen:**

Prof. Dr. Florian Heß
Carl-von Ossietzky Universität Oldenburg
Institut für Mathematik, 26111 Oldenburg
0441-798-2906, -3004 (Fax)
florian.hess@uni-oldenburg.de
<http://www.staff.uni-oldenburg.de/florian.hess>

**Vertreter der DMV:**

Prof. Dr. Wolfram Koepf
Institut für Mathematik
Universität Kassel
Heinrich-Plett-Str. 40, 34132 Kassel
0561-804-4207, -4646 (Fax)
koepf@mathematik.uni-kassel.de
<http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf>

**Vertreter der GI:**

Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Fakultät für Informatik
Technische Universität München
Boltzmannstraße 3, 85748 Garching
089-289-17706, -17707 (Fax)
mayr@in.tum.de
<http://www.in.tum.de/~mayr/>

**Fachexperte Redaktion Rundbrief:**

Dr. Fabian Reimers
Zentrum Mathematik – M11
Technische Universität München
Boltzmannstr. 3, 85748 Garching
089-289-17474
reimers@ma.tum.de
<http://www-m11.ma.tum.de/reimers>

**Fachreferentin CA an der Hochschule:**

Prof. Dr. Eva Zerz
Lehrstuhl D für Mathematik
RWTH Aachen
Pontdriesch 14/16, 52062 Aachen
0241-80-94544, -92108 (Fax)
eva.zerz@math.rwth-aachen.de
<http://www.math.rwth-aachen.de/~Eva.Zerz/>



TI-Nspire™ macht Schule.

Vermitteln Sie Ihrer Klasse die Grundlagen der Programmierung, lassen Sie Ihre Schülerinnen und Schüler realitätsnah technische Zusammenhänge entdecken. Erweitern Sie einfach Ihren vorhandenen TI-Graphikrechner um den neuen TI-Innovator™ Hub – und los geht's.

Eine ideale Kombination für Ihren MINT-Unterricht!

Bei Fragen oder Interesse an einer unverbindlichen Produktvorführung kontaktieren Sie bitte unsere TI Schulberater:
schulberater-team@ti.com



education.ti.com/deutschland