

Ansätze zu Analyse und Simulation von Ad-Hoc Netzwerken

Horst Hellbrück	Stefan Fischer
International University	TU Braunschweig
School of IT	IBR
Campus 2	Mühlenpfordtstr. 23
D-76646 Bruchsal	D-38106 Braunschweig
horst.hellbrueck@i-u.de	stefan.fischer@tu-bs.de

Abstract: Um festzustellen, ob der Aufbau von Ad-Hoc Netzwerken in einer bestimmten Region machbar bzw. sinnvoll ist, können analytische Überlegungen sowie Simulationen helfen. In diesem Papier stellen wir ein Simulationswerkzeug für solche Netzwerke vor. Es erlaubt auf einfache Weise unter Angabe einiger grundlegender Parameter die Untersuchung verschiedenartiger Ad-Hoc Szenarien. Wir stellen zunächst das zugrundeliegende Modell vor und zeigen dann, daß ein gründliches analytisches Herangehen nur sehr schwierig und aufwendig zu gestalten ist. Deshalb betrachten wir im Anschluss unser Simulationswerkzeug und präsentieren einige erste Untersuchungsergebnisse.

1 Einleitung und Hintergrund

Mit der immer stärker zunehmenden Verbreitung mobiler, mit Kommunikationsschnittstellen für Wireless LAN, Bluetooth oder GSM ausgestatteter Endgeräte rückt auch die Möglichkeit der Bildung von Ad-Hoc Netzwerken in greifbare Nähe. Die Idee besteht darin, die sich in räumlicher Nähe zueinander befindlichen mobilen Stationen zu einem Verbund zusammenzuschließen, wobei einige der Geräte als Relay-Stationen fungieren. Im Ergebnis können auch zwei Stationen, die nicht im direkten Sendebereich der jeweils anderen Station liegen, miteinander kommunizieren, indem sie längere Routen über gerade verfügbare Zwischenstationen bilden.

Es stellt sich jedoch die Frage, wann es denn überhaupt sinnvoll ist, die Kommunikation über solche Netzwerke zu versuchen. Es ist sicherlich klar, daß es wenig Sinn macht, eine langdauernde Kommunikationsverbindung aufzubauen, wenn einerseits die Wahrscheinlichkeit für deren Aufbau nur sehr gering ist und andererseits eine einmal etablierte Verbindung durch die Mobilität der Zwischenstationen und die häufige Nicht-Verfügbarkeit von Ersatzstationen für die sich weg bewegende Station ständig unterbrochen würde. Vorab-Untersuchungen können deshalb für die Einschätzung der Sinnhaftigkeit der Nutzung von Ad-Hoc Netzen für eine bestimmte Anwendung in einem bestimmten geografischen Umfeld von großem Nutzen sein.

Aus diesem Grunde haben wir ein Simulationswerkzeug „ANSim“ (Ad-hoc Netzwerk **S**imulation), entwickelt, dessen Nutzung wir in diesem Papier vorstellen wol-

len. Es dient im wesentlichen der statistischen Simulation von praxisorientierten Ad-Hoc Szenarien. Der Benutzer kann durch die Eingabe einiger Basisparameter wie Größe des geografischen Gebiets, Reichweite der Stationen, etc. die Randbedingungen der Simulation festlegen und erhält als Ergebnis z.B. eine Antwort darauf, wie wahrscheinlich der Aufbau einer Verbindung zwischen zwei ausgewählten Stationen ist.

Das Papier ist wie folgt aufgebaut: nach dieser Einleitung stellt Abschnitt 2 das für die weiteren Betrachtungen verwendete Modell vor. Vor dem eigentlichen Hauptteil, der sich mit der Simulation von Ad-Hoc Netzen beschäftigt, stellt Abschnitt 3 zunächst einige analytische Betrachtungen über Ad-Hoc Netzwerke an. Es wird sich herausstellen, daß eine korrekte Analyse eine sehr komplexe und praktisch nicht lösbare Aufgabe darstellt; aus diesem Grunde verlegen wir uns auf die Simulation. Abschnitt 4 stellt zunächst die aktuelle Version des an der International University entwickelten Simulationswerkzeugs vor und beschreibt dann einige der durchgespielten Simulationsszenarien. Abschnitt 5 präsentiert Ergebnisse und liefert vor allem einige Interpretationen. Die Arbeit findet ihren Abschluss in einem Blick auf verwandte Arbeiten (Abschnitt 6) sowie einer Zusammenfassung und einem Ausblick (Abschnitt 7).

2 Berechnungs- und Simulationsmodell

Zur Vereinfachung des komplexen Sachverhalts blenden wir im ersten Schritt einzelne Aspekte der Ad-Hoc Netzwerke, wie Bewegung der Knoten und Pfadermittlung aus und erstellen ein einfaches Modell in der Ebene (\mathcal{R}^2), das im folgenden näher beschrieben wird (s. Abbildung 1).

Wir wählen zur Illustration eine rechteckige Fläche A als mögliche Positionen für mobile Knoten aus. Innerhalb dieser Fläche befinden sich N Knoten. Die Knoten sind durchnummeriert von 0 bis $N - 1$ ($N_0 \dots N_{N-1}$). Der Übertragungsbereich wird als kreisförmige Fläche a mit dem Übertragungsradius r angegeben. Mit den in der Grafik angegebenen Maßen ergibt sich $a = \pi r^2$ und $A = xsize \cdot ysize$.

Im ersten Schritt werden alle Störeffekte wie Abschattung (durch Hindernisse), Reflektion (an großen Flächen), Streuung (an kleinen Flächen) und Beugung (an scharfen Kanten) vernachlässigt und nur die Freiraumdämpfung berücksichtigt. Das Modell verwendet wie auch [Gup00] eine einfache digitale Entscheidung:

- Ist der Abstand d zwischen zwei Knoten kleiner als der Übertragungsradius r , so ist eine Übertragung möglich.
- Außerhalb des Übertragungsbereichs kann keine Übertragung stattfinden.

Wir vernachlässigen zunächst die Mobilität und verteilen Knoten mit digitaler

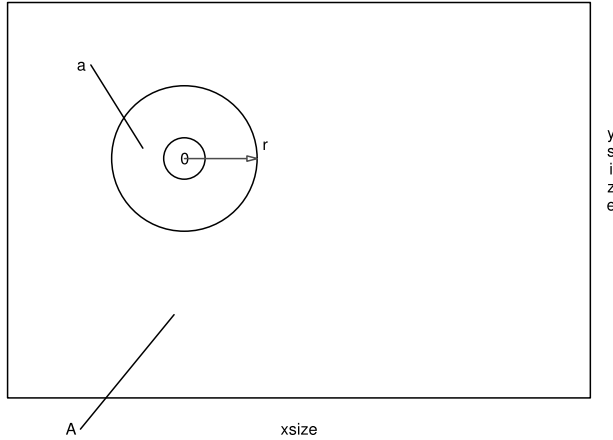


Abbildung 1: Skizzierung des Modells

Übertragungscharakteristik statistisch gleichverteilt innerhalb der Fläche A . Die Positionen $P_A = (x_a; y_a)$ und P_B zweier beliebiger Knoten N_A und N_B sind unkorreliert und unabhängig voneinander, d.h., $P_B \neq f(P_A)$.

3 Analytische Betrachtungen und Abschätzungen

Wir wollen nun mit diesem Modell erste Berechnungen durchführen. Dabei verteilen wir 2 Knoten N_0 und N_1 in der Fläche A . Die Wahrscheinlichkeit p_v , daß die beiden Knoten in Verbindung stehen, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, daß der Punkt $P_1 = (x_1; y_1)$ in der von N_0 aufgespannten Fläche $a(x_0, y_0)$ zu liegen kommt: $p_v = p(P_1 \in a(x_0, y_0))$. Da der Knoten N_1 jede Position $P = (x; y) \in A$ einnehmen kann (statistisch gleichverteilt ist), ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, daß er in einem beliebigen Flächeninfinitesimal $dA = dxdy$ zu liegen kommt, zu $\frac{d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{y}}{A}$. Durch Integration (Aufsummierung) über die Fläche A läßt sich die Wahrscheinlichkeit $p_v(x_0, y_0)$ für eine bestimmte Position von N_0 ermitteln.

$$p_v(x_0, y_0) = \iint_A \frac{(P_1 \in a(x_0, y_0))}{A} dxdy = \frac{a'(x_0, y_0)}{A} \quad (1)$$

mit $a'(x_0, y_0) = a(x_0, y_0) \cap A$ (siehe Abbildung 2).

Da auch N_0 innerhalb der Fläche A unkorreliert und statistisch gleichverteilt ist, kann man die Wahrscheinlichkeit p_v letztendlich durch ein Flächenintegral über alle $p_v(x, y)$ beschreiben.

$$p_v = \iint_A \frac{p_v(x, y)}{A} dx dy = \frac{1}{A} \iint_A \frac{a'(x, y)}{A} dx dy \quad (2)$$

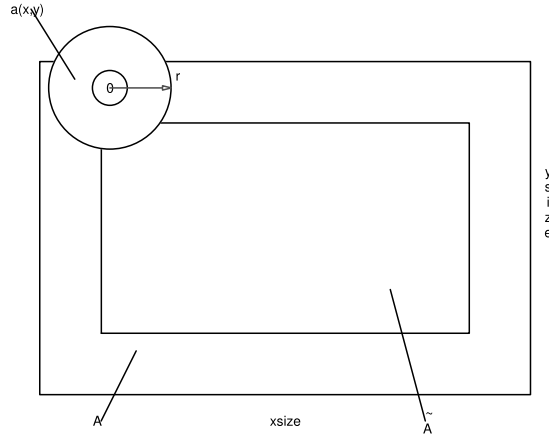


Abbildung 2: Unterschiedliche Größen von $a'(x, y)$ durch Schnittmengenbildung von $a(x, y)$ mit A

Eine geschlossene Lösung des Integrals ist nur möglich, wenn wir die Form und Größe der Fläche vorgeben. Die Größe der Fläche $a'(x, y)$ ist abhängig von x und y , da diese durch die Schnittmengenbildung mit A an den Kanten abgeschnitten sein kann. Unter der Voraussetzung einer rechteckigen Fläche mit $a \ll A$ kann das Integral in Gleichung 2 in zwei Bereiche aufgeteilt werden (s. Abbildung 2). Der erste Anteil, integriert über die Kernfläche \tilde{A} , in dem Knoten N_0 so liegt, daß der Kreis nicht beschnitten wird. Der zweite äußere Randbereich ist der Bereich, in dem der Kreis durch die Umrandung von A beschnitten wird.

$$p_v = \frac{1}{A^2} \left(\iint_{\tilde{A}} a'(x, y) dx dy + \iint_{A \setminus \tilde{A}} a'(x, y) dx dy \right) \quad (3)$$

Im ersten Teil des Integrals ist die Größe der Fläche $a'(x, y)$ gleich a . Im zweiten Teil des Integrals variiert $a'(x, y)$ zwischen $\frac{1}{4}a$ (Eckpunkt von A) und a (Eckpunkt von \tilde{A}) abhängig von der Lage von N_0 . Genauere Untersuchungen, die den Rahmen dieses Artikels überschreiten würden, zeigen, daß die Fläche im Mittel mit $\frac{3}{4}a$ abgeschätzt werden kann, wenn die Kernfläche \tilde{A} eine geschlossene Fläche bildet, d.h. die Fläche A nicht entartet. Damit ergibt sich die Abschätzung

$$p_v \approx \frac{a}{A^2} \left(\frac{3}{4}A + \frac{1}{4}\tilde{A} \right) \quad (4)$$

unter der Voraussetzung:

$$a \ll A, \quad d.h. \quad r < \frac{1}{2}xsize \quad \text{und} \quad r \frac{1}{2}ysize. \quad (5)$$

Eine exakte Lösung für dieses Problem ist unter Einschränkung der Allgemeingültigkeit (Angabe weiterer Details über die Fläche A) möglich.

Als kleines Berechnungsbeispiel für die Gleichung 4 wählen wir eines der Standardzenarios des Projekts MANET [SC99], das z.B. in [RP01] und [DB01] verwendet wird. Hier werden Knoten mit einer Reichweite von 250m auf einer Fläche von 1000m \times 1000m verteilt. Die Wahrscheinlichkeit, daß zwei beliebige Knoten direkt in Verbindung stehen, ergibt sich zu.

$$p_v \approx \frac{\pi r^2}{(xsize \cdot ysize)^2} \left(\frac{3}{4}xsize \cdot ysize + \frac{1}{4}(xsize - 2r) \cdot (ysize - 2r) \right) \quad (6)$$

$$= \frac{\pi 62500\text{m}^2}{(1 \cdot 10^{12}\text{m}^4)} (0,75 \cdot 10^6\text{m}^2 + 0,25 \cdot 250 \cdot 10^3\text{m}^2) \quad (7)$$

$$= 0,159 \quad (8)$$

Simulationen mit dem in Abschnitt 4 vorgestellten Werkzeug ANSim bestätigen die Abschätzung. Die Simulation liefert bei identischen Eingangsparametern das Ergebnis $p_v = 0,157$. Wie schon in der Einleitung aufgezeigt, liegt der Charme von Ad-Hoc Netzwerken darin, daß Zwischenknoten als Relay-Stationen fungieren, um Knoten, die nicht in unmittelbarem Kontakt stehen, zu verbinden. Deshalb sind speziell Szenarien mit der Bedingung $a \leq \frac{1}{4}A$ von großem Interesse. Die Näherungsformel in Gleichung 4 liefert für diese Szenarien Abweichungen gegenüber ANSim im einstelligen Prozentbereich, die für unsere weiteren Überlegungen hinreichend genau sind.

Nachdem wir bisher ein System von zwei Knoten untersucht haben, bringen wir nun einen dritten Knoten in unser Berechnungsmodell als Relay-Station ein. Der zusätzliche Knoten N_1 kann die Verbindung von zwei Knoten (N_0 und N_2) unterstützen (Hop-by-Hop). Die Verbindungswahrscheinlichkeit p_{ges} erhöht sich neben der schon in Gleichung 2 berechneten Direktverbindung (p_{02} zwischen den Knoten N_0 und N_2) um die Verbindungswahrscheinlichkeit p_{012} über den Zwischenknoten.

$$p_{ges} = p_{02} + p_{012} \quad (9)$$

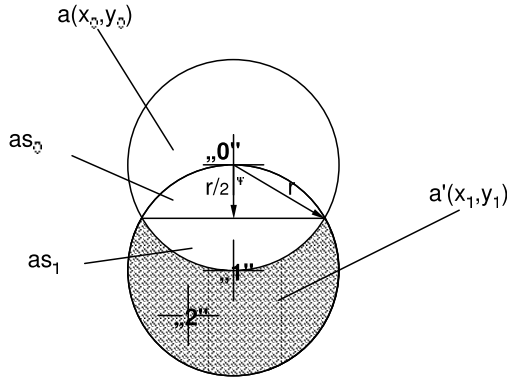


Abbildung 3: Hop-by-Hop-Verbindung mit Details zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten

Der Anteil p_{012} lässt sich gemäß der Skizze in Abbildung 3 ableiten.

Wir vernachlässigen zur einfacheren Berechnung alle Randeffekte, die am Rande der Fläche A entstehen. N_1 muss in dem von Knoten N_0 aufgespannten Kreis liegen. Knoten N_2 darf dann nur in der grau unterlegten Fläche $a'(x_1, y_1)$ liegen, da andere Bereiche entweder zu einer direkten Verbindung von Knoten N_0 und Knoten N_2 führen, oder Knoten N_2 überhaupt nicht mit Knoten N_0 verbunden ist. Die maximale Größe der grauen Fläche ergibt sich unter der Bedingung, daß Knoten N_1 direkt auf dem Rand des von Knoten N_0 aufgespannten Kreises liegt. Die Fläche ergibt sich als Differenz aus der gesamten Kreisfläche a und der zwei Kreissegmente as_0 und as_1 . Die beiden beiden Kreissegmente sind gleich groß, da beide Kreise den Radius r haben und die Fläche errechnet sich nach [Stö99] mit $\varphi = 2 \cdot \sin^{-1}(0,5r/r) = 120^\circ$ (siehe Dreieck in Abbildung 3) zu

$$as_0 + as_1 = 2 \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi\varphi}{180^\circ} - \sin\varphi \right) \quad (10)$$

$$= r^2 \left(\frac{2\pi}{3} - 0,866 \right) \quad (11)$$

$$\approx \frac{2}{5} \pi r^2 \quad (12)$$

$$= \frac{2}{5} a \quad (13)$$

Die maximale Fläche für $a'(x_1, y_1)$ ergibt sich nun zu $\approx \frac{3}{5}a$. Die minimale Fläche für $a'(x_1, y_1)$ ergibt sich zu 0, wenn $P_1 = P_0$ d.h. wenn die Knoten N_0 und N_1 in Überdeckung kommen. N_1 ist statistisch gleichverteilt in A , somit natürlich auch in der Fläche $a(x_0, y_0)$. Durch numerische Integration über alle Positionen von N_1 ergibt sich der Mittelwert der Fläche zu $\approx \frac{2}{5}a$, d.h. die Kreisflächen überlappen sich im Mittel zu 60%. Die Teilwahrscheinlichkeit p_{012} , daß Knoten 0 über Knoten 1 mit Knoten 2 verbunden ist, errechnet sich damit zu:

$$p_{012} = p_{01} \cdot p_{12} \approx \frac{2}{5}p_v^2 \quad (14)$$

mit p_v gemäß Gleichung 4. Setzen wir Gleichung 14 in Gleichung 9 ein so ergibt sich letztendlich die Gesamtwahrscheinlichkeit für eine Verbindung von Knoten 0 mit Knoten 2 zu

$$p_{ges} = p_{02} + p_{012} \approx p_v \left(1 + \frac{2}{5}p_v\right) \quad (15)$$

Die Bedingungen für die Gültigkeit der obigen Formel sind dabei unverändert gemäß Gleichung 5.

Zur Veranschaulichung des Anteils p_{012} des Zwischenknoten in Gleichung 9 greifen wir wieder auf das MANET Standardszenario am Beginn des Abschnitts zurück. p_{012} errechnet sich zu $0,4 \cdot 0,157^2 = 0,0098 = 6,28\%p_v$. Bringt man also einen weiteren Knoten, als Zwischenknoten dazu, so erhöht sich die Gesamtverbindungswahrscheinlichkeit absolut um ca 1%. Fazit ist, daß wir eine große Anzahl von Zwischenknoten benötigen, um Synergieeffekte in Größenordnungen zu bringen, in denen man von Verbindungswahrscheinlichkeiten größer als 90% reden kann.

Die bisher gemachten analytischen Betrachtungen kann man auf 4 und mehr Knoten übertragen.

$$\begin{aligned} p_{ges, N=4} &= p_{03} + p_{013} + p_{023} + p_{0123} + p_{0213} \\ &\approx p_v + 2 \cdot 0,4 \cdot p_v^2 \cdot (1 - p_v^2) + 2 \cdot 0,4^2 \cdot p_v^3 \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} p_{ges, N=5} &= p_{04} + p_{014} + p_{024} + p_{034} + p_{0124} + \dots + p_{01234} + \dots \\ &\approx p_v + 3 \cdot 0,4 \cdot p_v^2 \cdot (1 - 2 \cdot p_v^2) + 6 \cdot 0,4^2 \cdot p_v^3 \cdot (1 - p_v^3) + 6 \cdot 0,4^3 \cdot p_v^4 \end{aligned}$$

...

Der Wert der mittels obigen Gleichungen errechneten Verbindungswahrscheinlichkeit p_{ges} wird jedoch mit steigender Anzahl von Knoten zu groß, weil in der Realität Randeffekte auftreten. Da die Fläche A endlich groß ist, ist z.B. der Beitrag der Wahrscheinlichkeit, daß alle Knoten als Zwischenknoten dienen, $p_{0123\dots N-1}$ bei großer Anzahl N gleich 0, wenn die Fläche A zu klein ist, um eine solche lange Kettenbildung überhaupt zu ermöglichen. Dieser Effekt ist in den obigen Gleichungen nicht berücksichtigt.

Fassen wir zum Schluß die Ergebnisse dieses Abschnitts noch einmal zusammen. Als erstes konnte festgestellt werden, daß eine geschlossene Lösung des Problems von 2 Knoten mittels Integralrechnung sehr komplex wird und nur unter weiteren Annahmen über die Form der Fläche mittels Mehrfachintegralen lösbar wird. Berechnungen für eine hohe Anzahl von Knotens stoßen durch Betrachtungen von Relay-Stationen sehr schnell an die Grenzen der analytischen Betrachtung.

4 Simulationen

Nachdem die Grenzen der analytischen Betrachtungen in den bisherigen Ausführungen aufgezeigt wurden, folgen nun weitergehende Betrachtungen anhand von diskreten Simulationen. Es können dabei zwei unterschiedliche Wege beschritten werden.

- **Statistische Simulation.** Es werden N Knoten auf einem Punktraster über eine Zufallsfunktion verteilt (Szenarien). Diese Szenarien werden dann analysiert. Es werden zwei Knoten ausgewählt und untersucht, ob diese miteinander verbunden sind. Mit steigender Anzahl der Szenarien steigt die Genauigkeit der Ergebnisse.
- **Exzessive Simulation.** Es werden Szenarien mit allen möglichen Positionen von Knoten systematisch durchgerechnet (vergleichbar mit der numerischen Integration im vorigen Abschnitt). Dies führt z.B. bei einem Raster von 1000×1000 (siehe MANET Standardszenario von Abschnitt 3) zu $1000000 = 1 \cdot 10^6$ Positionen pro Knoten. Für N Knoten ergeben sich $1 \cdot 10^{N \cdot 6}$ Szenarien. Die Ergebnisse sind sehr genau und sehr gut reproduzierbar. Für große Szenarien $N \geq 5$ hat sich gezeigt, daß diese Vorgehensweise aufgrund der explodierenden Rechenzeiten an Ihre Grenzen stößt.

Aufgrund der hohen möglichen Anzahl von Knoten wird hier ausschließlich *statistische Simulation* eingesetzt. Zu deren Durchführung wurde das Werkzeug „ANSim“ (**A**d hoc **N**etzwerk **S**imulation), entwickelt, das in der Programmiersprache Java implementiert ist. Die grafische Version wurde mit AWT erstellt und ist damit als Standalone-Applikation oder als Applet verfügbar. Die Simulationen können auch mittels Kommandozeilen-Aufruf in Kombination mit Shell Scripten durchgeführt

werden. Eine aktuelle Version von ANSim als Applet befindet sich unter www.iu.de/schools/hellbrueck/ansim/start.htm.

Als Eingangsparameter einer Simulation dienen

- Beschreibung der Flächenausmaße, hier $xsize$ und $ysize$
- Beschreibung der Flächenform (hier Rechteck oder Oval)
- Beschreibung der Reichweite r einer Station
- Anzahl der auf der Fläche verteilten Knoten N
- Anzahl der zu untersuchenden Szenarien (*nur in Kommandozeilenversion*)
- Verteilung der Knoten über die Fläche (Gauß-Verteilung oder Gleichverteilung)
- Erweiterung der Fläche auf ein Vielfaches der Ausgangsfläche, um Randeffekte zu vermeiden (*extension*-Parameter)
- Kommunikationsmodus (dezentral – zwei beliebig platzierte Knoten oder zentral – ein Partner befindet sich stets im Mittelpunkt der Fläche)

Die von der Simulation berechneten Ergebnisparameter sind:

- Gesamtwahrscheinlichkeit P_{ges} , daß zwei beliebige Knoten verbunden sind
- mittlere Distanz $dist$ der zwei untersuchten Knoten
- mittlere Anzahl von direkt erreichbaren Knoten $neighbours$
- Arithmetisches Mittel der Hops zum Erreichen des Ziels und die zugehörige Varianz
- Einzelwahrscheinlichkeiten p_n , daß die Verbindung aus n Teilverbindungen besteht ($n - 1$ hops) (*nur in Kommandozeilenversion*).

p_{ges} errechnet sich statistisch als Quotient der erfolgreichen Szenarien mit Konnektivität und der Gesamtanzahl der untersuchten Szenarien.

$$p_{ges} = \frac{\{\text{Szenarien} \mid (\text{Sender \& Empfänger verbunden})\}}{\text{Anzahl der untersuchten Szenarien}} \quad (16)$$

Abbildung 4 illustriert die Parameter und zeigt die Benutzeroberfläche des grafischen Simulationswerkzeugs. Auf der linken Seite befindet sich der Eingabeblock mit den einzugebenden Simulationsparametern. Die rechte Seite zeigt den textuellen Ausgabeblock, die von der Simulation berechneten numerischen Ergebniswerte.

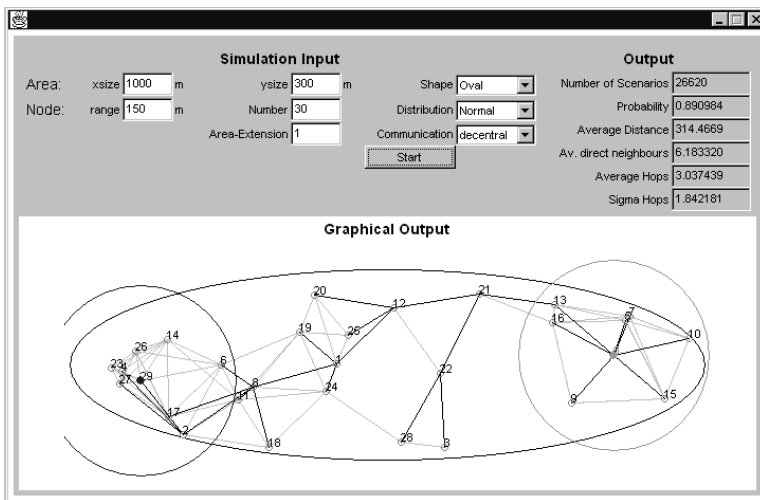


Abbildung 4: Benutzeroberfläche des Simulationswerkzeugs ANSim

Im unteren Bereich (grafischer Ausgabeblock) werden einzelne ausgewertete Szenarien dargestellt. Die Abbildung zeigt eine aktuelle Ausgabe mit den Parametern $xsize=1000m$, $ysize=300m$, $shape=oval$, $range=150m$, $N=30$, $distribution=normal$, $extension=1$, $communication=decentral$. Die Sende- und Empfangsknoten sind in der Ausgabe des Programms farblich markiert. Der Sendeknoten N_0 (grün) versucht eine kürzestmögliche Verbindung (Spanning Tree gemäß Dykstra [Dij59]) zu N_{29} (blau) aufzubauen. Der Algorithmus endet, sobald dieses Ziel erreicht ist (Konnektivität erreicht) oder der Baum nicht weiter ergänzt werden kann (keine Konnektivität). Die schwarzen Linien zeigen den Spanning Tree (die gefundenen Verbindungen auf dem Weg von Grün zu Blau). In grau dargestellt sind alle existierenden Verbindungen zwischen den Knoten. In der Abbildung 4 wird die Verbindung über 7 Hops erreicht. Die beiden Kreise der Sende- und Empfangsknoten illustrieren den Übertragungsbereich.

Abbildung 5 demonstriert die Funktionsweise des *extension*-Parameters (hier auf den Wert 3 eingestellt). Diese Einstellung bewirkt, daß ANSim nun eine Fläche mit $3 \times xsize$ und $3 \times ysize$ mit $3 \times 3 \times N$ Knoten füllt. Bei der Erweiterung der Fläche mittels des Parameters *extension* stellt man über *xsize*, *ysize* und N eine Knotendichte ein. Die Größe der Kreisradien schrumpft optisch auf ein Drittel der Ursprungsgröße. Die zu untersuchenden Sende- und Empfangsknoten befinden sich jedoch stets in der mittels schwarzer Umrandung gekennzeichneten Kernfläche. Wie man in dem Szenario sieht, kann nun eine Verbindung von N_0 (Grün) nach N_{269} (Blau) auch über Hilfsknoten außerhalb der Originalfläche erfolgen.

Im nächsten Abschnitt versuchen wir anhand der Auswertung der Simulationsergebnisse, eine geschlossene Formel zu finden, die das Systemverhalten näherungs-

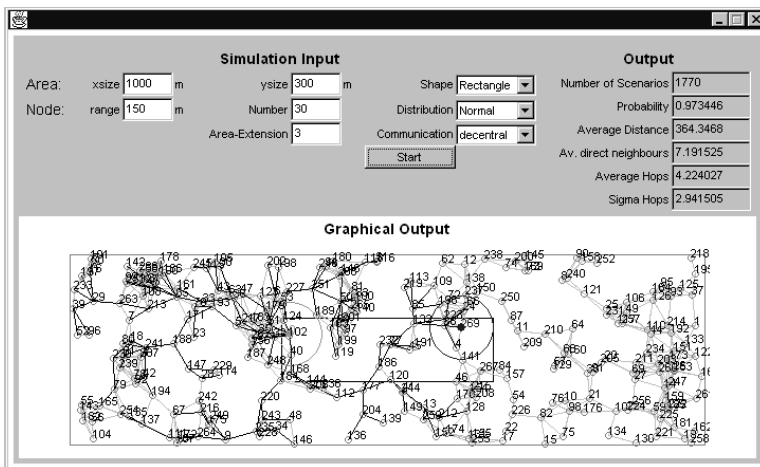


Abbildung 5: Wirkung des extension-Parameters

weise beschreibt.

5 Ergebnisse und Interpretation

Nachdem im vorigen Abschnitt die Eingangs- und Ergebnisparameter der Simulation sowie die Simulationsoberfläche vorgestellt wurden, wollen wir nun einige Simulationsergebnisse betrachten. Alle folgenden Simulationen basieren auf dem schon in Abschnitt 3 vorgestellte MANET Standardszenario, wobei wir immer Simulationsreihen mit Variation der Anzahl der Knoten N durchführen, indem N beginnend von 2 soweit erhöht wird, bis volle Konnektivität erreicht ist ($p_{ges} = 1$):

$xsize = 1000m$; $ysize = 1000m$; $shape$ $r =$ rechteckig; $range$ $r = 250m$;
 numberOf Nodes $N =$ <variabel>; $distribution$ $d =$ normal (gleichverteilt);
 $extension$ $e = 1$; $communication$ $c =$ decentral

Der Parameter $distribution$, der die Verteilung der Knoten beeinflusst, wird im gesamten Abschnitt fix auf normal (=gleichverteilt) gehalten. Bei der Interpretation der Ergebnisse konzentrieren wir uns auf den „interessanten“ Bereich von $p_{ges} \geq 80\%$, also die Fälle, in denen die Verbindung zwischen zwei beliebigen Knoten in 4 von 5 Fällen möglich ist. Der Bereich kleiner 80% ist für den Betrieb von Ad-Hoc Netzwerken weniger interessant, da das Verhältnis zwischen Aufwand und Nutzen sehr ungünstig wird.

5.1 Erste Versuchsreihe

In den ersten Untersuchungen blenden wir, wie in Abbildung 5 gezeigt, Randeffekte aus, indem wir auch außerhalb der Kernfläche Knoten in gleicher Knotendichte plazieren, d.h. der Parameter $extension$ wird auf Werte ≥ 3 gesetzt. Über die Parameter N =Number of Nodes sowie die Flächenbeschreibungsparameter $xsize$, $ysize$ und $shape$ wird eine Knotendichte (Anzahl von Knoten pro Fläche) eingestellt. Alle Parameter bis auf $xsize$ und $distribution$ werden in ihrem Wert variiert. Aus Symmetriegründen hat eine Änderung von $xsize$ oder $ysize$ den gleichen Effekt, so daß wir uns hier auf eine Änderung von $ysize$ beschränken. Die Plazierung der Knoten über die Fläche erfolgt immer gleichverteilt. Die Abbildung 6 zeigt die Ergebnisse der Simulation. Auf der y-Achse ist die Wahrscheinlichkeit p_{ges} , daß eine Verbindung zwischen zwei beliebigen Knoten besteht, aufgetragen. Die x-Achse zeigt die Anzahl der Knoten N multipliziert mit der Fläche des Übertragungsbereichs eines Knoten a pro Kernfläche A . Der Ausdruck in der x-Achse ist die Summe der Übertragungsbereichsflächen dividiert durch die Kernfläche und wird im folgenden als *Abdeckungsgrad der Kernfläche* α_A bezeichnet. Das Diagramm gibt also Aufschluß, wie hoch die Verbindungswahrscheinlichkeit zwischen 2 beliebigen Knoten bei einem bestimmten Abdeckungsgrad der Kernfläche ist.

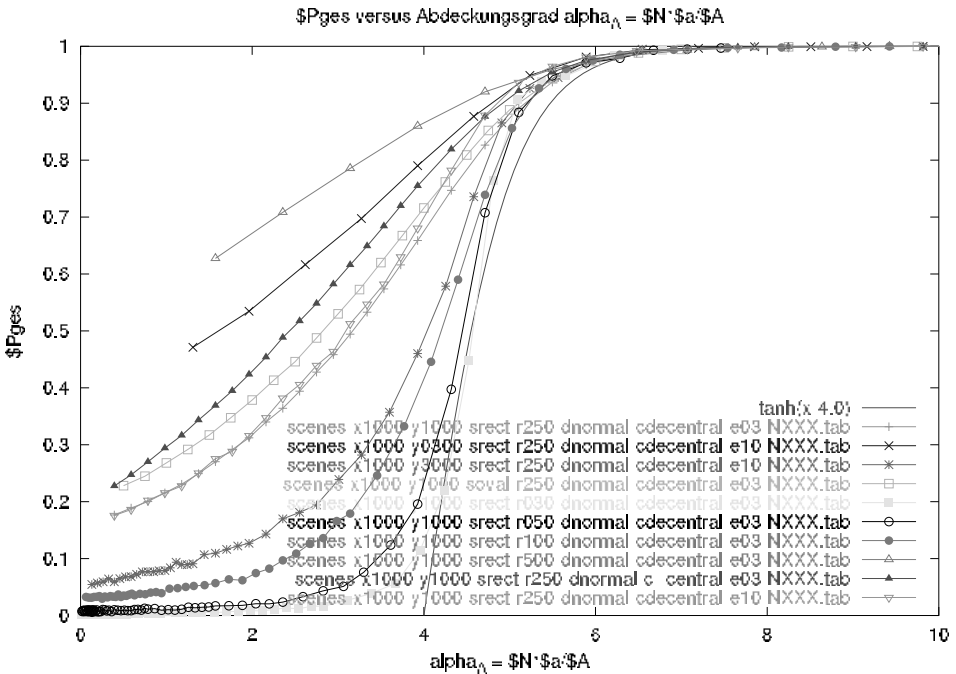


Abbildung 6: Verbindungswahrscheinlichkeit p_{ges} über Flächen-Abdeckungsgrad α_A

Der interessante Bereich läßt sich auf den Abdeckungsgrad α_A 5-8 einschränken. D.h. überlagern sich die Übertragungskreise im Mittel mehr als fünfmal, so erreichen wir Verbindungswahrscheinlichkeiten von mindestens 80%. Beträgt der Abdeckungsgrad 8, so ergibt sich volle Konnektivität (siehe Detaildarstellung in Abbildung 7). Die empirisch ermittelte Näherungsformel

$$p_{ges} \approx \tanh(\alpha_A - 4) \quad (17)$$

mit

$$\alpha_A = \frac{N \cdot a}{A} \quad (18)$$

gibt die Kurvenverläufe speziell im Bereich Abdeckungsgrad 7-10 mit einer Genauigkeit von ca. 1% wieder. Diese Näherungsformel stellt ebenso eine untere Grenze für den Bereich 0-7 dar.

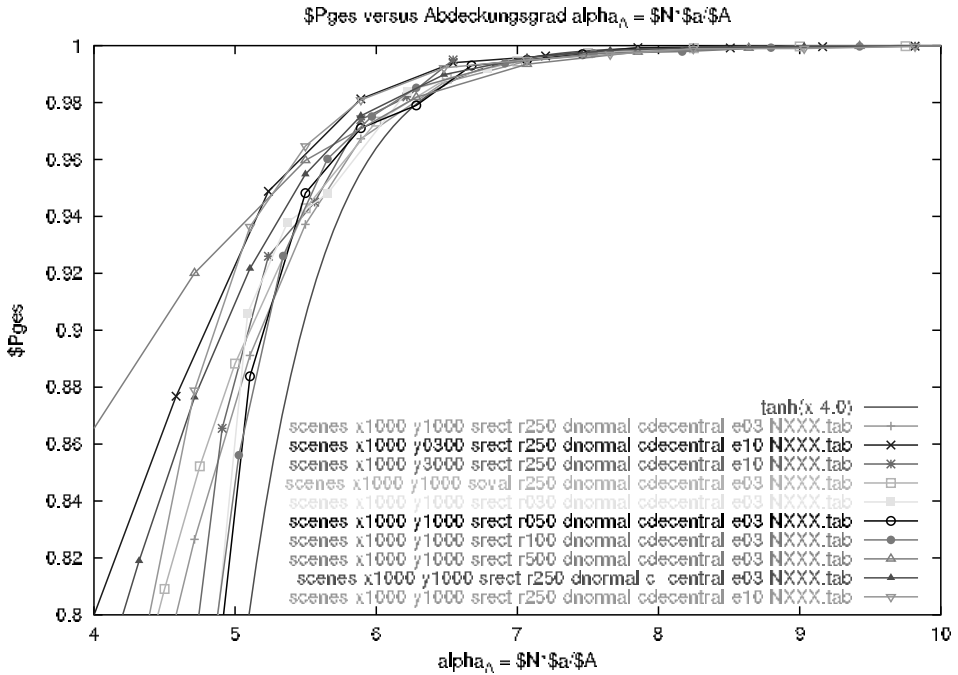


Abbildung 7: Detailansicht der Verbindungswahrscheinlichkeit p_{ges} über Flächen-Abdeckungsgrad α_A

Wie läßt sich der Abdeckungsgrad $\alpha_A \geq 5$ der Fläche A durch die Kreisflächen a erklären? Aus Abbildung 3 haben wir abgeleitet, daß sich die Kreisflächen zweier Knoten mindestens 40% überlappen müssen (statistisch im Mittel 60%), damit eine Hop-by-Hop-Verbindung zwischen den Knoten zustande kommt. Bauen wir nun

eine horizontale Kette auf, so ergibt sich eine Überlappung von 60% für Eingangs- und Ausgangsseite plus der Überlappung der Eingangs- und Ausgangskreise von ca. 20% $\Rightarrow 2 \cdot 60 + 20 = 140\%$ als ein durchschnittlicher Wert für die Kettenbildung. Da wir jedoch auch vertikale Verbindungen benötigen, wird auch dort eine Überlappung notwendig, so daß die gesamte mittlere Fläche ungefähr $2 \cdot 140\%$ plus der Zwischenknotenfläche (100%) = 380% plus der Überlappungen der horizontalen und vertikalen Zwischenknoten $\approx 40\% = 4,2$ beträgt. Da die Verteilung natürlich statistisch und nicht geplant erfolgt, bringt ein Sicherheitsfaktor von 2 ($2 \cdot 4,2 = 8,4$) uns auf den in den Diagrammen 6 und 7 ablesbaren Wert von $\alpha_A \approx 8$.

Als zweites Ergebnis gilt es festzuhalten, daß die Distanz zwischen Sende- und Empfangsknoten keinen entscheidenden Einfluß auf die Verbindungswahrscheinlichkeit p_{ges} hat. Die Erklärung für dieses unerwartete Verhalten ist anhand des typischen Szenarios in Abbildung 8 ablesbar.

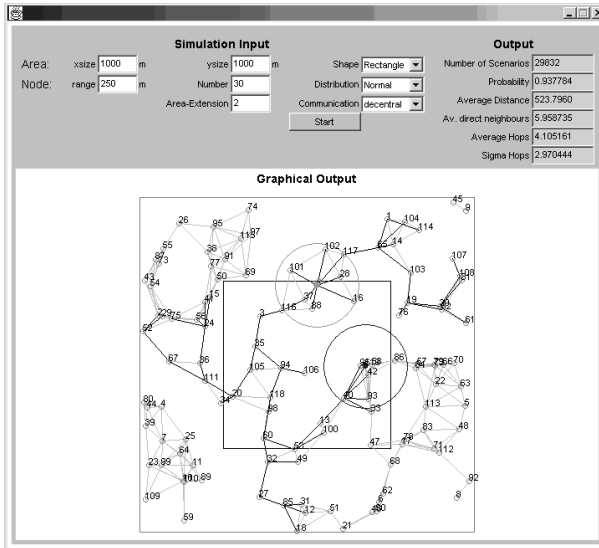


Abbildung 8: Beispiel für Pfad bei einem Abdeckungsgrad $\alpha_A = 8$

Eine Verbindungswahrscheinlichkeit $p_{ges} \geq 80\%$ bedeutet nicht, daß es einen geradlinigen Pfad von Sender zum Empfänger gibt. Dieser kann sehr verschlungen sein. Ab einem Abdeckungsgrad $\alpha_A \geq 5$ beginnt sich aus isolierten Einzelknoten ein immer weiter geschlossenes Netzwerk zu formen, bis bei $\alpha_A = 8$ schließlich jeder Knoten erreichbar ist. Bei noch höheren Abdeckungsgraden wird der Pfad zwischen Sende- und Empfangsknoten immer geradliniger.

5.2 Zweite Versuchsreihe

Nachdem in der ersten Versuchsreihe Randeﬀekte ausgeblendet wurden, untersuchen wir nun Szenarien mit *extension* $e = 1$. Dies fñhrt zu einer Verschlechterung der Verbindungswahrscheinlichkeit gegenñber der ersten Versuchsreihe. Die Erklñrung ist wie folgt: Man kann die Szenarien mit *extension* $e = 1$ (abgeschlossenen Flñchen) als ein Spezialfall der vorher betrachteten Szenarien ansehen, wenn wir die zussñtzliche Bedingung einfñhren, dañ nur Zwischenknoten innerhalb der Flñche A zulässig sind. Die Verbindungswahrscheinlichkeit ergibt sich also zu:

$$p_{ges} = \frac{\{\text{Szenarien} \mid (\text{Sender \& Empfñnger verbunden}) \& (\text{Zwischenknoten} \in A)\}}{\text{Anzahl der untersuchten Szenarien}} \quad (19)$$

Ziel der Versuchsreihe ist es, die Einflñsse der Parameter der Flñche A auf die Verbindungswahrscheinlichkeit p_{ges} qualitativ und quantitativ zu erfassen und eine Nñherungsformel fñr p_{ges} zu finden, die erste Abschñtzungen ermñglicht. Die Eingabeparameter speziell die Form und GrñöÙe von A wurden dabei stark variiert.

- von $y\text{size} \ll r$ und $x\text{size} > r$ (Modellierung von engen StraÙen) sehr schmal
- ùber $y\text{size} \approx 3 \cdot r$ und $x\text{size} \gg r$ (Modellierung von breiten StraÙen, langgezogenen Plñtzen) mñÙig breit und langgezogen
- von $y\text{size}, x\text{size} \gg r$ (Modellierung von sehr groÙen freien Flñchen) groÙ in x und Y-Richtung verglichen mit dem Reichweite r der Knoten

Es zeigten sich, wie erwartet, Abhñngigkeiten der Verbindungswahrscheinlichkeiten von der normierten GrñöÙe (A/r) und Form (U/r) der Flñche sowie der Anzahl der Knoten N . Das Ableiten der Nñherungsformel geschieht in 2 Stufen:

1. Bringe alle Kurven $p_{ges}(A, U, r, N)$ durch Skalierung der x-Achse nñherungsweise in ùberdeckung
2. Finde eine mathematische Beschreibung (Parameter der Funktion) der resultierenden Deckungskurve

Die ùberdeckung aller Kurven erreichen wir nach ausgiebigen empirischen Untersuchungen durch die folgende Skalierung der x-Achse (siehe Abbildung 9)

$$x = N \cdot \sqrt{\frac{r}{U}} \sqrt{\frac{a}{A_{ext}}} + \text{atanh}(2p_v^2 - 1) \quad (20)$$

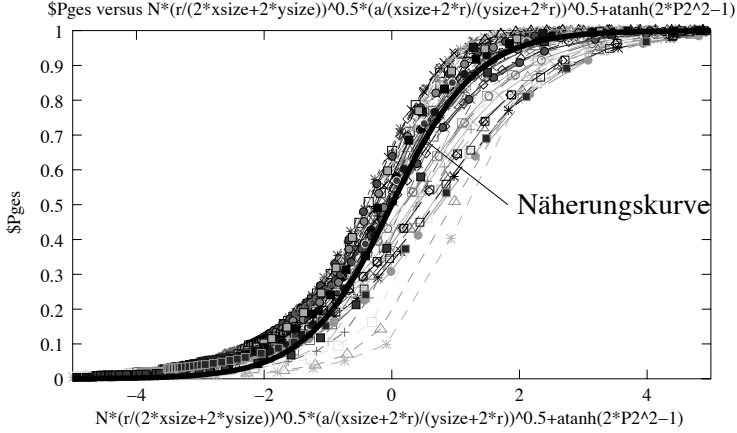


Abbildung 9: Schar von Simulationsszenarien mit Näherungsfunktion

mit U gleich dem Umfang der Fläche A , A_{ext} gleich der Größe der um den Radius r erweiterten Fläche A und p_v gemäß Gleichung 2. Die mathematische Beschreibung der resultierenden Funktion (Näherungskurve der Verbindungswahrscheinlichkeit p_{ges}) ergibt sich mit Hilfe von x zu

$$p_{ges} \approx \frac{1}{2} \left(\tanh\left(\frac{3}{4}x\right) + 1 \right) \quad (21)$$

Die Berechnungen der Näherungskurve reicht jedoch nur für erste grobe Abschätzungen, da die maximale Abweichung von der Simulation (wie in Abbildung 9 zu erkennen) bis zu 50% betragen kann.

Wir untersuchen die gleichen Versuchsreihen nun im Hinblick auf Anzahl benachbarter Knoten in direkter Reichweite, die notwendig sind, um Konnektivität zu erreichen ($p_{ges} \approx 95\%$). Dies ist besonders im Hinblick auf den erreichbaren Datendurchsatz eine entscheidende Größe. Da alle Knoten den gleichen Kanal benutzen, ist im Umfeld eines Sendeknoten z.B. bei IEEE 802.11 keine weitere Kommunikation anderer Knoten möglich. Abbildung 10 zeigt die mittlere Anzahl der direkten Nachbarn für obengenannte Flächenformen über der mittleren Entfernung zwischen Sender und Empfänger normiert auf die Reichweite der Knoten unter der Bedingung, daß die Verbindungswahrscheinlichkeit zwischen 93% und 97% beträgt. Man beachte die logarithmische Skalierung der X-Achse.

Die Anzahl der direkten Nachbarn liegt zwischen 5 und ca. 25 abhängig vom Abstand und vor allem von der Form der Fläche. Bei langgezogenen Flächen (enge Straßen) ergibt sich eine relativ starke Abhängigkeit vom mittleren Abstand zwischen Sender und Empfänger, da es keine alternativen Wege gibt, falls eine nicht

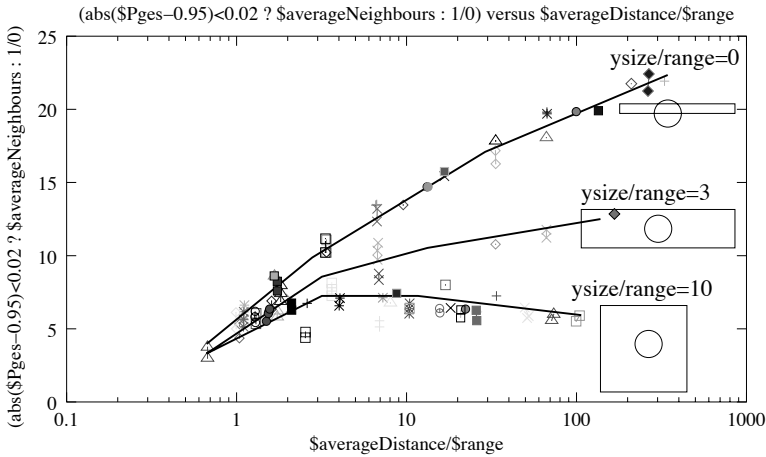


Abbildung 10: Mittlere Anzahl der direkten Nachbarn bei verschiedenen Flächenformen

überbrückbare Lücke entsteht. Steigt der Abstand der Knoten, so steigt die Wahrscheinlichkeit, daß eine solche Lücke entsteht. Diese muß dann durch eine Erhöhung der Anzahl der Knoten N und damit der Anzahl der direkten Nachbarn kompensiert werden. Bei großem Abstand der Knoten ($dist/r > 50$) sind auch viele Zwischenknoten ($> dist/r \approx 70$) im Einsatz. Für den Bereich mittlere Distanz pro Reichweite > 2 und < 20 benötigt man zwischen 5 und 15 direkter Nachbarn abhängig von der Form der Fläche.

5.3 MANET Standard Szenario

Zum Schluß dieses Abschnitts wenden wir alle gewonnenen Erkenntnisse auf das Standard MANET Szenario an. Dieses hat, wie bereits erwähnt, eine Fläche von $1000\text{m} \times 1000\text{m}$ und 50 Knoten mit einer Reichweite von 250m . Mittels der Gleichungen 20 und 21 errechnet sich eine Konnektivität von $94,3\%$. Der Simulationslauf errechnet eine Verbindungswahrscheinlichkeit von 98% bei einer mittleren Distanz von Sender zu Empfänger von ca. 520m . Der Abdeckungsgrad α_A berechnet sich zu $50 \cdot \pi(250\text{m})^2 / (1000\text{m} \cdot 1000\text{m}) = 9,8$. Im Mittel hat jeder Knoten $7,7$ direkte Nachbarn. Das Szenario ist ausgewogen und stellt einen guten Kompromiß zwischen Verbindungswahrscheinlichkeit und zu erwartenden auftretenden Behinderungen der Kommunikation zwischen benachbarten Knoten dar.

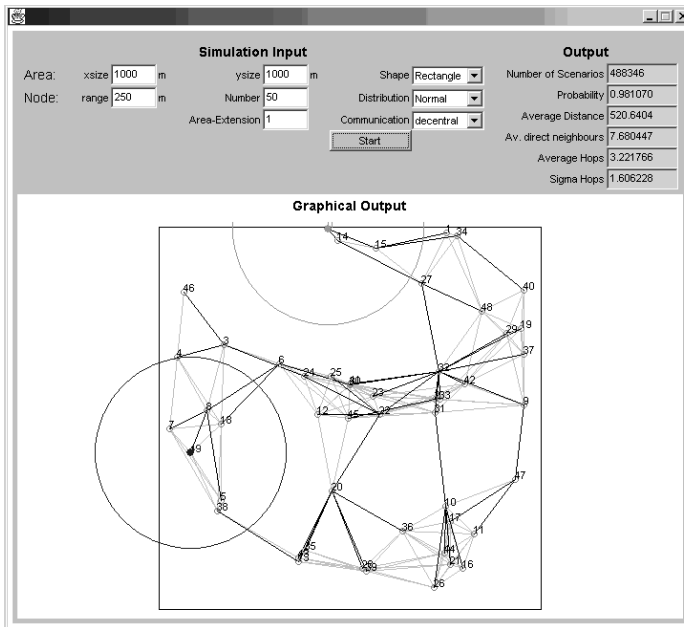


Abbildung 11: Ergebnisse des MANET Szenarios 50 Knoten auf $1000 \times 1000\text{m}$ mit 250m Reichweite

6 Vergleichbare Arbeiten

François Baccelli hat in [B100] einen Artikel mit sehr umfassender theoretischer Herleitung im Bereich drahtloser Netzwerke vorgestellt. Die dort diskutierten Modelle dienen zur Berechnung von Reichweiten und betrachten speziell die Beeinflussung und Verformung der Übertragungs- und Interferenzregionen der einzelnen Knoten.

Piyush Gupta hat in [Gup00] ein umfassendes theoretisches Werk erstellt, dessen Fokus untere und obere Abschätzungen zur Berechnung des Durchsatzes von Ad-Hoc Netzwerken mit verschiedenen Protokollen sind. Zu Beginn der Arbeit werden Formeln zu Verbindungswahrscheinlichkeiten in Ad-Hoc Netzwerken hergeleitet. Diese beschränken sich jedoch auf eine sehr allgemeine Form. Die Herangehensweise ist konträr zu der hier vorgestellten Arbeit. Es wird ausgehend von einer Anzahl von Knoten innerhalb einer kreisförmigen Einheitsfläche 1 die Sendeleistung (der Radius) gesucht, um alle Knoten, die sich gleichverteilt auf dieser Fläche befinden miteinander zu verbinden. Die Kernaussage lautet: Bei einer Reichweite der Knoten von

$$r(n) = \sqrt{\frac{\log n + \kappa_n}{n}} \quad (22)$$

konvergiert die Wahrscheinlichkeit, daß das Netzwerk verbunden ist, zu eins, wenn n gegen unendlich geht, unter der Bedingung, daß der Faktor κ_n gegen unendlich geht.

Der Netzwerk-Simulator *ns-2* als diskreter Event-Simulator [KF01] dient in erster Linie als Evaluationswerkzeug zur Analyse von Protokollen auf MAC und Netzwerk-Ebene basierend auf konkreten Szenarien von Knoten auch als Kombination von drahtlosen und drahtgebundenen LAN-Verbindungen. Die Simulationen bilden detailgetreu die Übertragungskanäle, Laufzeiten, Paket-Header etc. bis zu den Applikationen nach. Als Interface steht die Skriptsprache Tcl zur Verfügung. Die Laufzeiten der Simulationen sind aufgrund der detaillierten Untersuchungen sehr lang verglichen mit ANSim, lassen jedoch detaillierte Analysen der Protokolle zu. ANSim dagegen abstrahiert von den Details der Übertragung und nutzt die reduzierte Laufzeit eines einzelnen Szenarios dazu, möglichst viele Szenarien zu untersuchen, und statistische Mittelwerte der gewonnenen Einzelergebnisse zu errechnen.

Aufbauend auf den theoretischen Untersuchungen in [Gup00] wurden verschiedenste Simulationen mittels des Netzwerk-Simulators *ns-2* [KF01] unter 802.11 durchgeführt, um die Ergebnisse der Durchsatzabschätzung zu bestätigen. An dieser Stelle möchten wir exemplarisch Simulationsergebnisse kurz vorstellen, die am MIT durchgeführt wurden [LBD⁺01]: Bei Beschränkung auf ein einziges Verbindungspaar und langen Ketten von Knoten (in weitestgehend idealem Abstand d etwas kleiner als r) ist nur ungefähr ein Viertel der gesamten Bandbreite des drahtlosen Kanals als Durchsatz nutzbar. Speziell im Bereich Durchsatzberechnung und Optimierung liegt immer noch ein interessantes Forschungsgebiet. Hier sind auch die neuen Ansätze von M. Grossglauser [GT01] und S. Toumpis [TG01] einzureihen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Artikel haben wir ausgehend von einem einfachen theoretischen Modell Verbindungswahrscheinlichkeiten von Ad-Hoc Netzwerken berechnet. Wir konnten nachweisen, daß die hergeleiteten Formeln sich durch Simulationen bestätigen ließen. Eine Kernaussage ist, daß der Anstieg der Verbindungswahrscheinlichkeiten durch Einbringen von Zwischenknoten sehr gering ist, so daß eine große Anzahl von Zwischenknoten zur Verfügung gestellt werden müssen, um vollständig verbundene Netzwerkstrukturen zu bilden. Ebenso wurden die Grenzen des Berechnungsmodells aufgezeigt.

Aufgrund der zu hohen Rechenzeiten bei exzessiver Simulation wurde ein Werkzeug unter Java auf der Grundlage von statistischen Simulationen entwickelt. Über eine grafische Oberfläche können die wichtigsten Parameter eines Ad-Hoc Netzwerkes eingegeben werden. Das Werkzeug berechnet dann statistische Kenngrößen von Ad-Hoc Netzwerken und illustriert Szenarien. Alle Berechnungen konnten durch

das Simulationswerkzeug ANSim bestätigt werden. Wir sehen den Einsatzbereich dieses Werkzeugs als Unterstützung des Designers von Ad-Hoc Netzwerken oder zur Herleitung von Szenarien für detaillierte Untersuchungen von Protokollen z.B. mittels *ns-2*.

Wir konnten feststellen, daß in einem Ad-Hoc Netzwerk mit Verbindungswahrscheinlichkeiten von ca. 95% jeder Knoten im Mittel zwischen 5 und 15 direkter Nachbarn besitzt. Die Auswirkungen dieser direkten Nachbarn auf den Durchsatz des Netzwerks sind Ziel von weiteren Untersuchungen, besonders im Vergleich mit einem Ethernet LAN, in dem alle Knoten direkt mit Hubs verbunden sind.

Schließlich ergibt sich ein wichtiges Arbeitspaket durch Erweiterungen des Simulationswerkzeuges, um z.B. Durchsatzberechnungen oder veränderte Simulationsmodelle, die Seiteneffekte wie Abschattung, Reflektion, Streuung und Beugung berücksichtigen, aber vor allem die Betrachtung von Mobilität der Knoten und deren Simulation über einen längeren Zeitraum zu gestatten. Diese Erweiterungen werden zur Zeit vorgenommen.

Literatur

- [B100] F. Baccelli and B. laszczyszyn. On a coverage process ranging from the boolean model to the poisson voronoi tessellation. Technical Report 4019, INRIA, 2000.
- [DB01] T.D. Dyer and R.V. Boppana. A comparison of tcp performance over three routing protocols for mobile ad hoc networks. ACM Mobihoc, October 2001.
- [Dij59] E. Dijkstra. A note on two problems in connection with graphs, 1959.
- [GT01] M. Grossglauser and D. Tse. Mobility increases the capacity of ad-hoc wireless networks. IEEE INFOCOM, April 2001.
- [Gup00] P. Gupta. *Design and Performance Analysis of Wireless Networks*. PhD thesis, Coordinated Science Labatory, University of Illinois, 2000.
- [KF01] Kannan Varadhan Kevin Fall. *The ns Manual*. The VINT Project - a collaboration between researchers, 1989-2001.
- [LBD⁺01] Jinyang Li, Charles Blake, Douglas S. J. De Couto, Hu Imm Lee, and Robert Morris. Capacity of ad hoc wireless networks. In *Proceedings of the 7th ACM International Conference on Mobile Computing and Networking*, pages 61–69, Rome, Italy, July 2001.
- [RP01] Elizabeth M. Royer and Charles E. Perkins. Transmission range effects on aodv multicast communication. Swedish Workshop on wireless Ad-Hoc Networks, March 2001.

- [SC99] J. Macker S. Corson. Routing protocol performance issues and evaulatin considerations. Technical Report RFC2501, MANET Working Group, January 1999.
- [Stö99] Horst Stöcker. *Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren*. Deutsch, Frankfurt, 1999.
- [TG01] S. Toumpis and A. Goldsmith. Capacity regions for wireless ad hoc networks. IEEE Transactions on Wireless Communications, Sept. 2001.